

分 类 号: TP273

单位代码: 10183

研究生学号: 2017524073

密 级: 公开



吉 林 大 学

硕士学位论文

(专业学位)

基于预测控制的机械臂路径跟踪与末端力控制

Path following and terminal force control of manipulators
based on predictive control

作 者 姓 名: 孟凌宇

类 别: 工程硕士

领域(方向): 控制工程

指 导 教 师: 于树友 教授

培 养 单 位: 通信工程学院

2020 年 4 月

基于预测控制的机械臂路径跟踪与末端力控制

Path following and terminal force control of manipulators
based on predictive control

作 者 姓 名：孟凌宇

领域（方向）：控制工程

指 导 教 师：于树友 教授

类 别：工程硕士

答辩日期：2020 年 5 月 30 日

吉林大学硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交学位论文，是本人在指导教师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：孟凌宇

日期：2020年5月29日

关于学位论文使用授权的声明

本人完全了解吉林大学有关保留、使用学位论文的规定，同意吉林大学保留或向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权吉林大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文和汇编本学位论文。

（保密论文在解密后应遵守此规定）

论文级别： ☒ 硕士 ☐ 博士

学科专业： 控制工程

论文题目： 基于预测控制的机械臂路径跟踪与末端力控制

作者签名： 孟凌宇

指导教师签名： 于 树 友

2020 年 5 月 29 日

摘 要

机械臂作为一种模拟人臂的机械装置，是机器人最主要的执行机构，它可以代替人类完成一些简单重复或是具有危险性的工作。自第一台机械臂的问世以来，经过 60 余年的发展，它已经广泛应用于工业生产、医疗手术以及载人航天等领域。机械臂在执行大部分的任务时，其末端会与外界环境相互接触，为了保证机械臂达到最佳的作业效果，需要在机械臂沿着期望路径运动的同时对其施加力控制。为此，本文提出了一种非线性模型预测控制策略，同时解决机械臂的路径跟踪与末端接触力控制，主要研究内容如下：

考虑机械臂的非线性动态和路径跟踪的约束条件设计了模型预测控制器，提出了非线性模型预测控制(Nonlinear Model Predictive Control, NMPC)策略，给出了开环优化问题的数学描述和求解步骤。其中省略了在线优化时的机械臂逆运动学求解，并且采用反馈线性化实现定义在输出空间的路径跟踪问题，通过调节末端位置与参考位置的偏差来实现机械臂的关节力矩控制，进而实现路径跟踪控制。同时，为了克服机械臂系统中的未建模动态以及外部扰动，设计了非线性扰动观测器，并通过其输出反馈补偿控制输入通道来抑制扰动对系统的影响。

针对机械臂末端接触力控制问题，本文简述了阻抗控制原理，并将 NMPC 应用在基于位置的阻抗控制(Position Based Impedance Control, PBIC)中，重新对优化问题进行了描述，通过 NMPC 控制器同时解决路径跟踪与接触力跟踪问题。通过公式推导和控制系统仿真，分析了阻抗参数对力跟踪的影响以及阻抗控制的稳态误差。考虑在实际中无法获取精确的环境信息，本文提出了自适应控制算法，该算法通过李雅普诺夫渐近稳定定理实现对阻抗参数的在线调整，达到对期望力的跟踪。

关键词：机械臂，路径跟踪，模型预测控制，阻抗控制

Abstract

As a mechanical device that simulates a human arm, a mechanical arm is the main actuator of a robot. It can replace humans to complete some simple repetitive or dangerous work. Since the advent of the first robotic arm, after more than 60 years of development, it has been widely used in industrial production, medical surgery, and manned spaceflight. When the robot arm performs most of its tasks, its end will contact with the external environment. In order to ensure the best working effect of the robot arm, it is necessary to apply force control while the robot arm moves along the desired path. To this end, this paper proposes a nonlinear model predictive control strategy, while solving the path tracking and end contact force control of the robotic arm. The main research contents are as follows:

A Nonlinear Model Predictive Control (NMPC) method is proposed based on Nonlinear dynamic and constrained conditions. In which the inverse kinematics solution of the robotic arm during online optimization is omitted, and the feedback linearization is used to implement the path tracking problem defined in the output space. The joint torque control of the manipulator is realized by adjusting the deviation between the end position and the reference position, and finally the path tracking control is realized. At the same time, in order to overcome the unmodeled dynamics and external disturbances in the manipulator system, a nonlinear disturbance observer is designed, and its input feedback compensation control input channel is used to suppress the impact of the disturbance on the system.

Aiming at the problem of contact force control at the end of the robotic arm, this paper briefly describes the principle of impedance control, and applies NMPC to position-based impedance control (PBIC). It re-describes the optimization problem, and simultaneously solves the path tracking and contact force tracking problems through the NMPC controller. Through formula derivation and control system simulation, the effects of impedance parameters on force tracking and steady-state errors of impedance control are analyzed. Considering that it is impossible to obtain an accurate environment in practice, this paper proposes an adaptive control algorithm.

This algorithm uses Lyapunov asymptotic stability theorem to achieve online adjustment of impedance parameters and achieve tracking of expected forces.

Keywords: Manipulator, Path Following, Model Predictive Control, Impedance Control

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 机械臂的国内外研究现状及分析.....	2
1.2.1 机械臂的国外研究现状.....	4
1.2.2 机械臂的国内研究现状.....	7
1.3 带有力反馈的路径跟踪控制的研究现状.....	8
1.3.1 非线性预测控制.....	9
1.3.2 路径跟踪问题.....	10
1.3.3 力反馈问题.....	11
1.3.4 基于预测控制的路径跟踪与末端接触力控制.....	12
1.4 本论文主要研究内容.....	13
第 2 章 机械臂的运动学与动力学分析.....	15
2.1 引言.....	15
2.2 机械臂的运动学分析.....	15
2.3 基于拉格朗日动力学的机械臂动力学建模.....	18
2.4 基于反馈线性化的模型简化方法.....	21
2.5 小结.....	22
第 3 章 基于模型预测控制的机械臂路径跟踪控制.....	23
3.1 引言.....	23
3.2 问题阐述.....	23
3.2.1 路径跟踪问题描述.....	23
3.2.2 机械臂的路径跟踪问题描述.....	25
3.3 基于 NMPC 的路径跟踪控制器设计.....	26
3.3.1 控制器设计及优化求解.....	27
3.3.2 算法可行性与收敛性分析.....	30
3.3.3 终端域求解.....	32

3.4 基于扰动观测器的机械臂不确定项补偿.....	33
3.4.1 非线性扰动观测器的设计.....	33
3.4.2 机械臂的 DOBC 控制器设计.....	36
3.5 仿真结果.....	37
3.5.1 路径跟踪仿真结果.....	38
3.5.2 扰动观测器仿真结果.....	41
3.6 本章小结.....	45
第 4 章 基于阻抗控制的末端力柔顺控制.....	47
4.1 引言.....	47
4.2 机械臂的阻抗控制.....	48
4.2.1 阻抗控制原理.....	48
4.2.2 机械臂末端与环境接触等效模型建立.....	50
4.2.3 基于位置的阻抗控制力跟踪.....	51
4.2 基于 NMPC 的路径跟踪与力跟踪的控制器设计.....	52
4.2.1 优化问题描述.....	52
4.2.2 控制器求解.....	54
4.3 阻抗控制器参数的控制性能分析.....	55
4.3.1 目标惯性对控制性能的影响.....	55
4.3.2 目标阻尼对控制性能的影响.....	56
4.3.3 目标刚度对控制性能的影响.....	57
4.5 基于自适应控制的末端力柔顺控制.....	58
4.5.1 阻抗控制稳态误差分析.....	58
4.5.2 自适应控制算法.....	59
4.6 阻抗控制仿真结果.....	62
4.6.1 NMPC 与阻抗控制联合仿真.....	62
4.6.2 自适应阻抗控制仿真.....	65
4.7 本章小结.....	69

第 5 章 全文总结与展望.....	70
5.1 全文总结.....	70
5.2 展望.....	70
参考文献.....	72
攻读硕士学位期间的研究成果.....	79
致谢.....	80

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

机器人是一种可以通过编程而实现自动执行工作的机器装置,它能够完成一些简单具有重复性的工作,或者协助或代替人类进行一些对人体有害或是危险的工作,例如工业、建筑业等^[1-2]。不同于人工劳动,它能够不间断地在规定的工作环境空间中持续工作。随着科技的不断进步和发展,人类对机器人的要求也越来越高,一方面需要其能够高精度地执行具有重复性的机械动作,另一方面还需要其具备一些与人或生物相似的高度灵活性的能力,也可以称为智能能力,例如感知能力、动作能力、规划能力、协同能力等。同时,机器人的应用领域也越来越广泛,例如医疗机器人、娱乐机器人、水下机器人等^[3-4]。机器人的快速发展将会持续的改善人类现有的生活,引领人类进入新的智能时代。

机器人技术是多种技术的融合在一起的技术,可以实现比较复杂的控制目标。而自动控制技术作为机器人的大脑,在执行任务和动作时,可以实现调整和控制等功能。自 20 世纪 90 年代以来,机器人研究的重心和热点一直围绕着机器人的力/位置控制^[5],随着控制科学、计算机、机械电子和传感器等技术的持续发展,机器人的智能化程度一直在持续地提高、应用领域也越来越广泛。相比于对接触力精度要求高的装配、服务、去毛刺以及康复机器人等,目前应用在传统工业的抛光、焊接以及磨削机器人等大多数采用经典的力控制方式或是增加被动柔顺装置,可见控制技术的应用仍然非常的有限。在机器人位置控制中 PID 控制^[6]、滑模控制^[7]等控制策略应用较多,但这类控制方法并不能满足机器人更广泛应用范围和更好的控制效果,实现比较复杂的控制目标和适用于变化环境的机器人力/位置控制仍处于理论研究阶段,然而在实际应用环境中机器人存在着不确定性,并且机器人系统中存在着动力学未建模项以及外界的扰动,经典的控制方法很难达到想要的控制效果,采用先进控制策略可以提高机器人力/位置的控制性能。

机器人的实际工业的应用中的工作类型主要分为非接触类作业与接触类作业,非接触类作业包括喷漆、搬运等^[8-9];接触类作业包括抛光、磨削、装配等,

随着工业机器人的应用领域越来越广泛,接触类作业的机器人所占的比重越来越高^[10]。机械臂作为机器人最主要的执行机构,当机械臂在执行喷漆等非接触类作业时,即机械臂在自由空间中按照期望轨迹运动,不与外界环境产生接触力,根据运动轨迹和正向、逆向运动学,可以求解每个关节的角度,然后针对规划后的轨迹设计跟踪控制器,实现机械臂的位置跟踪控制。当机械臂执行磨削等接触类型的作业时,机械臂末端与环境之间会产生接触力,在这种情况下,机械臂不仅需要精确的跟踪给定的期望轨迹,还需要控制机械臂与环境之间的接触作用力,即同时实现机械臂的位置与接触力的控制。

近年来,机械臂的研究意义显得愈来愈重要,越来越多的国内外学者对机械臂的智能控制展开了研究。高精度的位置控制是机械臂广泛应用的前提和基础,先进控制在机械臂位置控制上的广泛应用及发展,为机械臂力控制研究提供了很好的基础。本文提出将预测控制与阻抗控制结合起来的方法,在同时解决路径跟踪与接触力控制的问题的基础上提高系统的跟踪性能以及对环境的适应性,并通过 Matlab 2016b 进行仿真实验,对促进机械臂力/位置控制的研究具有一定的意义。

1.2 机械臂的国内外研究现状及分析

从第一台机械臂生产至今,已有 70 多年的历史,随着科技的进步与时间的推进,国内外越来越多的研究人员将精力投入到机械臂的研究当中。图 1.1 体现了机械臂的一部分应用场景。例如:航天探索、喷漆、焊接、生产车间、搬运、写字等领域都离不开机械臂。





图 1.1 机械臂的应用领域

机械人的发展可以粗略的分为三个阶段，第一阶段为示教再现机器人，这个阶段的机器人没有感知功能，只可以通过程序控制，实现搬运、喷漆、机械加工等动作。目前市面上商品化、实用化的机器人基本上都可以归属为此类机器人，而这类机器人并不能不适应环境变化，只能完成已经编好的程序规定的动作，万一环境略微的变化，它就不能稳、准、快地执行规定好的动作^[1]。

第二个阶段为带有传感器的机器人，这个阶段的机器人具有感觉和大脑，可以通过计算机进行控制，它可以由传感器获取环境信息，从而对环境的变化做出一定程度上的调整，例如带有规划功能的扫地机器人等。这类机器人的智能技术逐渐开始成熟，并且在工业生产中也有所应用，许多工业机械臂都具有初级的感知功能，但还没达到对环境高度自适应的程度^[2]。

第三个阶段便是人们所说的智能机器人，它可以像人类一样能够进行学习，而且具备感知环境的能力。它可以通过学习来修改已经设定的程序，并且可以通过执行机构使自身可以准确快速地响应程序修改后的动作。这种通过自适应学习改变已经设定程序的机器人目前还处于研究阶段，这是我们研究机器人的发展

趋势，随着先进控制、机械电子、传感器等技术的发展，关于智能机器人的理论概念层出不穷，内容也会更加的丰富。

1.2.1 机械臂的国外研究现状

20 世纪初期，随着计算机和自动化技术的发展，机器人也随之得到了进一步的研究和制造。20 世纪 40 年代，在第一台计算机面世后，计算机技术取得了巨大的进步，计算机的大批量生产推动了自动化技术的发展。所以在 20 世纪 50 年代，第一台数控机床诞生了，与数控机床相关的自动控制技术和机械元件的研究推动了机器人的开发与发展。与此同时，美国阿尔贡研究所为了优化人类的工作环境，开发了遥控操作臂来代替人类在恶劣环境中处理放射性的物质。

20 世纪 60 年代，Devol 第一次提出了工业机器人“示教-再现”的概念，并连同 Consoildated Control 公司成立了 Unimation 公司，在次年推出了“Unimate”机器人，它是世界上第一台真正应用在工业上的机器人，如图 1.2 所示，它由基座、大机械臂和小机械臂构成，大机械臂可以绕着基座旋转，小机械臂可以摆动，其上部存在一个腕关节，可以绕着小臂旋转，实现俯仰和侧摆；同年他与美国 AMF 公司制造了“Versation”机器人。以上这两种“示教-再现”机器人可以在工业生产线上代替人类进行运输、喷漆等简单且重复性高的作业，且它们的可靠性与灵活性很高。

20 世纪 60 年代末，日本川崎工业从美国购买了 Unimate 机器人和生产技术，并于次年试制出第一台日本“Unimate”机器人。20 世纪 70 年代初期，日本成立了人工机械手研究会，并在同年召开了机器人学术会，这促进了工业机器人的飞速发展，也加速了将机器人广泛应用到工业生产中的过程，进而提高工业的生产效率和品质。很快，日本的机器人产量和应用量跻身世界第一，此时的日本被称为“机器人王国”。这时，美国召开了首次国际机器人会议，使得机器人的研究和应用领域有了进一步的普及和拓展。

随后，德国 KUKA 公司生产了焊接机器人，应用于生产福斯汽车的焊接流水线，这是世界第一台磁弧焊机。瑞典 ASEA 公司研制出全球首台由微机编程控制的喷涂机器人，几年后与瑞士的著名电气传动设备生产公司“BBC 公司”合并组建了 ABB 公司，致力于开发、设计和制造机器人，同时提高生产效率，改善产品质量，提高安全水平。



图 1.2 Unimate 机器人

20 世纪 80 年代,随着计算机性能的提高和广泛应用,机器人控制技术也变得逐渐成熟,这使得工业机器人在西方发达国家中大量广泛的应用,并且开始朝着航天、排爆、水下等领域发展,尤其是在航天领域,空间机械臂作为在轨维护与建设使得人类在探索未知世界的过程中又登上了一个新的台阶。空间机械臂涉及的学科十分广泛,例如机械电子、模式识别和控制等,它具备精准操作能力和视觉识别能力,可以对于空间静止或运动的对象进行观察、监督,从而使得机械臂上的识别系统可以精确地跟踪上需要监察的对象,对其进行拍照或录像。机械臂的定位功能可以应用在不同型号的末端夹持器上,完成对于太空飞行器的舱内、外不同物体的拾取、输送和定位。结合机械臂的在轨自主操作与遥操作的支撑性技术,空间机械臂也可以完成在探索太空、实现航天站或其余轨道飞行器内部在无人时的运动试验;通过宇航员操纵机械臂进行舱内外物体的抓取、搬运或维修,或是支撑、协助航天员完成在轨运动项目^[13]。

加拿大继美国制造航天飞机后,也开始大力发展航天机械臂,投入了大量的资金发展加拿大机械臂,在 80 年代初期的 STS-2 任务中,加拿大机械臂第一次登上了太空。20 世纪 90 年代,德国研制成功并发射了“ROTEX”,作为小型的空间机械臂,它具有 6 个自由度,并且配备了感知系统和视觉系统,能够在小范围内进行指定运动^[14]。美国国际空间站与加拿大共同研制的移动维修系统是最具代表的空间机械臂,其组成部分为一个空间站遥操作臂以及一个灵巧机械臂。近 30 余年来,国外对机械臂的定位精确性、冗余、容错性等影响系统精度的性能指标展开了一系列研究,并且在这些方面上的标准也有所提高,也就意味着空间

机械臂在技术上达到了很高的水平。尤其是俄罗斯和日本的研究成果较为突出，他们各自组装了大型空间舱外机器人系统并投入使用^[15]。

步入 20 世纪 80 年代，随着集成电路技术的飞速发展，计算机的性能也随之有了大幅度的提高，机器人技术也随着计算机的大幅度的推广也得到了质的突破，这导致了机器人的成本降低，机器人在生产线中的应用也有了很大规模的推广，主要用于喷漆、搬运等，但是由于技术的停滞不前，导致了工业机器人出现了市场饱和的现象。直到 20 世纪 90 年代，随着装配机器人研制成功以及应用，这才使得机器人产业出现了转折，采用不同的结构和控制方法的各种用途的机器人相继出现。到 21 世纪，世界主流的机器人品牌有很多，其中 FANUC、KUKA、NACHI、ABB 和 PANASONIC 等是最具有代表性的品牌。FANUC 公司集 25 年积累起来的经验而开发出来的 R-2000iB，它是现有机器人中可靠性比较高且性价比比较为优异的产品，并且拥有最新的智能化功能和网络功能，可以对应焊接、搬运、装配等多种多样的应用。为了实现动作范围和可搬运质量的最大化，该机器人对多关节结构进行设计，既减轻了自身的重量，又能够实现紧凑的机身结构。

新开发的机器人控制装置通过采用最新的软件功能，一方面大幅度提高了 CPU 的处理能力，另一方面还实现了智能化和网络化。KUKA 公司旗下的 KR AGILUS 是按照最高工作速度而设计的紧凑式小型六轴机械臂，其结构牢靠，可以达到极高的重复精度和连续精度。它的速度很快，因此可以提高生产质量和生产效率，并且在任何环境中都可以实现最高性能，无论是多尘、潮湿还是无菌环境。NACHI 公司旗下的 ES 系列机器人通过将手腕前段设计可内置配线的中空结构，这种结构节省了机器人所占用的空间，它是采用高刚性结构来制造的水平多关节机器人，并且结合伺服控制来实现更快的运行速度和更高的运行精度，可以应对高速度的小物体搬运或是高精度的组装作业等广泛的搬运、分拣领域。ABB 公司在原有的多项机器人技术上进行了改进和提升，推出了 IRB6700 系列机器人，它的出现是 ABB 公司 40 多年来技术快速发展的结果。与其他机械手相比，它采用更加坚固耐用的设计，无故障运行延长至 400000 小时，维修流程更简单，能效更高，总体拥有成本降低多达 20%。

到现在为止，最为常见的就是有六个自由度的机械手臂，它能够沿着 x ， y ， z 坐标轴做平移和旋转运动，由六个关节构成，前三个关节可以确定机械臂的末

端位置，后三个关节用来确定关节姿态。六自由度的机械臂完全可以描述末端物体任意的位姿，却无法在末端位置不变时实现一个姿态到另一个姿态的变换，而带有冗余的七自由度甚至更高自由度的机械臂是可以在末端位置不变时实现位姿变换的。随着自由度的提高，机械臂灵活度越高，但结构会变得更大复杂，精度控制会更难，达到同样精度所需要成本也会更高。在工业中，一般采用六自由度机械臂，并且外形变化不大，主要应用在生产线上，例如焊接，磨削，搬运和喷漆等，这需要机械臂可以高精度、高速度并且稳定的实现控制目标^[16]。

随着机械臂技术的日益完善与普及，机械臂不仅应用在工业制造中，目前在医学、农业、娱乐服务、太空探索等场合都有着机械臂的应用。国外的机械臂在以上场合的应用已经取得了不凡的成就，大体上达到了第二代机器人的要求标准，但是距离第三代定义的机器人，还存在着很大的差距，还需要将研究进行下去^[17]。

1.2.2 机械臂的国内研究现状

近 40 年来，我国对于机器人的研发也愈来愈重视，政府早在七五规划中就提出了对工业机器人技术的研究工作，在 1987 年，国家“863”计划提出了将机器人技术作为重点领域之一进行研究，确定了自动控制技术的战略目标。到了 1993 年，我国的机器人在水下、空间、工业等领域上取得了很大的成就^[18-20]，在这期间，我国的高校和研究所研制出了步行机器人和喷涂式机器人，这使我国的机器人发展从理论到实践迈出了第一步。

在 20 世纪 90 年代，科学技术在我国的国民经济中发挥着前所未有的作用，我国的国民经济也发生了根本性的转变，揭开了社会主义市场经济体制改革和技术进步的帷幕，随着政策的推进，我国机器人也取得了巨大的发展，用于焊接、装配、运输、喷涂、切割等机器人也出现在了人们的视线里。我国在这期间完成了百余项机器人应用项目，立志于将机器人技术在我国各行各业中渗透和应用，以此带动机器人的技术研究、产品开发和广泛应用。到 90 年代末期，我国从事机器人研究的高校和研究所先后研制出了高压水切割机器人、潜水机器人、移动机器人等。

21 世纪初期，我国提出了科学发展观的重大战略思想，科学技术作为第一

生产力,机器人的产业化发展刻不容缓,更多高校和研究所开展了对机器人技术的研究,主要成果有灵巧机械臂和检修机械臂,但是我国与国外在机器人的关键技术方面的差距仍然在拉大。与此同时,国外一些知名机器人公司凭借着技术和资金打入了中国市场,目前,国外机器人在中国市场中占据着主导地位,国产机器人还没有大规模的应用和商业化,也没有确立完整的机器人多功能系统体系,在生产中关键的机器人零件也依赖进口。

我国在机器人技术方面近 40 余年的研究与引进,在机器人仿真和理论分析等方面取得了很大的进步,但总体上与发达国家相比仍有很大的差距。总之,机器人技术的研究还需要投入更多的科研力量。

1.3 带有力反馈的路径跟踪控制的研究现状

为了完成许多特定的任务,工业机器人或是家用机器人不仅需要对期望路径进行跟踪,同时还需要对末端与环境的接触力进行控制,例如,在加工过程中的锯削、去毛刺、磨削、焊接、上胶和铣削等工作时,机器人通常需要在跟踪期望路径的同时保持所需要的力;或是机械臂的手爪抓住一个物体,并沿着指定的路径移动,例如写字等工作。

在机械臂与环境交互期间的操作任务是通过位置和力来描述的,用于控制位置和力的方法有两种,一种是力/位混合控制,另一种是阻抗控制。力/位混合控制可以使机械臂在自由方向上沿着指定的路径移动时对一个受约束的方向施加力,将任务空间分成正交的子空间,每个子空间被指定为位置或力控制子空间^[21]。阻抗控制方法可以清晰的表述机械臂末端与环境之间的动态关系,即目标阻抗。因此,阻抗控制的主要目的是在工作空间的各个方向上控制运动误差与接触力之间的动态关系,以实现系统对位置和力的跟踪,并且阻抗控制器对环境模型失配具有内在的鲁棒性^[22-24]。

以上的方法都可以用来控制沿着各个方向的位置或者力,文献[25]提出了一种同步控制方法,可以独立控制路径的横向和切向,这是基于反馈线性化将系统分解成线性的横向子系统和切向子系统来实现的。本文针对路径跟踪和力反馈控制问题,提出了模型预测控制方法,其中,通过在优化问题中的预先设置,考虑了对状态和输入的约束。为了介绍该方法,本文首先总结了非线性模型预测控制、

路径跟踪和力反馈控制的优点,然后提出了将上述控制策略结合起来同时解决路径跟踪和力反馈的方法。

1.3.1 非线性预测控制

非线性模型预测控制(Nonlinear Model Predictive Control, NMPC)^[26-28]是一种先进的控制方法,主要用于过程控制,例如炼油厂、反应堆和化工厂,在 NMPC 中,优化技术用于在指定的时间内解决最优控制问题,即所谓的预测时域。在该策略中,在考虑未来系统变化的同时,通过对系统模型的仿真来实现对当前时间范围的优化,即预测系统未来的动态。根据这些预测对输入进行优化,从而在满足约束条件的同时最小化控制目标,应用初始获得的最优输入,以新的测量值或估计值作为初始条件,在每个采样瞬间重复优化和预测过程。

MPC 已被应用于机器人运动控制问题当中,文献[29]提出了基于 MPC 的机器人运动规划和控制的方法,消除了由于船舶的非惯性运动导致机器人产生的非惯性力,并利用惯性力来提高机器人的性能。文献[30]利用广义非线性预测控制问题的数值逼近,提出了在笛卡尔空间中机械臂实现最优规划的方法,使得代价函数最小化。文献[31]针对欠驱动机器人非周期运动轨迹的稳定问题,提出了基于预测控制设计方法,通过将计算目标运动的横向线性化,实现原非线性系统的目标轨迹的稳定性。文献[32]提出了一种适用于复杂仿人机器人的在线轨迹优化方法和软件平台,该方法和平台可以使机器人执行一些具有挑战性的任务并且对于模型误差和状态扰动具有鲁棒性。文献[33]规划了康复机械臂的总体设计方案,并将模型预测控制用于康复机械臂的位置控制,最后通过实物实验证明了控制算法以及方案的可行性。文献[34]针对自由漂浮空间机器人在轨迹跟踪中的各类约束,设计了模型预测控制器,并在其基础上引入了滑模变量,通过对轨迹跟踪的有约束和无约束的仿真实验对比,证明了控制器可以有效跟踪参考轨迹并满足约束条件。文献[35]提出了一种基于状态空间模型的约束预测控制方法,并结合前馈-反馈控制结构抑制输出端扰动,在仿真实验中,该算法体现了良好的控制性能以及抗扰动能力。文献[36]将 MPC 与 iLQG 算法结合起来,将 MPC 从有限时域设定拓展到首次退出设定,避免了动态不连续性进行在线优化的需求,并且将不连续的影响纳入最终的代价函数中进行离线调整。文献[37]推导了基于

MPC 的最优控制解析表达式, 与大多数预测控制方案不同, 该表达式不涉及数值过程, 通过对 6-DOF 并联机械臂的控制验证了该方法的有效性, 并与 PID 控制进行了对比。针对机械臂在连续曲面作业, 文献[38]提出了基于曲面预测与动态矩阵预测控制的末端力控制算法, 并通过仿真证明了该算法的实时性和准确性。

与其他控制器相比, MPC 控制器的优点在于它可以处理高度非线性和强耦合的动态, 显式处理状态和输入约束以及处理多变量、多目标优化问题。此外, 它可以在满足代价函数最小的同时在线提高系统的性能, 并可以实现对变化的系统参数的鲁棒性^[39-42]。

1.3.2 路径跟踪问题

20 世纪九十年代, 路径跟踪问题才初步引起研究人员们的关注, 经过近三十年的发展, 有很多控制算法被应用在路径跟踪问题中。在路径跟踪问题中, 系统的输出应该遵循一个没有预先设定时间参考的几何路径, 沿着路径的时间变化参数是一个附加的自由度^[43-44]。路径跟踪被广泛应用在过程控制^[45-46]、机器人^[47]、飞机^[48-49]、船舶^[50-51]和车辆^[52-53]中。

文献[54]针对带有约束轨迹跟踪和路径跟踪, 提出了控制任务的二次设定值稳定的非线性模型预测控制方法, 并证明了非线性模型预测控制可以解决设定点稳定以外的问题。文献[44]针对路径跟踪问题, 提出了一种通用的 NMPC 方案。给出了该方案的递推可行性和渐近收敛的充分条件, 在此基础上提出了一种选择终端惩罚和相应的终端约束的方法, 并在轮式移动机器人进行仿真, 结果验证了控制器的性能。文献[55]证明了跟踪误差的最小 L2 范数等于稳定误差系统零动态所需的最小控制能量, 从而提出了路径跟踪与轨迹的本质区别。文献[56]概述了路径跟踪的反馈线性化系统中存在的输入约束, 并基于该系统描述给出了充分的收敛条件且收敛条件不依赖于缩小或放大终端约束。文献[57]在文献[56]的基础上, 通过空间自由度的路径公式引入了一个附加空间的路径跟踪问题, 证明了路径跟踪问题可行解的充分稳定性条件并在受输入约束的自动驾驶汽车上进行了仿真验证。文献[58]讨论了一种经典问题, 即线性非最小相位系统在跟踪期望轨迹时的性能限制, 证明了可以通过将问题重述为路径跟踪来避免性能限制, 其中路径变量被视为附加控制变量。文献[59]提出了一种基于仿生系统的模型预测

轮廓控制方法，通过对速度的自动调整，保证路径跟踪的精度。在此基础上采用了线性时变方法便于实时实现，并通过引入状态和输入的约束来保证稳定性，其仿真结果验证了所提控制方案的有效性。文献[60]提出了一种基于横向反馈线性化的路径跟踪控制设计方法，横向控制器被设计成将系统的输出收敛到路径，切向控制器满足路径的速度调节和内部稳定性等要求。通过在五自由度磁悬浮定位系统进行的实验，验证了所提控制器的有效性。

路径跟踪与轨迹跟踪^[61]的不同点为，在轨迹跟踪中给定的参考轨迹是时间的函数，下一个时刻跟踪的位置是固定的。而路径跟踪给定的参考路径与时间无关，在下一个时刻跟踪的位置不是先验的，而是通过控制器在线求解得到的。当没有不稳定的零动态时，即最小相位系统，则可以实现良好的跟踪，但如果系统处于非最小相位时，跟踪误差无法满足期望达到的精度。这种限制是结构性的，只有当系统结构改变或跟踪问题被重新设计时，才能克服这一问题^[58]。跟踪问题的一种可能的重新表达形式是将其分解为两个子问题：首先是几何路径跟踪问题，其次是在路径上满足时间，速度或加速度分配要求。主要思路是利用路径参数，该参数用于参数化几何路径，作为新的附加虚拟控制输入，以稳定非最小相位动态，而系统控制变量则在路径上驱动系统。解决路径跟踪问题的主要方法是几何法和基于 Lyapunov 的非线性反馈控制^[43]，以上方法不能以结构化方式考虑对状态和输入的约束。但是，预测控制可以在解决路径跟踪问题的同时考虑稳定性和约束^[44]。

1.3.3 力反馈问题

力反馈控制旨在控制施加到机器人上的力，使机器人能够对环境顺从^[62]。随着执行任务的复杂化，机器人力反馈控制已经成为其智能化的特征之一，在力反馈控制中，存在两种主要方法：被动柔顺和主动柔顺控制。被动柔顺控制是由辅助机械臂柔性机构引起的，例如有限刚度的链节，夹具，接头和执行器等，通常，在被动柔顺控制中，不需要测量力^[63]。在主动柔顺控制中，是通过定义的控制律来改变关节的刚度，从而控制末端执行器与环境之间的相互作用力。

主动柔顺控制可分为两类：间接力控制和直接力控制^[64]。间接力控制是通过运动控制隐式实现的，没有显式的力反馈回路。而直接力控制是通过力反馈控制

回路控制相对于期望值的接触力进行控制。间接力控制方法主要分为阻抗/导纳控制和力/位混合控制,尽管力/位置混合控制理论明确,但比较复杂且实施困难,所以通常采用阻抗/导纳控制来实现。阻抗/导纳控制并不直接控制接触力,而是在末端执行器和环境之间设计所需的动态相互作用,是由一个具有可调参数的虚拟质量-弹簧-阻尼器动态系统来实现力误差和位置误差的调节^[65]。文献[66]对阻抗控制中的各项参数进行了解释说明,给出了阻抗参数的选取方法,并通过仿真实验分析对比了阻抗控制与其他的力控制方法。文献[67]提出了一种模糊滑模的混合阻抗控制方法,改善了力控制响应,并在 6-DOF 的 PUMA 机器人上进行了仿真,验证了该控制器的性能。文献[68]提出了一种新的力跟踪阻抗控制方案,该方案通过用鲁棒自适应控制跟踪指定的期望力并补偿环境位置、刚度和机器动力学模型中不确定性。文献[69]研究了一种末端执行器与柔性表面接触的机械手的交互控制方案,分析了基于静态模型的补偿和基于动态模型的补偿两种方案;并对这两种方案的抗干扰性能进行了比较,并通过大量的实例分析进行了深入的分析。

对于所有的主动柔顺控制方法都是根据位置和力的误差,为机器人关节执行器提供相应的控制输入。如果控制器是将位置偏差转化为力偏差,通过调节力偏差实现位置偏差的调节,则该控制方法为基于力的阻抗控制,也称阻抗控制,该方法需要精确的动力学模型,计算量比较大。如果控制器是将传感器测量的力偏差转换为位置偏差,通过控制与期望位置或期望的关节角度的偏差来顺从接触力,则称为基于位置的阻抗控制,也称为导纳控制,其优点在于相比于其他的控制策略,需要的计算量较少,可以同时处理末端力和位置的跟踪控制,并且不需要实时切换力控制子空间与位置控制子空间,其跟踪精度只与位置控制器的精度有关。本文采用基于位置的阻抗控制,通过在线更新期望与实际的位置来测量末端执行器与环境之间的接触力。

1.3.4 基于预测控制的路径跟踪与末端接触力控制

本文提出了一种可以同时处理路径跟踪和接触力反馈问题的方法,通过将所需的阻抗动力学作为附加约束(虚拟状态),来重新构造^[44]中引入的非线性模型预测路径跟踪控制方案。阻抗由力误差驱动以生成(虚拟)参考轨迹,从而更新机器人要跟踪的路径,并通过跟踪更新的路径来实现力控制。

机器人动态模型和环境建模的不精确性使所需位置或力的轨迹跟踪成为挑战,甚至是不可能的。因此,考虑采取路径跟踪而不是轨迹跟踪,提供在所需路径上更改时间的自由。这种时间上的自由度有助于在交互过程中在施加所需力的同时进行实时自适应运动控制的任务。

1.4 本论文主要研究内容

本文主要研究了机械臂的路径跟踪和接触力控制问题,首先分析了控制策略,并建立了机械臂运动学与动力学模型,设计了 NMPC 控制器用于解决路径跟踪问题;针对机械臂中的不确定项以及外部扰动设计了非线性扰动观测器进行误差估计并补偿,然后,针对基于位置的阻抗控制技术展开了研究,重新描述了优化问题,并设计了联合控制器,考虑无法精确获取环境信息,提出自适应阻抗控制算法,设计了自适应阻抗控制器,最后在 Matlab 2016b 中进行仿真,证明了上述控制策略的有效性。

全文包括五章,具体内容如下:

第一章 首先介绍了本文的研究背景和意义,以及机械臂的国内外发展过程和趋势,其次对 NMPC 在机器人中的应用、路径跟踪问题、接触力跟踪问题进行分析,并简述这三种问题的研究现状。最后介绍了本文主要研究内容。

第二章 介绍了基于 D-H 法的机械臂的运动学表达,并对机械臂的正、逆运动学进行求解,根据拉格朗日功能平衡法建立机械臂动力学方程,并采用反馈线性化方法求出机械臂的相对阶向量,以此用于第三章的路径参数化。

第三章 针对路径跟踪问题,首先对给定路径进行参数化,并对路径跟踪问题进行了描述,由于机械臂系统中存在的非线性动态和约束条件,提出了基于 NMPC 的控制策略,设计了路径跟踪控制器,给出了开环优化问题的求解步骤,证明了算法的可行性和收敛性。在控制器求解过程中省略了逆运动学求解,通过调节末端位置与参考位置的偏差来实现机械臂的关节力矩控制,最终实现路径跟踪控制。同时,为了克服机械臂系统中的未建模动态以及外部扰动,设计了非线性扰动观测器,该方法无需干扰模型,可以估计出系统的扰动,并通过补偿系统达到抑制扰动的目的。

第四章 单纯的位置控制无法满足机械臂大部分的工作任务,因此,在对机

机械臂进行路径跟踪的基础上也要实现接触力的控制。首先,简述了阻抗控制原理,并重新描述了优化问题,将阻抗控制与 NMPC 结合设计联合控制器,然后,过公式推导和控制系统仿真,分析了阻抗参数对力跟踪的影响以及力跟踪的稳态误差,考虑到其稳态误差与环境信息的准确性相关,而实际中,获取精确的环境信息几乎是不可能的,从而提出了自适应控制算法,并通过 Lyapunov 渐近稳定定理得到阻抗参数的调整规律,以此实现机械臂高精度的力/位置控制。

第五章 对全文进行了总结,并结合现存的问题对未来的研究进行了展望。

第2章 机械臂的运动学与动力学分析

2.1 引言

机械臂是一个高度非线性、强耦合的系统，并且具有各种各样的结构形式，但主要组成一般包括执行机构、传感器和控制器，其模型的建立是实现机械臂力/位置控制的基础。

机械臂的数学模型分为正、逆运动学和动力学。对于机械臂的运动学，大多是根据 D-H 法通过坐标变换得到的，然而对于机械臂动力学建模的方法有很多种，不同的方法会得到不同的表达式。本章首先介绍了广义的 D-H 法，并采用拉格朗日法进行动力学建模，然后通过反馈线性化求得机械臂的相对阶向量，为后续的路径参数化及控制器设计奠定了基础。

2.2 机械臂的运动学分析

机械臂的正向运动学是指已知机械臂各个关节的角度，求取机械臂末端在笛卡尔空间坐标系下的位姿^[1]。

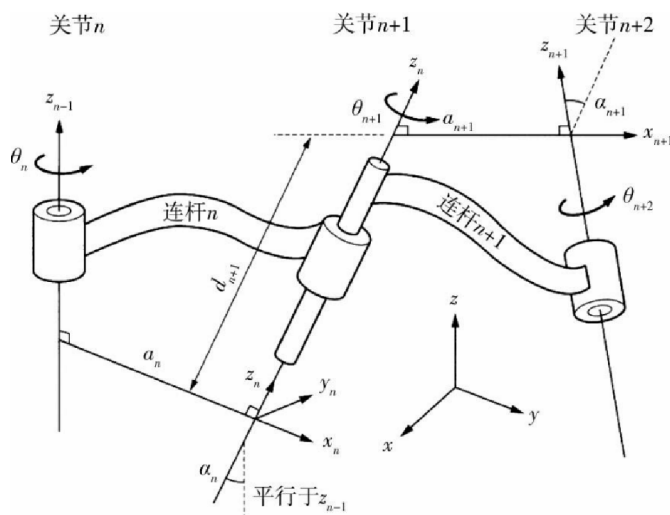


图 2.1 机械臂坐标系

通常，机械臂的关节类型分为两种，即旋转关节和转动关节。20 世纪 50 年代，Denavit 和 Hartenberg 提出了 D-H 方法用于机械臂运动学的建模，该方法的主要思路是首先在机械臂的各关节建立关节坐标系，通过关节间刚性连杆的参

数，将各个关节的变化依次联系起来，最终推导出机械臂末端相对于基坐标系的位姿，然后建立机械臂的运动学方程。正向运动学方程通常采用这种方法建立。

D-H 法可分为三个步骤，第一步建立每个连杆(机械臂相邻两关节的刚性连接杆件)的坐标系。对关节和连杆命名，第 n 个关节的前一个连杆为连杆 $n-1$ ，后一个连杆为连杆 $n+1$ ，然后定义连杆 n 坐标系原点为关节 n 与关节 $n+1$ 公垂线的交点，最后规定转动关节 n 的转动平行坐标轴 z_{n-1} ， z_{n-1} 到 z_n 的法线方向为坐标轴 x_{n-1} 。

第二步描述各个连杆的参数。相邻两个关节 n 与 $n+1$ 沿着轴 x_n 的 z_{n-1} 到 z_n 轴之间的距离即为连杆 n 的长度，轴 x_{n-1} 与轴 x_n 间关于轴 z_{n-1} 的夹角为关节角度，从原点 n 沿着轴 z_{n-1} 到轴 x_n 的长度为关节偏置。

第三步实现坐标系变换。根据上述步骤及连杆参数和质量，可以推导出相邻连杆 n 和连杆 $n+1$ 中间的变换矩阵为：

$$T_{n+1}^n = A_{n+1} = Rot(z, \theta_{n+1}) \times Trans(z, d_{n+1}) \times Trans(x, a_{n+1}) \times Rot(x, \alpha_{n+1})$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_{n+1} & -\sin \theta_{n+1} \cos \alpha_{n+1} & \sin \theta_{n+1} \sin \alpha_{n+1} & \alpha_{n+1} \cos \theta_{n+1} \\ \sin \theta_{n+1} & \cos \theta_{n+1} \cos \alpha_{n+1} & -\cos \theta_{n+1} \sin \alpha_{n+1} & \alpha_{n+1} \sin \theta_{n+1} \\ 0 & \sin \alpha_{n+1} & \cos \alpha_{n+1} & d_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

最后，可求得机械臂 n 个连杆坐标变换矩阵的乘积，即正向运动学为：

$${}^0T_{n+1} = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 \cdots {}^nT_{n+1} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

机械臂的逆运动学是指在已知机械臂末端位置和姿态时，求各个关节的角度^[1,2]。对机械臂常见的控制方法，是通过调节机械臂的各个关节角度实现轨迹跟踪、路径跟踪或是运动规划控制。常见的求解运动学逆解的方法有几何法、代数法、数值解法等。针对结构简单的机械臂，一般采用几何法求解运动学逆解，但针对结构复杂多自由度机械臂，一般采用代数法或是数值解法。本文针对二自由度机械臂进行运动学分析，

根据上述推导可得，2-DOF 机械臂正向运动学表达式如下

$$\begin{aligned} x &= L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y &= L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

本文采用数值法对机械臂逆运动学求解。记 $\cos q_1, \sin q_1$ 为 c_1, s_1 ， $\cos q_2, \sin q_2$ 为 c_2, s_2 ， $\cos(q_1 + q_2), \sin(q_1 + q_2)$ 为 c_{12}, s_{12} ，取上式两边平方和相加，可得

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2c_2 \quad (2.3)$$

可以求得 c_2 值为

$$c_2 = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}$$

可以得到

$$q_2 = \tan^{-1} \frac{s_2}{c_2}, \quad s_2 = \pm \sqrt{1 - c_2^2} \quad (2.4)$$

将(2.2)改写为如下表达式

$$\begin{aligned} x &= k_1 c_1 - k_2 s_1 \\ y &= k_1 s_1 + k_2 c_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 $k_1 = L_1 + L_2 c_2$ ， $k_2 = L_2 s_2$ ，取 $r = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$ ， $\gamma = \tan^{-1} \frac{k_2}{k_1}$ ，式(2.5)可表示为

$$\begin{aligned} \frac{x}{r} &= \cos \gamma \cos q_1 - \sin \gamma \sin q_1 \\ \frac{y}{r} &= \cos \gamma \sin q_1 + \sin \gamma \cos q_1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

根据上式可得

$$\begin{aligned} \cos(\gamma + q_1) &= \frac{x}{r} \\ \sin(\gamma + q_1) &= \frac{y}{r} \end{aligned} \quad (2.7)$$

机械臂的两组逆解如下

$$\begin{cases} q_2 = \tan^{-1} \frac{s_2}{c_2} \\ q_1 = \tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{L_2 s_2}{L_1 + L_2 c_2} \end{cases}, \quad \begin{cases} q_2 = -\tan^{-1} \frac{s_2}{c_2} \\ q_1 = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \tan^{-1} \frac{L_2 s_2}{L_1 + L_2 c_2} \end{cases} \quad (2.8)$$

2.3 基于拉格朗日动力学的机械臂动力学建模

机器人动力学是通过研究机器人的运动特性与力的关系,从而建立起的数学方程。机器人的动力学可以根据机械臂的关节驱动力矩,得到机械臂的关节角度,角速度以及角加速度,以便于仿真研究等工作;也可以为机器人控制提供准确的动力学模型,通过计算驱动力矩函数,实现前馈补偿。机械臂是一个复杂的动力学系统,由机械臂的连杆和关节数量决定,具有多个输入和多个输出,存在着强耦合关系和高度的非线性。因此,采用系统的方法对机械臂的动力学特性进行分析是非常必要的。对机械臂动力学建模的方法有很多种,例如拉格朗日(Lagrange)功能平衡法、牛顿-欧拉(Newton-Euler)法、凯恩(Kane)动力学法、高斯(Gauss)法等。根据不同的任务和目的建立方程的方式和结构是不同的。以上方法中有的没有多余信息,可以提高计算速度;有的可以提高计算效率,便于控制分析。但这些方法都可以表达同一个机械臂的动态特性,所以这些方法从某种程度上来说是等价的。

本文采用拉格朗日法建立机械臂动力学模型,该方法基于能量平衡原理,通过求解系统的动能与势能建立拉格朗日函数,其推导过程相对简单并且具有显式结构,便于分析机械臂动态性能和控制器设计。基于该方法的机械臂动力学建模的步骤如下所示:

- 第一步, 求连杆每个点的速度;
- 第二步, 求机械臂系统的动能;
- 第三步, 求机械臂系统的势能;
- 第四步, 建立拉格朗日函数;
- 第五步, 推导机械臂系统的动力学方程。

上述五步式根据第二类拉格朗日方程对系统动力学方程进行建立。任何机械系统的动能 T 和势能 U 之差都可以用拉格朗日函数定义, 即

$$L = T - U \quad (2.9)$$

拉格朗日方程为:

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

式中:

q_i ——动能和势能的广义坐标；

$\dot{q}_i$ ——相对应的广义速度；

τ_i ——广义力。

(1) 求解系统的动能

机械臂在运动时，它的每一个连杆与关节都可以当成是做机械运动的刚体，其动能由平动动能和转动动能组成，即：

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i \quad (2.10)$$

那么，对机械臂整体系统则有：

$$T = \sum_{i=1}^n T_i$$

在运动分析中：

$$\dot{X} = J\dot{q}$$

可得：

$$\begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_L^i \\ J_A^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

式中：

$$J_L^i = \begin{bmatrix} J_{L1}^i & J_{L2}^i & \cdots & J_{Li}^i & 0_{Li+1} & \cdots & 0_{Ln} \end{bmatrix}$$

$$J_A^i = \begin{bmatrix} J_{A1}^i & J_{A2}^i & \cdots & J_{Ai}^i & 0_{Ai+1} & \cdots & 0_{An} \end{bmatrix}$$

将公式 2.2 展开，可得

$$v_i = J_{L1}^i \dot{q}_1 + J_{L2}^i \dot{q}_2 + \cdots + J_{Li}^i \dot{q}_i$$

$$\omega_i = J_{A1}^i \dot{q}_1 + J_{A2}^i \dot{q}_2 + \cdots + J_{Ai}^i \dot{q}_i$$

将动能表达式 2.1 改写为：

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(m_i \dot{q}^T J_L^{iT} J_L^i \dot{q} + \dot{q}^T J_A^{iT} I_i J_A^i \dot{q} \right) = \frac{1}{2} \dot{q}^T H \dot{q}$$

式中： $H = \sum_{i=1}^n (m_i J_L^{iT} J_L^i + J_A^{iT} I_i J_A^i)$ ——机械臂的总惯性张量。

令 H_{ij} 为 H 的 i 行 j 列的元素，则有：

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.12)$$

(2) 求解系统的势能

机械臂系统的势能主要为重力势能，以基坐标系原点为相对零点，总势能可表示为

$$U = \sum_{i=1}^n m_i g^T r_{o,i} \quad (2.13)$$

其中 $r_{o,i}$ 为每个连杆质心向量， g 为重力加速度。

将式 2.4，式 2.5 代入式 2.1，可得机械臂的动力学方程为：

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i = \tau_i \quad (2.14)$$

式中：

$$h_{ijk} = \frac{\partial H_{ij}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{jk}}{\partial \dot{q}_i}$$

$$G = \sum_{j=1}^n m_j g^T J_{Li}^j$$

式 2.6 可简写为：

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau \quad (2.15)$$

考虑机械臂关节间存在摩擦，引入摩擦力矩 $\tau_f(\dot{q})$ ，如下所示

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) + \tau_f(\dot{q}) = \tau \quad (2.16)$$

上述公式为机械臂在自由空间中的动力学模型，当其与末端环境接触时，在式 2.15 的基础上加入末端接触力，即可以得到机械臂在约束空间中的表达式，如下

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) + \tau_f(\dot{q}) = \tau + J^T f \quad (2.17)$$

其中 $\ddot{q}$ ， $\dot{q}$ ， q 为机械臂各个关节的加速度，速度以及角度， τ 为各个关节的力矩， J 为雅可比矩阵， f 为笛卡尔坐标系下的外力， $M(q)$ 矩阵为哥氏力与离心力矩阵， $C(q, \dot{q})$ 为惯性矩阵， $G(q)$ 为重力矩阵。

2.4 基于反馈线性化的模型简化方法

本文在第三章提出的路径参数化方法是基于反馈线性化实现的,首先要对机械臂的动力学模型进行处理,求解出机械臂系统的相对阶向量,因此,这里提出了基于微分几何法的反馈线性化。

微分几何法通常用于非线性系统的精准线性化。它的线性化精度并不依赖系统工作点的选择以及系统偏离工作点的范围,在理论上它是不存在误差的。该方法线性化的区域比较大,只要是在可线性化的区域内都是有效的,即便存在局部线性化,在工程中也可以当作全局结果来使用。这种方法主要是利用微分流形的概念,对状态空间的微分同胚变换和反馈变换实现非线性系统的线性化^[70]。

针对机械臂这种仿射非线性类型的多输入多输出系统,微分几何法中的输入—输出线性化方法在系统运行时存在不确定性的情况下,也可以使其接近任意设定点的运动轨迹,所以通过微分几何法对路径进行参数化是非常合适的。因此,本文采用输入—输出反馈线性化方法对机械臂非线性动力学模型进行处理,求取路径参数化需要的相对阶向量。

为了使得闭环系统能够具有理想的线性输入—输出特性,可以根据多输入多输出 (Multi-Input Multi-Output, MIMO) 反馈线性化方法来构造稳定的反馈控制律。下文根据反馈线性化的原理,首先将非线性系统转换为仿射非线性系统,如下所示,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x), \quad x \in R^4, u \in R^2, y \in R^2\end{aligned}\tag{2.18}$$

其中,

$$\begin{aligned}x &= [x_1, x_2, x_3, x_4]^T, y = [y_1, y_2]^T, u = [u_1, u_2]^T, \\ h(x) &= [h_1(x) \ h_2(x)]^T, \\ g(x) &= [g_1(x) \ g_2(x)]^T, \\ f(x) &= [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]^T,\end{aligned}$$

式中, $x \in R^4$ 为系统状态量, $u \in R^2$ 为系统控制量, $y \in R^2$ 为系统输出量; $f(x)$ 是一个充分光滑的四维向量场, $g(x)$ 是一个充分光滑的 4×2 矩阵, $h(x)$ 是一个

充分光滑的二维向量场。给定一个光滑向量场 $X:M \rightarrow TM$ 和一个光滑函数 $h:M \rightarrow R$ ，定义 h 对向量场 X 的李导数 $L_x h:M \rightarrow R$ 为 $L_x h(p) = X(h)(p)$ 。

在局部坐标系中，令 X 为 $X = \sum_{i=1}^m X_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ ，则

$$L_x h(p) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial h}{\partial x_i}(x_1(p), \dots, x_m(p)) X_i(x_1(p), \dots, x_m(p))$$

函数 h 对向量场 X 的李导数即为 h 在向量场 X 方向上的变化率：

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x)$$

根据李导数的定义，并结合 MIMO 反馈线性化的步骤，将机械臂的非线性系统进行处理。首先，计算函数 $h_1(x) = x_1$ 和函数 $h_2(x) = x_3$ 在空间 $x_0 = (0, x_2, 0, x_4)^T$ 内的各个李导数。

$$(1) \quad L_{g_1} h_1(x) = L_{g_1} h_2(x) = L_{g_2} h_1(x) = L_{g_2} h_2(x) = 0$$

$$(2) \quad L_f h_1(x) = x_2, \quad L_f h_2(x) = x_4$$

$$(3) \quad L_{g_1} L_f h_1(x) = g_{12}; \quad L_{g_2} L_f h_2(x) = g_{24}; \quad L_{g_1} L_f h_2(x) = g_{14}; \quad L_{g_2} L_f h_1(x) = g_{22}$$

组合得到解耦矩阵 $A(x)$ ：

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f h_1(x) & L_{g_2} L_f h_1(x) \\ L_{g_1} L_f h_2(x) & L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{12} & g_{24} \\ g_{14} & g_{22} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

可见，该变换矩阵是一个非奇异矩阵，所以该系统具有相对阶向量 (γ_1, γ_2) ，

γ_1, γ_2 的值都为 2。

2.5 小结

本章主要简述了广义的 D-H 法，对二自由度机械臂建立了正向运动学方程，并采用数值法对机械臂的逆运动学求解；根据拉格朗日功能平衡法建立机械臂动力学方程，最后采用反馈线性化来求取机械臂动力学模型的相对阶向量，用于第三章的路径跟踪控制器设计。

第3章 基于模型预测控制的机械臂路径跟踪控制

3.1 引言

根据第二章对机械臂建模的分析,可以得知机械臂是具有高度非线性的系统。本章通过对输出空间路径跟踪问题的描述,提出了保证系统沿着路径向前运动的约束条件,考虑到系统中存在的非线性动态和问题描述中的约束条件,本章提出了基于非线性模型预测控制(Nonlinear Model Predictive Control, NMPC)方法,并通过对机械臂的关节角度施加约束省略了在优化问题求解过程中的机械臂逆运动学求解。考虑到机械臂系统中存在的外界扰动以及未建模项等不确定性项,设计了非线性扰动观测器,可以估计出扰动并通过反馈补偿到控制输入端,以此达到抑制扰动的目的。

3.2 问题阐述

3.2.1 路径跟踪问题描述

路径跟踪(Path Following),是要求被控对象从某一点开始运动并且能按照某种特定的控制规律到达和跟踪上已经给定的理想几何路径。路径跟踪问题最直观的释义为,尽可能地让被控对象的运动轨迹接近参考轨迹。

参考路径通常被定义在状态空间中,将系统状态与参数化的路径坐标进行比较^[44,47],但考虑路径跟踪问题的通用性及适用性和第二章对机械臂运动学的分析可以得知,即便对于结构简单、低自由度的机械臂,运动学求逆的过程也有一定的计算量并且存在多组解。本文将参考路径定义在输出空间中,使系统输出与转换到输出空间的参数路径坐标进行比较,只需要在初始时刻针对机械臂末端位置求解逆运动学,在优化求解的过程中可以省略逆运动学的求解。

考虑连续时间的非线性系统如下:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)), x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= h(x_1(t)), \quad y(t) \in R^{n_y}\end{aligned}\tag{3.1}$$

该系统中存在的状态和输入约束为:

$$x \in X \in R^{n_x}, u \in U \in R^{n_u}\tag{3.2}$$

其中 $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$, $f(x, u): R^{n_x} \times R^{n_u} \rightarrow R^{n_x}$ 是关于变量 x, u 连续可微的, $X \subseteq R^{n_x}$ 状态约束集合是连通的, $U \in R^{n_u}$ 输入约束集合是紧凑的。

假设参考路径是时间的函数 $y_r(t): [t_0, \infty) \rightarrow R^n$, 但参考的时间演化不是预先指定的。将参考定义为几何参考路径, 如下所示

$$P = \{y \in R^{n_y}, \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}] | r_y = p(\theta)\} \quad (3.3)$$

其中 $p: R^1 \rightarrow R^{n_x}$ 是路径 P 的参数化, r_y 是参考路径上对应的点集合, Θ 是一个紧集, $\theta \in \Theta \in R$ 是路径参数, 它与时间有关, 但是它随着时间的变化不是先验的, 而是由一个虚拟输入 $v(t)$ 决定的, 如下表达式所示

$$\dot{\theta}(t) = g(\theta, v), \quad v \in V \subseteq R^1 \quad (3.4)$$

那么, 路径跟踪问题可以描述为, 给定参考路径 P , 找到容许控制 $u(t), v(t)$, 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|h(t) - p(\theta(t))\| = 0 \quad (3.5a)$$

$$\dot{\theta}(t) \geq 0 \quad (3.5b)$$

公式 3.4a 是将系统状态与参数化路径的当前状态误差为零作为目标。同时, 公式 3.4b 是对路径参数变化的约束, 这样可以确保路径是沿着向前的方向运动的。

假设 1 参考路径 P 包含在系统状态的可行集合内, 即 $P \subseteq X$ 。

假设 2 存在容许控制输入 $u(t), v(t)$, 满足系统所有的状态约束 $x(t) \in X$ 和路径参数 $\theta(t) \in \hat{\theta}$ 。

对于任意时间 $t \geq t_0$, 存在容许控制输入 $u(t), v(t)$, 可以使得路径跟踪误差

$$e = y(t, t_0, u(\cdot) | y_0) - p(\theta(t, t_0, \hat{v}(\cdot) | \theta_0))$$

及其时间导数

$$\dot{e} = f(x(t, t_0, u(\cdot) | x_0), u(\cdot)) - \frac{\partial p(\theta(t, t_0, v(\cdot) | \theta_0))}{\partial \theta} \dot{\theta} x(t, t_0, v(\cdot) | \theta_0) \text{ 为零。}$$

假设 3 存在虚拟控制输入 $v(t)$ 和连续可导函数 $g(\theta, v)$ 使得

$$\dot{\theta} := g(\theta, v)$$

并且, $\forall v \in V$ 和 $\forall \theta \in \Theta$ 都使得 $g(\theta, v) > 0$ 。

假设 4 $f(x, u)$ 与 $h(x)$ 都是光滑的向量场, 并且是关于 x 局部 Lipchitz 的。

考虑给定系统 3.1 和参考路径 P , 设计控制器实现:

1 路径收敛性: 系统输出 $y = h(x)$ 与路径 P 的偏差是渐近收敛的, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|h(x(t)) - p(\theta(t))\| = 0$$

2 路径收敛性: 对于任意时间 $t \geq t_0$, 满足 $\dot{\theta}(t) > 0$, 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_{\max}$, 确保

系统输出是沿着路径参数 $\theta(t)$ 单调递增的方向前进的。

3 满足约束: 对于任意时间 $t \geq t_0$, 系统的状态和输入始终满足状态约束 $x \in X$ 和输入约束 $u \in U$ 。

3.2.2 机械臂的路径跟踪问题描述

根据 3.1.1 节的分析, 本节通过一个新的常微分方程来描述路径参数 θ 随时间的变化规律, 这个常微分方程通常被称为定时定律, 是通过虚拟路径参数 v 来控制的。

假设 5 对于 $\forall d \in 1, \dots, \hat{r} - 1$, 存在 $\theta^{(d)}(t) = v(t)$, $\theta_0(t) = \theta_0$, $\theta^{(d)}(t_0) = 0$, 其中 $\hat{r} = \max\{r, \dots, r_{n_y}\}$, $r, \dots, r_{n_y}$ 为 2.4 节中所提出的相对阶向量。

假设 6 路径参数 $p(\theta)$ 与 $\hat{r}$ 是连续可微的。

那么, 定时定律可以写成如下状态空间表达式

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= g(\theta, v) = A\omega + Bv, \quad z(t_0) = (\theta, 0, \dots, 0) \in R^{\hat{r}} \\ \theta &= C\omega = \omega_1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中

$$C = (1, 0, \dots, 0) \in R^{1 \times n_x}$$

$$A := \left(\begin{array}{c|c} 0^{(\hat{r}-1) \times 1} & I^{(\hat{r}-1) \times (\hat{r}-1)} \\ \hline 0 & 0^{1 \times (\hat{r}-1)} \end{array} \right) \in R^{\hat{r} \times \hat{r}} \quad B := (0, \dots, 0, 1)^T \in R^{\hat{r}}$$

取 $\omega = (\theta, \dot{\theta}, \dots, \theta^{(\hat{r}-1)})^T$ 为系统的状态，只需要求解出 θ 并且保证 $\dot{\theta} > 0$ 就可以解决路径跟踪问题。通过公式 3.6 对虚拟的输出路径参数动态的描述，引入增广系统如下

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f(x, u) \\ g(\omega, v) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e_y \\ e_\theta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} h(x) - p(\theta) \\ \theta - \theta_{\max} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.7)$$

增广系统 3.7 的输出由两部分组成。第一部分为输出空间中 $e_y = h(x) - p(\theta)$ 的路径跟踪误差，第二部分为定时定律中的第一个状态 θ 与参数最大值 $\theta_{\max}$ 的误差， $\theta_{\max}$ 的选取会影响路径终点的位置。路径跟踪控制器的只要实现 e_y 到 0 和 θ 到 $\theta_{\max}$ 的收敛，就可以解决机械臂系统的路径跟踪问题。

3.3 基于 NMPC 的路径跟踪控制器设计

模型预测控制被广泛应用于高度非线性且含有约束条件的现代工业过程控制中，它对系统的模型要求不高、算法简单易设计、鲁棒性强。模型预测控制的中心思想是在预测模型、滚动优化和反馈校正这三项基本原理上建立的。

非线性模型预测控制相比于其他控制器而言，能够以结构化的方式考虑路径跟踪控制任务中的约束条件，并且可以通过满足终端要素条件实现路径收敛性，保证 NMPC 的闭环稳定性。本章基于非线性模型预测控制对机械臂设计了路径跟踪控制器，并在其基础上，针对机械臂中存在的不确定项设计了扰动观测器，实现机械臂对参考路径的高精度跟踪。

系统控制框图如图 3.1 所示，首先给定参考路径，由 MPC 控制器根据系统当前的状态进行预测，对系数输出的末端位置进行惩罚，将求解出最优解作用到系统中，最终实现高精度的路径跟踪控制。

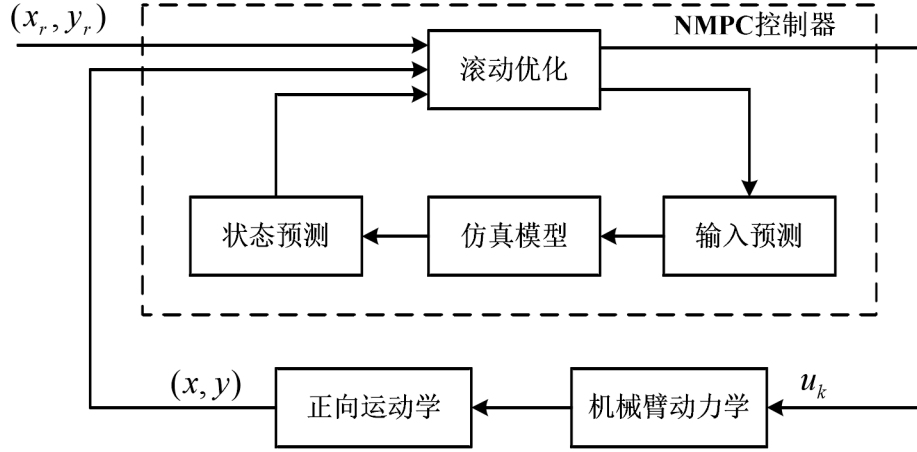


图 3.1 基于 NMPC 的路径跟踪控制框图

3.3.1 控制器设计及优化求解

根据上述对路径跟踪问题的描述与非线性预测控制的介绍,为了解决提出的问题,本节将讨论一种路径跟踪问题的非线性预测控制方案,按照非线性预测控制的标准结构,路径跟踪问题可以描述为一个在线求解的约束优化问题。假设系统不存在外部扰动与模型失配,并且所有的状态变量都可测量,在每一个采样时刻 $t_k = t_0 + k\delta$ ($k \in N_0$, 采样周期 $\delta > 0$), 约束优化问题^[44]可以描述为:

$$\text{优化问题 1:} \quad \min_{\bar{u}_k(\cdot), \bar{v}_k(\cdot)} J(x(t_k), \omega(t_k), \bar{u}_k(\cdot), \bar{v}_k(\cdot)) \quad (3.8)$$

满足约束条件:

$$\dot{\bar{x}}(\tau) = f(\bar{x}(\tau), \bar{u}(\tau)), \quad \bar{x}(t_k) = x(t_k) \quad (3.9a)$$

$$\dot{\bar{\omega}}(\tau) = g(\bar{\omega}(\tau), \bar{v}(\tau)), \quad \bar{\omega}(t_k) = \omega(t_k) \quad (3.9b)$$

$$\bar{e}_y(\tau) = h(\bar{x}(\tau)) - p(\bar{\omega}_l(\tau)) \quad (3.9c)$$

$$\bar{e}_\theta(\tau) = \bar{\omega}_l(\tau) - \theta_{\max} \quad (3.9d)$$

$$\bar{x}(\tau) \in X, \quad \bar{u}(\tau) \in U \quad (3.9e)$$

$$\bar{\omega}(\tau) \in W, \quad \bar{v}(\tau) \in V \quad (3.9f)$$

$$(\bar{x}(t_k + N), \bar{u}(t_k + N))^T \in \Omega \quad (3.9g)$$

其中目标函数为:

$$J(x(t_k), \omega(t_k), \bar{u}_k(\cdot), \bar{v}_k(\cdot)) = \int_{t_k}^{t_k+N} F(\bar{e}_y(\tau), \bar{e}_\theta(\tau), \bar{u}(\tau), \bar{v}(\tau)) d\tau + E(\bar{x}(t_k+N), \bar{\omega}(t_k+N)) \quad (3.10)$$

$N \in (\delta, \infty)$ 为预测时域。 $\bar{x}, \bar{\omega}$ 为系统预测方程中的状态， $\bar{u}, \bar{v}$ 为系统预测方程中的控制输入。 $E(\bar{x}(t_k+N), \bar{\omega}(t_k+N))$ 为终端惩罚项， $(\bar{x}(t_k+N), \bar{\omega}(t_k+N))^T \in \Omega$ 为终端约束，目标函数中的 F 函数与 E 函数为

$$F(e_y, e_\theta, u, v) = e^T Q e + \tilde{u}^T R \tilde{u} \quad (3.11)$$

$$E(\bar{x}(t_k+N), \bar{\omega}(t_k+N)) = \tilde{x}^T(t_k+N) P \tilde{x}(t_k+N) \quad (3.12)$$

其中 $e = (\bar{e}_y, \bar{e}_\theta)^T$ ， $\tilde{u} = (\bar{u}, \bar{v})^T$ ， $\tilde{x} = (\bar{x}, \bar{\omega})^T$ ，目标函数 $J(\cdot, \cdot)$ 由路径偏差惩罚项 $e^T Q e$ ，控制输入惩罚项 $\tilde{u}^T R \tilde{u}$ 和终端惩罚项 $E(\tilde{x}(t_k+N))$ 这三部分组成。路径偏差惩罚项 $e^T Q e$ 可以保证系统的输出能够快速跟踪上参考路径，其中 Q 为状态加权矩阵，可以通过调节 Q 矩阵各项值的大小改变系统跟踪参考路径的速度，此项代表控制器的跟踪性能；控制输入惩罚项 $\tilde{u}^T R \tilde{u}$ 的最小化可以保证控制动作的平稳性，减小执行机构由于控制输入变化幅度过大而引起的损耗，其中 R 为控制输入加权矩阵；终端惩罚项 $E(\tilde{x}(t_k+N))$ 与终端域 Ω 可以保证算法的可行性和系统动态对参考路径的渐近收敛性，其中 P 为终端惩罚矩阵。问题 1 中的 3.9g 为终端约束，它可以在每个预测时域的末端，将系统的预测状态 $\bar{x}(t_k+N)$ 都限制在终端域 Ω 内。3.9a、3.9c、3.9e、3.9g 为系统的标准约束，3.9a 表示系统的动力学方程，3.9c 表示系统的输出与参考路径偏差的方程，3.9e 表示系统的状态约束与控制输入约束。

除去标准约束 3.9a、3.9c、3.9e、3.9g，路径参数动力学(3.9b)和虚拟状态、输入约束 3.9f 可以描述参考路径的演变过程，几何参考路径 P 是由路径参数 $\omega_1(t)$ ，即 $\theta(t)$ ，参数化得到的， $\omega_1(t)$ 与时间相关，但是它随着时间的变化不是先验的，而是由一个附加的决策变量 $v(t)$ 决定的。根据约束(3.9f)，可以将虚拟状态约束 ω 定义为

$$W := \{[\theta_0, \theta_1] \times [0, \infty] \times R^{\hat{i}-2}\} \subset R^{\hat{i}} \quad (3.13)$$

上述约束可以确保 $\bar{\theta} = \bar{\omega}_1 \in [\theta_0, \theta_1]$ ，即 $\dot{\theta} > 0$ ，以此确保路径的单调向前运动。为了避免路径参数动力学的解变化幅值过大，虚拟输入 $\bar{v}$ 被限制在紧集 V 上，即 $V = [v_{\min}, v_{\max}] \subset R$ ，其中 $v_{\min} \leq 0 \leq v_{\max}$ 。

为了解决微分方程 3.9a, 3.9b，需要在每一个采样时刻都给出一个初始条件。路径参数 $\omega(t_0)$ 的初始值选择方法如下，若参考路径上的指定初始值为 $p(\theta(t_0))$ ，则在初始采样时刻将相应的路径参数选择为初始条件 $\theta(t_0)$ 。当参考路径上没有预先指定初始点，则可以通过求解以下最优问题得到 $\bar{\omega}(t_0)$ ：

$$\bar{\omega}(t_0) = (\theta(t_0), 0, \dots, 0)^T \quad (3.13)$$

$$\theta(t_0) = \arg \min_{\omega \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]} \|h(x(t_0) - p(\theta))\| \quad (3.14)$$

上述最小化问题可能有多个最优解决方案。在这种情况下，可以选择其中一个作为时序定律方程的初始条件。在下一个采样时刻，新的测量状态 $x(t_k)$ 作为 3.9a 的初始条件。但是，定时定律 3.9b 的初始条件是在 t_k 时刻的最后预测值，即 $\omega(t_k) = \bar{\omega}(t_k, t_k - 1, \bar{\omega}(t_k - 1)\bar{v})$ 。

上述 NMPC 控制方案的原理为：在每一个采样时刻，以当前时刻的系统状态为起点，通过在线求解优化问题 1 得到容许控制序列和预测轨迹，并将该最优控制序列的第一个解作用到被控对象上。在下一时刻，则以新的测量信息为起点重复以上过程。假设 Δ 为采样时间，所提出的 NMPC 控制方案在每一个采样时刻的执行流程如下所示：

Step 1 : 初始化 $k = 0$ ，获得系统状态 $x(t_k)$ ；

Step 2 : 求解优化问题 1，获得可行解 $u(\cdot)$ ， $v(\cdot)$ ；

Step 3 : 将控制输入值 $u(\tau)$ ， $\tau \in [t_k, t_k + \Delta]$ 作为当前输入作用于被控对象，更新系统状态和输出；

Step 4 : 用附加控制输入值 $v(\tau)$ ， $\tau \in [t_k, t_k + \Delta]$ 更新路径参数 $\omega(\tau)$ ；

Step 5 : 令 $t_k := t_k + \Delta$, 返回 Step 2。

本文采用的 NMPC 控制方案仅需要在初始时刻对机械臂的末端位置求得对应的各关节角度用于更新系统状态, 在优化过程中直接对机械臂末端位置进行惩罚, 并且通过约束避免了机械臂关节角度值的突变, 省略了在线求解时机械臂运动学求逆的过程, 进而实现加快求解速度的目标。

3.3.2 算法可行性与收敛性分析

最优解的滚动优化并不一定会保证开环系统的稳定性, 也无法使闭环输出收敛到路径。合理选择终端惩罚函数 $E(\tilde{x})$ 、终端控制律 $u_F(\tilde{x})$ 和终端域 Ω , 是确保 NMPC 控制方案的可行性和对参考路径的收敛性的关键。终端要素^[71]的特性如下所示:

1. $E(\tilde{x})$ 对 $\tilde{x}$ 是连续可微的, $E(0) = 0$ 且 $x \neq 0$ 时, $E(0) \neq 0$;
2. $u_F(\tilde{x})$ 不直接作用于系统, 仅用来求解 $E(\tilde{x})$ 和集合 Ω ;
3. $\Omega \subset X$ 是一个包含原点且连通的紧集。
4. 当 $\tilde{x}(t) \in \Omega$ 时, 控制律 $u_F(\tilde{x})$ 可以使得系统满足约束 3.9e, 并且是正不变的。

在标准 NMPC 的结构中, 终端惩罚 $E(\tilde{x})$ 由公式 3.12 给出, 定义终端域 Ω 如下所示

$$\Omega = \{\tilde{x} \in R^n \mid \tilde{x}^T P \tilde{x} \leq \alpha\} \quad (3.15)$$

其中 P 为终端惩罚矩阵, 求解方法将在 3.2.3 节给出。

定理 1 :

考虑非线性系统 3.1, 假设存在终端域 $\Omega \subset X$ 和终端惩罚 $E(\tilde{x})$, 满足以下条件:

1. 假设 1-4 成立
2. 在初始时刻, 优化问题有可行解。
3. 当 $t_k > 0$ 时, 对于 $\forall \tilde{x} \in \Omega$, $E(\tilde{x})$ 满足:

$$\left(\frac{\partial E(x, \omega)}{\partial x}, \frac{\partial E(x, \omega)}{\partial \omega} \right) \cdot \begin{pmatrix} f(x(\tau), u_F(\tau)) \\ g(\omega(\tau), v_F(\tau)) \end{pmatrix} + F(e, e_\theta, u, v) \leq 0 \quad (3.16)$$

4. 对于 $\forall \tilde{x} \in \Omega$ ，存在控制律 $u_F(\tilde{x}) \in \tilde{U}$ ，且当 $\tilde{x} = 0$ 时， $u_F(\tilde{x}) = 0$ 。

根据以上条件，可得知

1. 对于任意时刻 $t_k > 0$ ，优化问题都具有可行解；
2. 当 $t_k \rightarrow \infty$ 时，系统的输出与路径的偏差 e 与路径参数偏差 e_θ 都能够收敛

到零，即系统可以渐近跟踪上参考路径。

证明：

根据优化问题 1，选择系统的最优性能指标函数为 Lyapunov 函数：

$$V(x(t_k), \omega(t_k), u(t_k), v(t_k)) := J(x(t_k), \omega(t_k), u(t_k), v(t_k)) \quad (3.17)$$

在 t_k 时刻，假设存在一个可行解 $\tilde{u}^*(\cdot)$ ，使得目标函数 J_{t_k} 为：

$$\begin{aligned} V_{t_k}(\tilde{x}(t_k), \tilde{u}(t_k)) = J_{t_k} = & \int_{t_k}^{t_k+N} F(\tilde{e}^*(\tau, \tilde{x}^*(\tau)), \tilde{u}^*(\tau)) d\tau \\ & + E(\tilde{x}^*(t_k + N)) \end{aligned} \quad (3.18)$$

其中 $\tilde{x}^*(t_k)$ 为解 $\tilde{u}^*(\cdot)$ 对应的系统状态。

在 $t_k + 1$ 时刻，系统的目标函数为：

$$\begin{aligned} J_{t_k+1} = & \int_{t_k+1}^{t_k+N} F(\tilde{e}^*(\tau, \tilde{x}^*(\tau)), \tilde{u}^*(\tau)) d\tau + \int_{t_k+N}^{t_k+N+1} F(\tilde{e}(\tau, \tilde{x}(\tau)), \tilde{u}(\tau)) d\tau \\ & + E(\tilde{x}(t_k + N + 1)) \end{aligned} \quad (3.19)$$

在此时刻最优解优于可行解，定义 $V_{t_k+1} \leq J_{t_k+1}$ ，因此

$$\begin{aligned} V_{t_k+1} - V_{t_k} & \leq J_{t_k+1} - V_{t_k} \\ & = - \int_{t_k}^{t_k+1} F(\tilde{e}^*(\tau, \tilde{x}^*(\tau)), \tilde{u}^*(\tau)) d\tau + \int_{t_k+N}^{t_k+N+1} F(\tilde{e}(\tau, \tilde{x}(\tau)), \tilde{u}(\tau)) d\tau \\ & \quad + E(\tilde{x}(t_k + N + 1)) - E(\tilde{x}^*(t_k + N)) \end{aligned} \quad (3.20)$$

对式 3.16 积分可得

$$E(\tilde{x}(t_k + N + 1)) - E(\tilde{x}^*(t_k + N)) \leq - \int_{t_k+N}^{t_k+N+1} F(\tilde{e}(\tau, \tilde{x}(\tau)), \tilde{u}(\tau)) d\tau \quad (3.21)$$

结合式 3.20 与式 3.21，可知：

$$V_{t_k+1} - V_{t_k} \leq - \int_{t_k}^{t_k+1} F(\tilde{e}^*(\tau, \tilde{x}^*(\tau)), \tilde{u}^*(\tau)) d\tau \quad (3.22)$$

由式 3.22 可知, V_{t_k} 为单调递减函数, 且下界为零。随着时间的增加, 系统路径跟踪的偏差会渐近收敛到零, 路径参数 θ 会收敛到 $\theta_{\max}$, 即系统 3.1 的输出最终会跟踪上参考路径, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}(t) = 0$ 。

3.3.3 终端域求解

为了选择满足定理 1 条件的终端约束集和终端惩罚项, 本文提出了一种基于多面体线性微分包含(Polytopic Linear Differential Inclusion, PLDI)的方法。

令增广系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ \dot{\omega} &= g(\omega, v) \end{aligned} \quad (3.23)$$

为

$$\dot{\tilde{x}} = l(\tilde{x}, \tilde{u}) \quad (3.24)$$

其中 $\tilde{x} = [x \ \omega]^T$, $\tilde{u} = [u \ v]^T$ 。 $\tilde{x} = 0$ 是系统 3.24 的一个平衡点, 对于全部的 $\tilde{x}, \tilde{u}$, 存在集合 Σ_0 使得

$$l(\tilde{x}, \tilde{u}) \in \Sigma_0 \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{u} \end{bmatrix}$$

成立, 其中 $x \in X, \omega \in W$ 是紧集, 系统 3.24 的线性微分包含由 $\Sigma_0 \subseteq R^{4 \times (4+3)}$ 来描述。

假设 Σ_0 可以由线性微分包含 Σ 界定, Σ 的定义如下

$$\Sigma := Co\{[A_{1x} \ B_{1u}], \dots, [A_{nx} \ B_{nu}]\} \quad (3.25)$$

即 $\Sigma_0 := [A \ B] \in \Sigma$, $[A_{ix} \ B_{iu}]$ 为集合 Σ 的多面体顶点矩阵, Co 称为凸包, n 为顶点矩阵的个数, 其中 $i \in [1, N]$, $A_{ix} \in R^{4 \times 4}$, $B_{iu} \in R^{4 \times 2}$ 。由于系统 3.24 是连续可微的, 集合 Σ 可以通过下式获得

$$\left[\frac{\partial l(\tilde{x}, \tilde{u})}{\partial \tilde{x}} \ \frac{\partial l(\tilde{x}, \tilde{u})}{\partial \tilde{u}} \right] \in \Sigma \quad (3.26)$$

对于任意的 $x \in X, \omega \in W, u \in U, v \in V$ 成立。

定理 2 给定加权矩阵 $Q \in R^{3 \times 3}$, $R \in R^{3 \times 3}$ 和系统 3.24 的多面体线性微分包含 3.25^[71]。假设对于任意的 $i \in [1, N]$, 存在 $X > 0$, $X \in R^{4 \times 4}$, $Y \in R^{3 \times 3}$, 使得

$$\begin{bmatrix} AX + BY + (AX + BY)^T & X & Y^T \\ X & -Q^{-1} & 0 \\ Y & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.27)$$

成立, 则系统 3.24 满足不等式 3.16, 记 $E(\tilde{x}) := \tilde{x}^T P \tilde{x}$, $P = X^{-1}$, $u_F(\tilde{x}) = YX^{-1}\tilde{x}$, 其中 X, Y 为正定对称矩阵。

最后, 根据线性矩阵不等式 3.27, 可以求解出系统 3.24 的终端域、终端惩罚矩阵和终端控制律。

3.4 基于扰动观测器的机械臂不确定项补偿

机械臂系统中存在的一些不确定量, 例如外界干扰、参数摄动和未建模动态等, 会影响系统的控制效果, 甚至会导致系统不稳定。为此, 本章提出了一种扰动观测器的控制方法(Disturbance Observer based Control, DOBC), 来抑制这些不确定量对机械臂路径跟踪控制的影响。该方法是鲁棒控制方法的一种^[47], 当存在外界扰动时, DOBC 方法可以提高系统的抗干扰能力; 在机械臂建模过程中, 它还可以处理一些忽略的未建模动态。并且 DOBC 方法不需要建立干扰模型、设计过程简单, 在线估计系统的扰动并补偿到系统, 以此达到抑制扰动的目的。

扰动观测器的优点在于它的设计与控制器的设计是互不影响、单独进行的。因此, 在系统没有受到扰动的影响时, 基于机械臂的模型设计路径跟踪控制器, 使机械臂可以跟踪上参考路径; 当系统受到扰动的影响时, 设计非线性扰动观测器, 对扰动进行实时估计并将估计值通过反馈补偿作用到系统的输入端。如果对扰动的估计值足够准确, 那么作用到机械臂系统的实际控制量仍然为 NMPC 求解出的控制量。当扰动存在时, 通过非线性扰动观测器的反馈补偿机制, 机械臂的路径仍然可以渐近收敛到参考路径。本文通过设计非线性扰动观测器来解决这种控制输入端的扰动, 并对观测器的渐近收敛进行了证明。

3.4.1 非线性扰动观测器的设计

本文针对机械臂的路径跟踪问题是通过第二章的公式 2.10 设计非线性模型

预测控制器，所以本文的扰动观测器也是针对式 2.10 设计的。

第二章提出的动力学模型如下

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= M(x_1)^{-1} [u - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)]\end{aligned}\quad (3.19)$$

其中 $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ 为状态变量， $u = [u_1, u_2]^T$ 为控制输入。

考虑控制输入端扰动，将系统 3.19 整理为一般形式，如下所示

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u + g_2(x)d \quad (3.20)$$

$$\text{其中 } f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ M_1^{-1}(x_1)[C_1(x_1)x_2 - G_1(x_1)] \\ x_4 \\ M_2^{-1}(x_1)[C_2(x_1)x_2 - G_2(x_1)] \end{bmatrix}, \quad g_1(x) = \begin{bmatrix} M_1^{-1} & \\ & M_2^{-1} \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix},$$

$$g_1(x) = g_2(x)。$$

基于系统 3.20 设计扰动观测器如下

$$\begin{aligned}\hat{d} &= \zeta + p(x) \\ \dot{\zeta} &= -l(x)g_2(x)\zeta - l(x)(g_2(x)p(x) + f(x) + g_1(x)u)\end{aligned}\quad (3.21)$$

并且

$$l(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x}$$

假设 7 假设扰动的导数有界，并且相对于扰动观测器的动态，扰动是慢变的，即对于 $\forall t > 0$ ， $\|\dot{d}\| \leq \varepsilon$ ，其中 ε 为常数。

定理 3 假设系统 3.20 中的扰动是输入端扰动且满足假设 7，选取 $l(x)$ 使得 $-l(x)g_2(x)$ 是渐近稳定的，则扰动观测器 3.21 的估计值 $\hat{d}$ 就可以渐近跟踪上系统中的扰动 d ，并且最大跟踪误差 $\|d - \hat{d}\|_\infty$ 与 ε 成正比^[47]。

证明：将扰动观测器的误差定义为

$$e_d = d - \hat{d} \quad (3.22)$$

根据系统 3.20 和扰动观测器 3.21，可得

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_d &= \dot{d} - \dot{\hat{d}} \\
 &= \dot{d} - \left(\dot{\varsigma} + \frac{\partial p(x)}{\partial x} \dot{x} \right) \\
 &= \dot{d} + l(x) g_2(x) \varsigma + l(x) [g_2(x) p(x) + f(x) + g_1(x) u] \\
 &\quad - l(x) [f(x) + g_1(x) u + g_2(x) d] \\
 &= \dot{d} + l(x) g_2 [\varsigma + p(x) - d] \\
 &= \dot{d} - l(x) g_2(x) e_d
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

上述微分方程的解为

$$e_d(t) = e^{-l(x)g_2(x)t} \cdot e_d(0) - \int_0^t e^{-l(x)g_2(x)(t-\tau)} \dot{d} d\tau \tag{3.24}$$

根据假设 7 和范数的性质，可得

$$\begin{aligned}
 \|e_d(t)\| &\leq \|e^{-l(x)g_2(x)t} \cdot e_d(0)\| + \left\| \int_0^t e^{-l(x)g_2(x)(t-\tau)} \dot{d} d\tau \right\| \\
 &\leq \|e^{-l(x)g_2(x)t} \cdot e_d(0)\| + \varepsilon \int_0^t \|e^{-l(x)g_2(x)(t-\tau)}\| d\tau
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

由于 $-l(x)g_2(x)$ 是渐近稳定的，则存在 $M \geq 1, \beta < 0$ 使得

$$\|e^{-l(x)g_2(x)t}\| \leq M e^{\beta t}, \quad t \geq 0$$

整理式 3.25 可得

$$\begin{aligned}
 \|e_d(t)\| &\leq M e^{\beta t} \|e_d(0)\| + \varepsilon \int_0^t M e^{\beta(t-\tau)} d\tau \\
 &= M e^{\beta t} \|e_d(0)\| - \frac{\varepsilon M}{\beta} (1 - e^{\beta t}) \\
 &= M \left(\|e_d(0)\| + \frac{\varepsilon}{\beta} \right) e^{\beta t} - \frac{\varepsilon M}{\beta}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

由于 $\beta < 0$ ，且 $\varepsilon > 0$ 和 $M > 0$ ，则 $\|e_d(t)\|$ 有界，并且当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$\|e_d(t)\| \rightarrow -\frac{\varepsilon M}{\beta} \tag{3.27}$$

根据上述推导可得，扰动观测器 3.21 使估计值 $\hat{d}$ 渐近跟踪上系统中的扰动 d ，

但存在静差。

定理 4 考虑系统 3.19，选取

$$l(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

根据 $l(x)$ 和 x 可以求得 $p(x) = \int l(x)dx + C$ ，其中 $C \in R^{2 \times 1}$ 为常数矩阵。则扰动观测器 3.21 是指数收敛的。

推论 1 对于常值有界的扰动，扰动观测器 3.21 可以渐近跟踪上扰动。

证明：由于 $l(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，则 $-l(x)g_2(x) = -\begin{bmatrix} M_1 & \\ & M_2 \end{bmatrix}^{-1}$ 的特征根均位于虚轴的左半平面内，即 $-l(x)g_2(x)$ 是渐近稳定的。根据定理 1 可知，系统 3.23 是输入到状态渐近稳定的。

3.4.2 机械臂的 DOBC 控制器设计

通过对上一节所介绍的路径跟踪的控制方法进行改进，便可以实现对非线性机械臂的控制。将 DOBC 策略与 NMPC 方法相结合，进而解决机械臂的跟踪控制问题。进一步的，利用系统的传统动力学模型，将关节力矩作为整个系统的控制变量，在整体的控制结构上加入扰动观测器，实现机械臂的路径跟踪控制。系统的控制框图如图 3.2 所示。

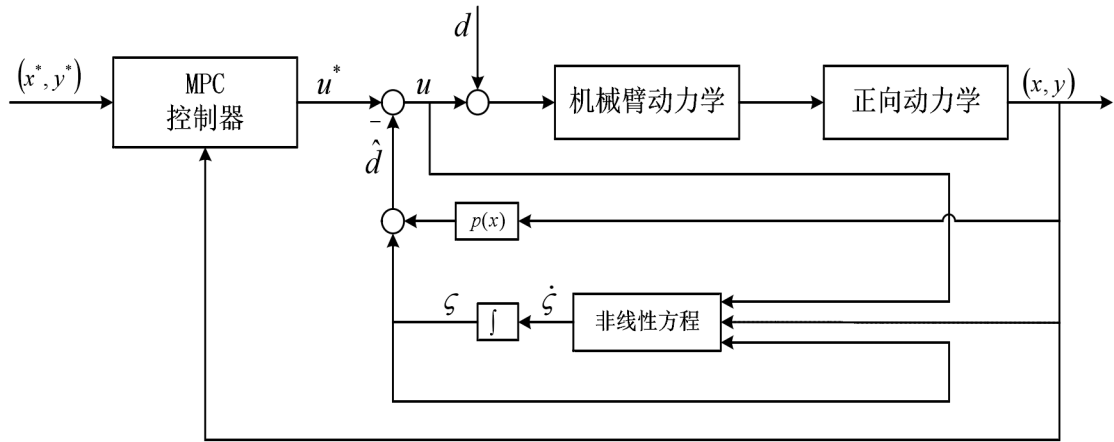


图 3.2 基于 DOBC 的机械臂路径跟踪控制框图

首先，控制器的设计需要以下的假设，即模型不存在外部扰动、模型失配和参数不确定的情况。然后，机械臂的路径跟踪控制过程如下，基于当前时刻的各个状态量设计控制器，求解出名义的控制量 u ，使机械臂的按照期望轨迹运行，如果有控制输入端的扰动存在时，便可以利用扰动观测器，估计出系统扰动的值，并将其反馈到控制输入通道内，由此我们可以看出机械臂的实际控制量为

$u^* = u + d - \hat{d}$ 。如果所选取的扰动观测器能够渐近收敛，则机械臂系统由 NMPC 控制，这样仍然可以保证算法的可行性和收敛性。

基于 DOBC 的路径跟踪控制步骤如下所示：

1. 假设系统不存在扰动时，基于系统 3.7 设计名义 NMPC 控制器，在满足状态约束和输入约束的条件下，保证机械臂的末端位置对参考路径的渐近收敛性；
2. 如果在控制输入端有未知不可测的扰动时，便需要根据式 3.21 设计非线性观测器，进而来估计扰动的大小；
3. 将第二步所测量到的扰动反馈补偿到控制输入通道内，以此来抑制扰动给系统带来影响；
4. 将 NMPC 控制器和反馈补偿器的控制律结合起来，构成基于 DOBC 的 NMPC 控制律。

3.5 仿真结果

为了验证控制方案的有效性，本文在 Matlab 2016b 中进行了仿真实验，机械臂的动力学参数如下所示，具体系数见表 1，系统约束条件及控制器的参数见表 2 所示

$$M(q) = \begin{pmatrix} b_1 + b_2 \cos(q_2) & b_3 + b_4 \cos(q_2) \\ b_3 + b_4 \cos(q_2) & b_5 \end{pmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = -c \sin(q_2) \begin{pmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} g_1 \cos(q_1) + g_2 \cos(q_1 + q_2) \\ g_2 \cos(q_1 + q_2) \end{pmatrix}$$

$$\tau_f(\dot{q}) = \begin{pmatrix} \mu_1 \arctan(\dot{q}_1) \\ \mu_2 \arctan(\dot{q}_2) \end{pmatrix}$$

表 1 机械臂的具体系数

$b_1 = 200$	$b_2 = 50$
$b_3 = 23.5$	$b_4 = 25$
$b_5 = 122.5$	$c_1 = -25$
$g_1 = 784.8N$	$g_2 = 245.3N$
$l_1 = 0.5m$	$l_2 = 0.5m$
$\mu_1 = 0.2$	$\mu_2 = 0.2$

表 2 控制器参数

预测时域 $N = 10$	路径参数约束 $\dot{\theta} > 0$, $0 < \theta \leq 2\pi$
采样时间 $T_s = 0.01s$	终端域 $\alpha = 3.13$
加权矩阵 $Q = \begin{bmatrix} 2 \times 10^4 & & \\ & 2 \times 10^4 & \\ & & 5 \end{bmatrix}$	加权矩阵 $R = \begin{bmatrix} 0.5 & & \\ & 0.5 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$
输入约束 $-100 < \tau_1 < 100$ $-100 < \tau_2 < 100$	终端惩罚矩阵 $P = \begin{pmatrix} 1.73 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.73 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1.73 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1.73 \end{pmatrix}$

3.5.1 路径跟踪仿真结果

给定圆形参考路径如下所示

$$x = 0.3 + 0.2 \sin \theta$$

$$y = 0.3 + 0.2 \cos \theta$$

图 3.3 为机械臂圆形路径跟踪仿真结果图，其中红色虚线为参考路径，蓝线机械臂实际末端位置。由图 3.3 可以看出，机械臂在 NMPC 的控制策略下可以渐近跟踪上参考路径。由图 3.4 可以看出 x 方向与 y 方向的偏差大约在 0.5s 内收敛到零，路径参数 θ 在 7s 内达到最大值 2π ，即为机械臂在 7s 内可以完成对圆形

路径的跟踪。由图 3.5 可以看出，机械臂各关节力矩均在约束内，路径参数的增量 $\dot{\theta} \geq 0$ ，满足系统始终向前运动的约束。机械臂的初始位置为 $(x_0, y_0) = (0.36, 0.67)$ 。

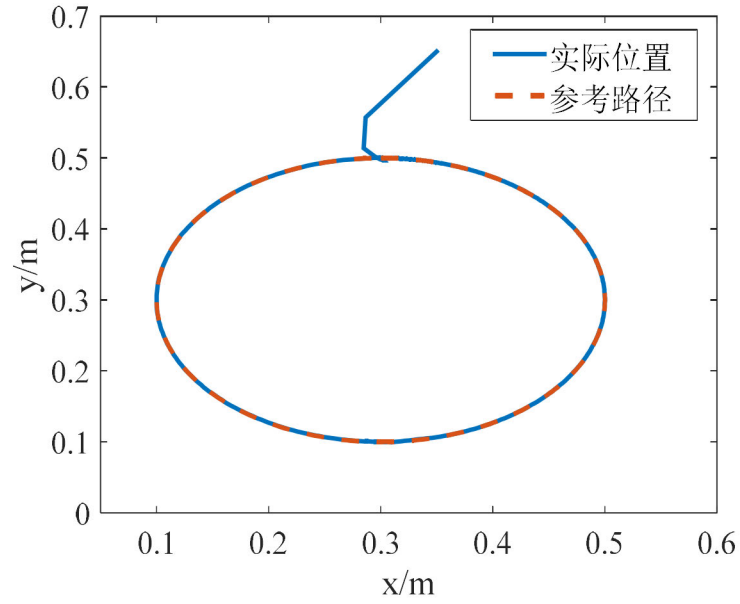


图 3.3 圆形路径跟踪仿真图

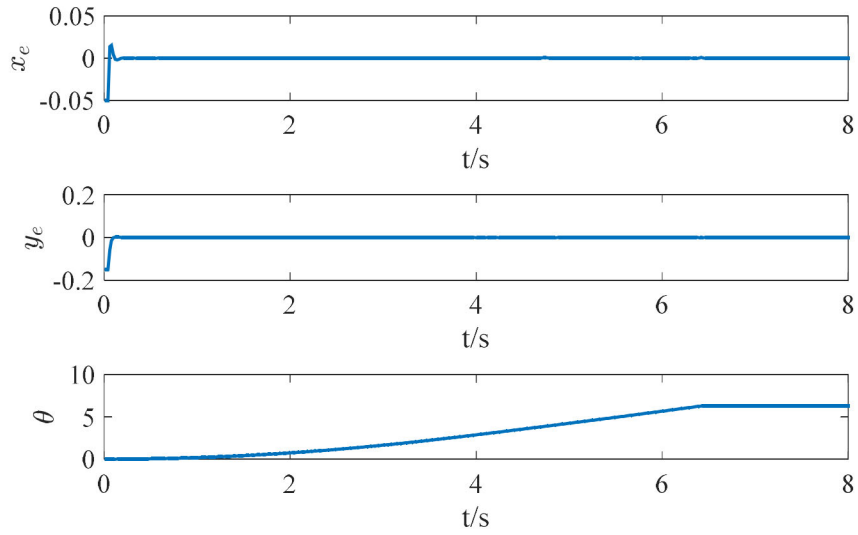


图 3.4 机械臂各方向的跟踪偏差及路径参数

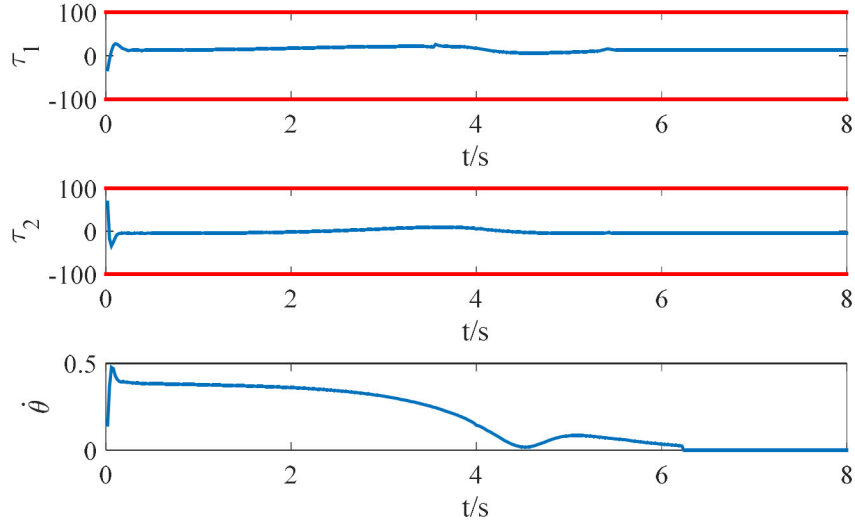


图 3.5 各关节力矩与路径参数增量

给定 Sin 参考路径如下

$$x = 0.4 + 0.3 \sin \theta$$

$$y = 0.2(1 - \theta) / 2\pi + 0.8\theta / 2\pi$$

图 3.6 为机械臂 Sin 路径跟踪仿真结果图，其中红色虚线为参考路径，蓝线机械臂实际末端位置。由图 3.6 可以看出，机械臂在 NMPC 的控制策略下同样可以渐近跟踪上 Sin 参考路径。并且可以保证系统收敛到路径的速度以及状态和输入的约束，机械臂的初始位置为 $(x_0, y_0) = (0.37, 0.22)$ 。

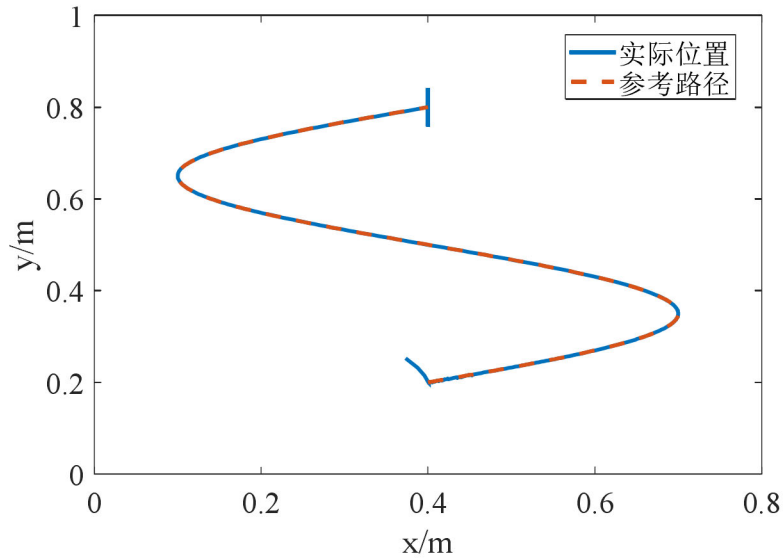


图 3.6 Sin 路径跟踪仿真图

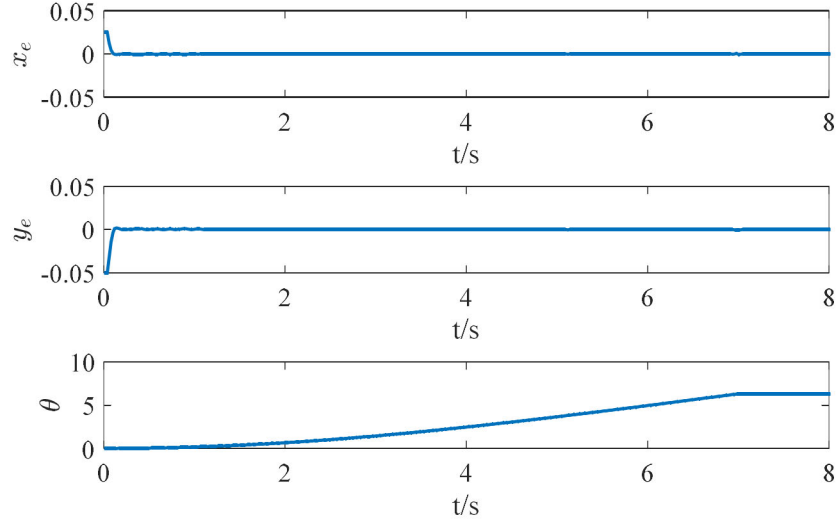


图 3.7 机械臂各方向的跟踪偏差及路径参数

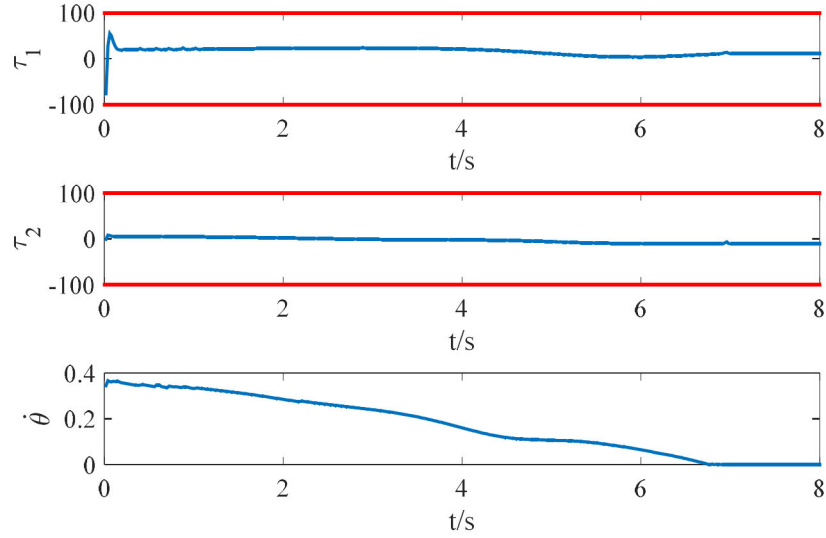


图 3.8 各关节力矩与路径参数增量

3.5.2 扰动观测器仿真结果

图 3.6 为加入扰动后的路径跟踪仿真结果图，加入扰动后，末端轨迹渐渐偏离参考轨迹，误差增大，其扰动为

$$d_v = \begin{cases} 50(1 - e^{-0.05(t-100)}), & t \geq 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

在仿真图 3.6 中可以看出有干扰存在的情况下，仅仅只有模型预测控制算法，机械臂并不能保证对参考路径的渐近收敛性。

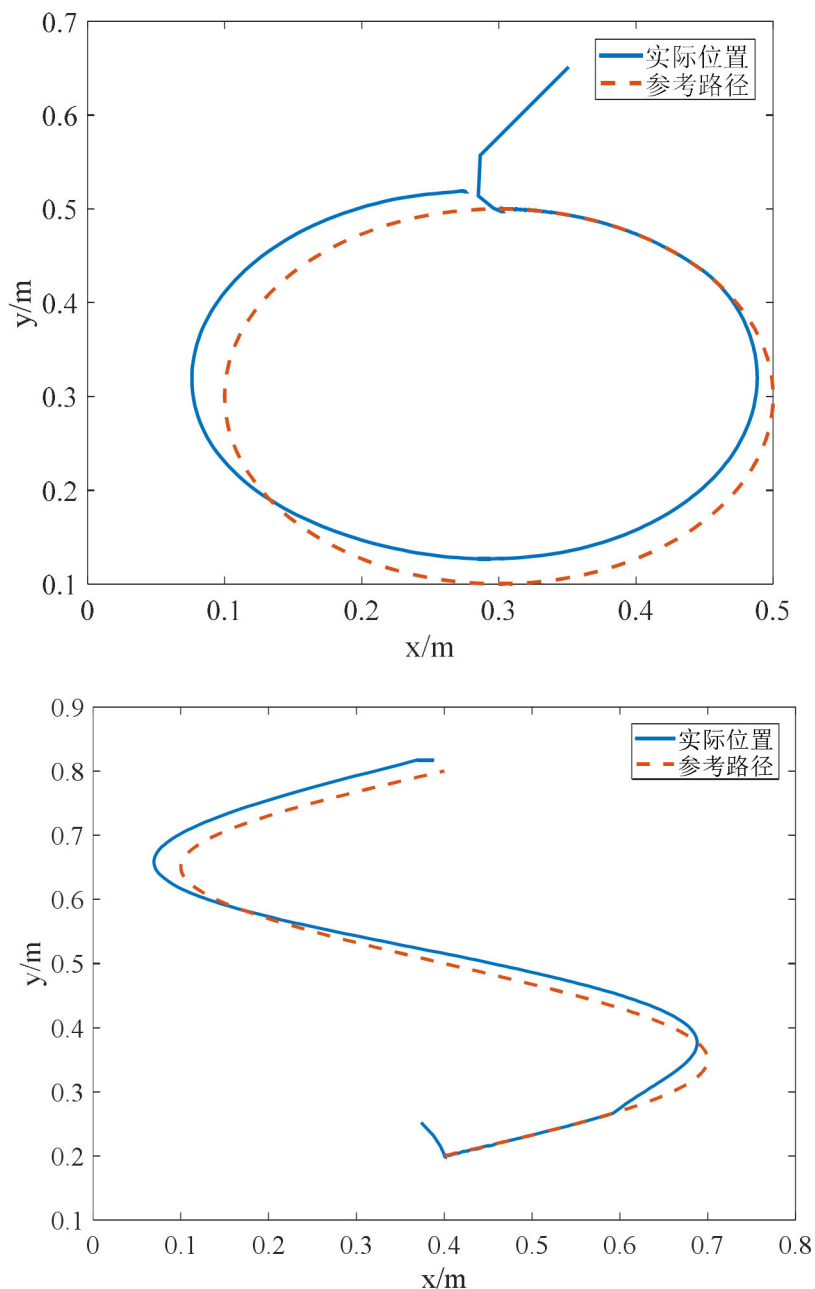


图 3.6 加入扰动后的仿真结果图

为了抑制扰动对系统的影响，本文设计了基于 DOBC 的路径跟踪控制方案，图 3.7 为基于 DOBC 的圆形路径跟踪控制，蓝色实线为机械臂实际位置，红色虚线参考路径，为可以看出在扰动观测器的作用下，尽管 4s 后系统存在慢变扰动，但机械臂仍然可以渐近收敛到路径。根据图 3.8 可以看出，该控制策略可以满足机械臂的控制输入与路径参数约束，并且跟踪误差渐近趋近到零。图 3.9 为实际扰动与扰动观测器估计值的对比，可以看出扰动观测器可以估计出实际的扰动。

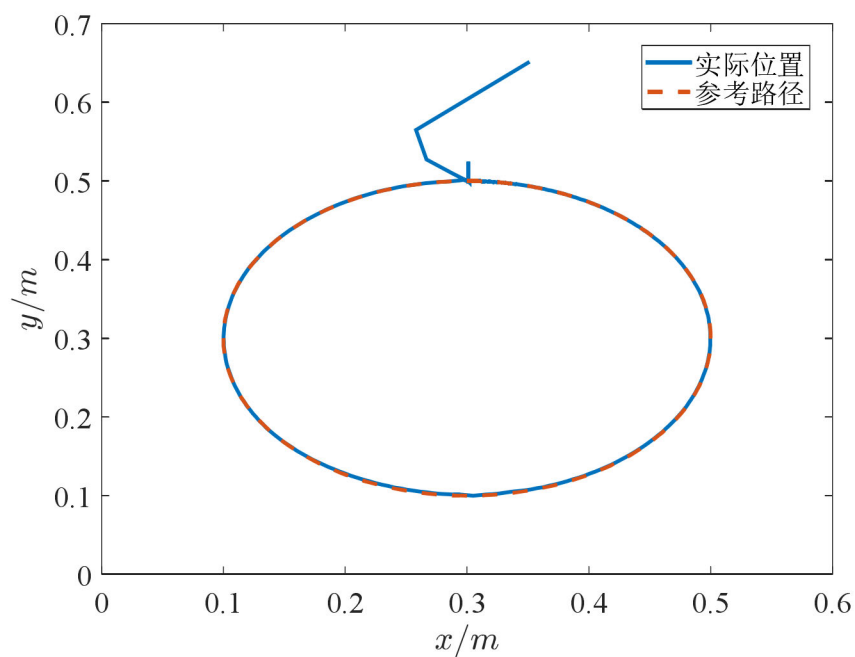


图 3.7 基于 DOBC 的圆形路径跟踪控制仿真图

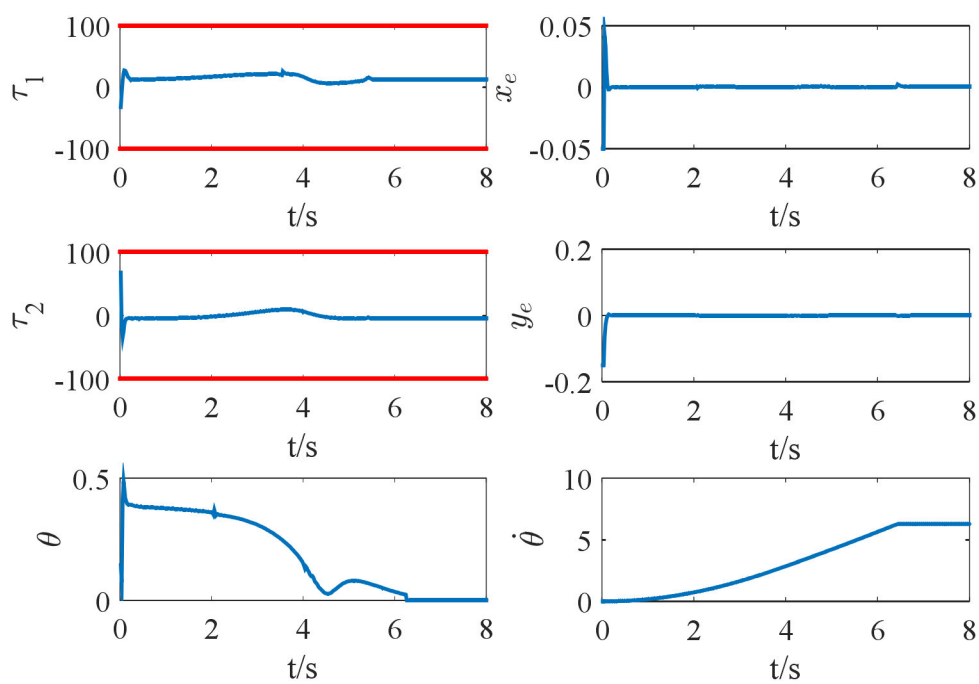


图 3.8 控制输入与路径跟踪误差

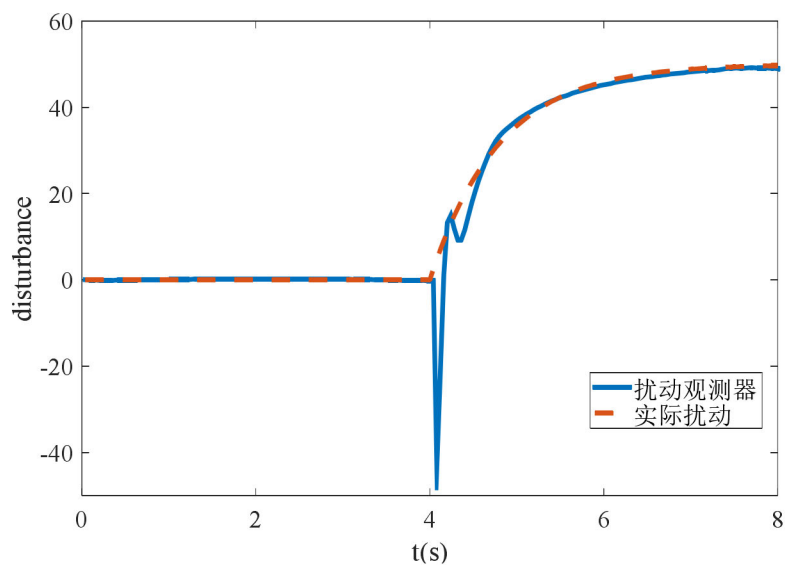


图 3.9 扰动观测器输出

图 3.10 为基于 DOBC 的 Sin 路径跟踪控制，可以看出该控制方案在 Sin 路径下仍然可以实现渐近收敛到路径，并且根据图 3.11 可以看出该控制方案满足控制约束和路径参数约束，同时由图 3.12 可以看出扰动观测器的输出可以渐近收敛到实际扰动。

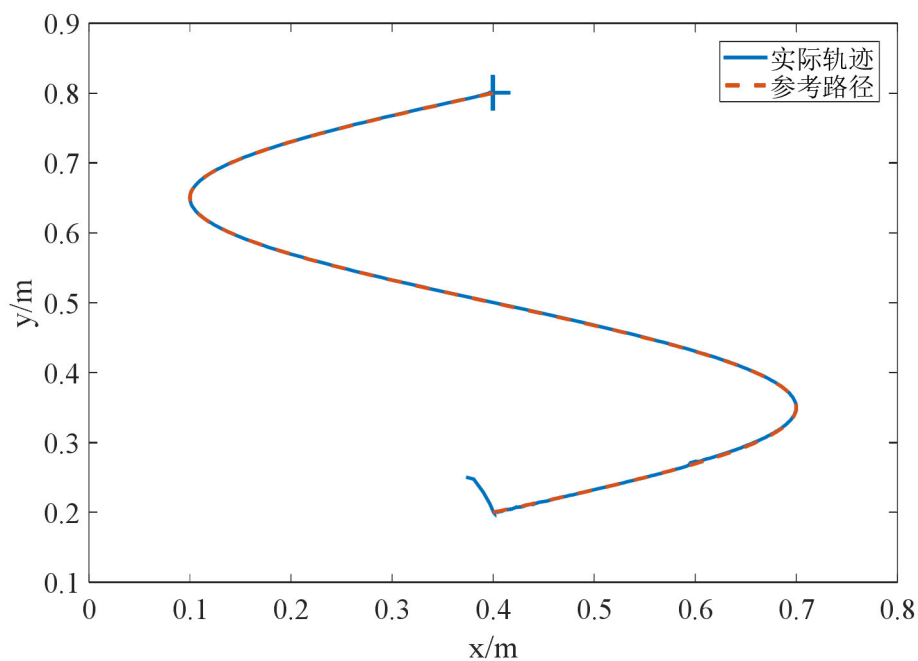


图 3.10 基于 DOBC 的 Sin 曲线路径跟踪

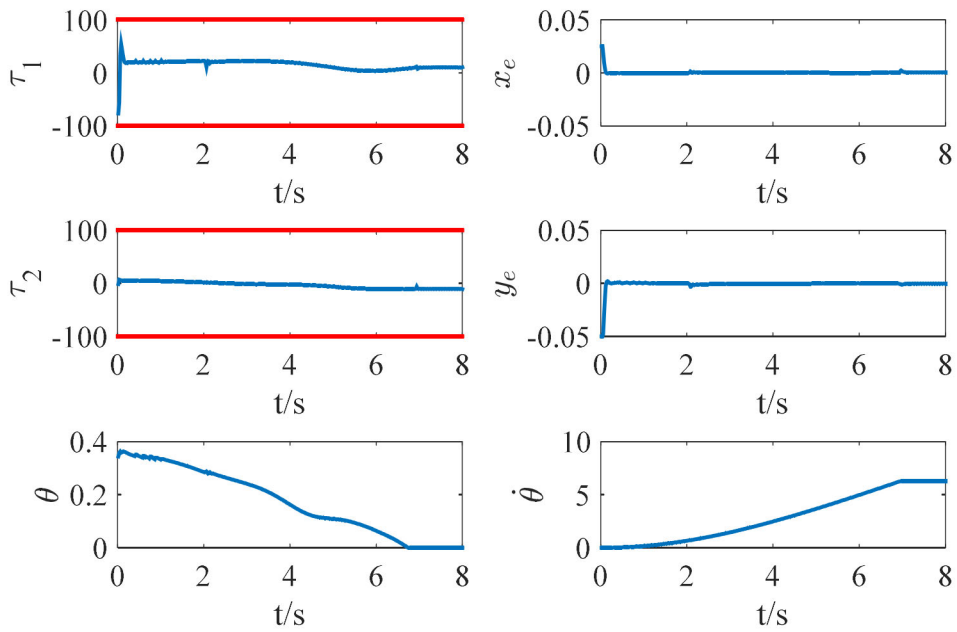


图 3.11 控制输入与路径跟踪误差

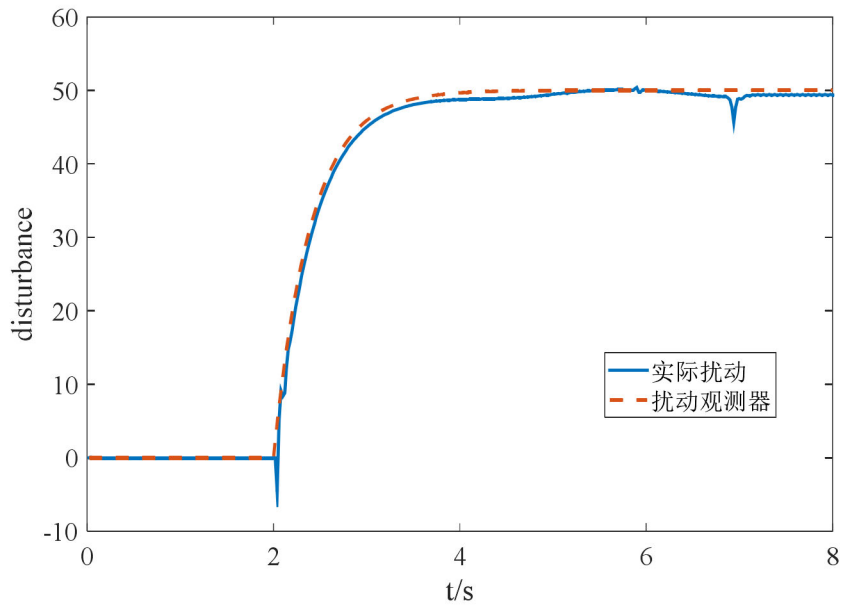


图 3.12 扰动观测器输出

3.6 本章小结

本章首先对机械臂定义在输出空间中的路径跟踪问题进行了描述,当系统不存在扰动时,针对该问题提出了 NMPC 控制策略,为了证明算法的可行性和渐近收敛性,给出了终端要素的求解方法。考虑系统中存在未知不确定性扰动时,

设计了非线性扰动观测器估计出系统的扰动，并反馈补偿到控制输入端，达到抑制扰动的目的。本文对上述控制方案进行了仿真实验，当系统中不存在扰动时，本章提出的 NMPC 控制策略可以保证机械臂对参考路径的渐近收敛性能，同时满足约束条件；当系统中存在未知扰动时，扰动观测器可以估计出扰动并补偿到控制输入通道实现对抑制的扰动，使得机械臂可以渐近收敛到参考路径。

第4章 基于阻抗控制的末端力柔顺控制

4.1 引言

机械臂的许多操作任务都需要与环境的交互作用,例如铣削,去毛刺,焊接,扭曲,磨削,敲打,抛光和切割。这仅采用运动控制策略(即忽略力)是不够的,甚至会导致控制系统不稳定,所以在运动控制的基础上考虑力控制是非常必要的,机械臂的力/位置控制可以分为两类:被动柔顺和主动柔顺。被动柔顺是由机器人操纵器的结构机械柔性引起的,它是由链节,裂口,接头,执行器和被操纵物体的有限刚度定义,在经典的被动顺应性控制/设计中,不需要测量力^[63]。在主动柔顺控制中,末端执行器和环境之间的相互作用是通过用户定义的控制律来改变“关节刚度”来控制的,这样机械手的末端执行器和环境之间的相互作用实际上被看作是一个由接触力驱动的一般质量弹簧阻尼器系统。因此,在主动顺应性方法中需要一个力的测量。测得的力反馈给控制器,并与期望的力进行比较以更新轨迹。

在机器人技术中,主要的主动柔性控制方法有两种:阻抗控制^[72]和力位混合控制^[74]。力/位混合控制是将工作空间分为力控制子空间和位置控制子空间,需要根据环境的状况实时在这两个子空间中不断切换。但是对于机械臂控制,位置控制与力控制的要求相悖,位置控制需要机械臂的低柔性保证跟踪精度,而力控制需要以机械臂的低刚性完成与环境接触的柔性控制。阻抗控制分为基于位置的阻抗控制和基于力的阻抗控制,其目的是在末端执行器位置和环境之间设计所需的动态相互作用,从而控制位置和力,也就是说,任何主动柔顺方法都会接收到运动和力的误差,从而为机械臂提供适当的输入。

本章采用基于位置的阻抗控制结合 NMPC 控制策略同时解决机械臂的路径跟踪与力跟踪控制问题,并对阻抗控制的误差进行了分析。考虑到在实际中,获取精准的环境参数是非常困难的,因此本文提出了一种自适应算法,使得阻抗参数能够随着环境的变化在线进行调节,提高对机械臂系统对环境信息变化的适应性。

4.2 机械臂的阻抗控制

4.2.1 阻抗控制原理

1985 年, Hogan 提出了机械臂的阻抗控制^[73], 该方法是围绕物理系统之间相互作用的机理而展开的, 在此基础上考虑机械臂末端与环境之间的能量交换, 进一步提出了阻抗控制。阻抗控制并不直接控制机械臂末端与环境之间的接触力, 而是通过分析机械臂末端与环境之间的动态关系, 将力控制和位置控制综合起来考虑, 以相同的策略实现力控制和位置控制, 其力跟踪精度与环境参数的精确性相关。阻抗控制通常被等效为一个带有可调参数的弹簧阻尼器动态系统, 如图 4.1 所示,

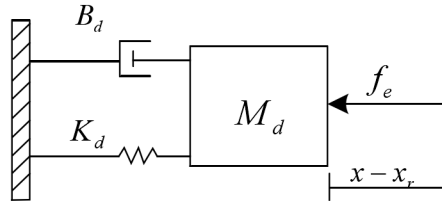


图 4.1 弹簧阻尼系统

理想的机械臂末端与环境之间的动态关系通常由目标阻抗模型来表示, 它可以通过调节阻抗控制器中的参数来维持理想的动态关系, 常用的理想目标阻抗模型如下所示:

$$M_d (\ddot{X} - \ddot{X}_r) + B_d (\dot{X} - \dot{X}_r) + K_d (X - X_r) = -F \quad (4.1)$$

其中 M_d 为惯量矩阵, B_d 为阻尼矩阵, K_d 为刚度矩阵, X 为机械臂末端的实际位置, X_r 为参考接触力 F_r 产生的参考轨迹, F 为机械臂末端与环境间的接触力。

根据上述目标阻抗的实现方式, 阻抗控制分为以下两种: 基于力的阻抗控制, 也称为阻抗控制; 和基于位置的阻抗控制, 也称为导纳控制。

基于力的阻抗控制包括以下两个部分, 即力控制内环和阻抗计算外环, 框图如图 4.2 所示。给定机械臂末端的期望路径、末端实际的位置以及目标阻抗的参数, 根据阻抗控制函数计算出机械臂末端与环境接触所需要的期望力, 并通过力控制环使得机械臂末端与环境间的接触力跟踪期望力。

基于力的阻抗控制是将给定的期望路径与实际位置的偏差转换为关节力矩,

进而实现机械臂末端与环境间的接触力的调节，它可以实现大范围的目标阻抗，但控制算法相对复杂，并且需要机械臂精确的动力学模型进行力控制。

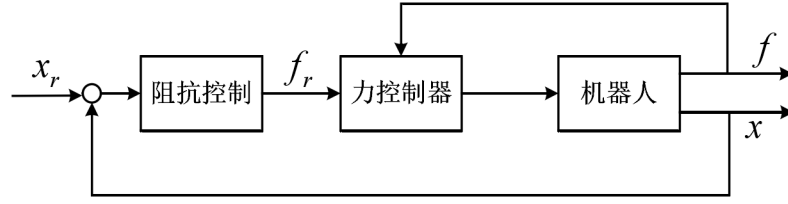


图 4.2 基于力的阻抗控制

基于位置的阻抗控制包括以下两个部分，即位置控制内环和阻抗控制计算外环，控制框图如图 4.3 所示。给定目标阻抗参数，根据机械臂末端与环境之间的实际接触力，通过阻抗控制函数将实际接触力转换为位置修正量，结合已知的参考位置得到新的参考位置，由位置控制环进行跟踪控制，通过调节位置实现机械臂的路径跟踪与力跟踪控制，这样就避免了对机械臂精确的动力学模型的求解。

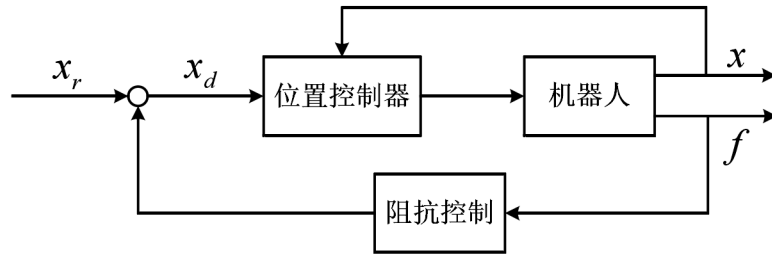


图 4.3 基于位置的阻抗控制

在上述基于位置的阻抗控制中，实际接触力是通过安装在机械臂末端的力传感器测量得到的，将检测到的实际接触力反馈到阻抗控制器中，可以得到一个位置修正向量 ΔX ，如下所示：

$$M_d \Delta \ddot{X} + B_d \Delta \dot{X} + K_d \Delta X = -F \quad (4.2)$$

对式 4.2 进行拉氏变换，可得：

$$\Delta X(s) = -\frac{F(s)}{M_d s^2 + B_d s + K_d} \quad (4.3)$$

其中 M_d, B_d, K_d 都是对角矩阵，那么，式 4.3 类似于一个二阶的低通滤波器，对于每一个 F 滤波后，都可以得到相应的位置修正量 ΔX 。位置修正量 ΔX 与参考

路径产生的参考位置 X_r 相加，得到新的参考位置 X_d ：

$$X_d = X_r + \Delta X \quad (4.4)$$

通过位置控制器，使得机械臂跟踪上新的参考位置 X_d ，从而实现位置与末端接触力的跟踪控制。

当机械臂末端在自由空间运动时， $F \equiv 0$ ，即 $X_d = X_r$ ，当机械臂的末端处在约束空间时，假设位置控制器足够精确，即 $X \equiv X_d$ ，则：

$$\Delta X = X - X_r \quad (4.5)$$

根据上述基于位置的阻抗控制的原理可知，当外界环境参数已知时，该控制策略的效果取决于机械臂位置控制器的精确程度以及阻抗参数的选择。相比于基于力的阻抗控制，机械臂的位置控制理论成熟，设计简单、性能稳定，这种方法在机械臂柔顺控制中是经常被采用的。

4.2.2 机械臂末端与环境接触等效模型建立

机械臂末端在自由空间时，即不与环境接触，则 $F = 0$ ，这时仅需要实际位置与参考路径的误差收敛到零，就可以保证机械臂位置跟踪的精度。

当机械臂末端在约束空间时，即与环境接触后，此时机械臂末端与环境之间存在相互作用，并与环境组成了一个动态系统。对环境的建模通常比较复杂，考虑到机械臂的运动与受力的特定关系，机械臂末端与环境的相互作用力的关系如下所示：

$$F = m_e \Delta \ddot{X} + b_e \Delta \dot{X} + k_e \Delta X \quad (4.6)$$

其中 ΔX 为机械臂末端与环境接触时产生的微小形变， m_e 为惯性矩阵， b_e 为阻尼矩阵， k_e 环境刚度矩阵。

由于机械臂运动时的速度和加速度很小，所以忽略其对作用力 F 的影响，即忽略阻尼项和惯性项的作用，只考虑位置项的作用，此时的接触力是由机械臂末端与环境接触产生的微小形变引起的，因此，系统可以被简化为一个“质量-弹簧”系统，机械臂末端与环境接触的等效模型如图 4.4 所示：

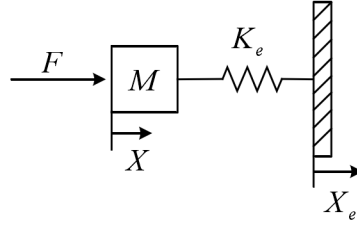


图 4.4 机械臂末端与环境的接触等效模型

根据机械臂末端与环境的等效模型，可以得到末端的作用力 F 为：

$$\begin{cases} F = 0 & (X \leq X_e) \\ F = k_e (X - X_e) & (X > X_e) \end{cases} \quad (4.7)$$

式中 X 为机械臂末端的实际位置， X_e 为环境的位置， k_e 为环境刚度。

4.2.3 基于位置的阻抗控制力跟踪

机械臂在执行磨削、去毛刺、抛光等操作任务时，控制其与环境间的接触力是必要的，为了保持良好的跟踪性能，需要实现对期望力的跟踪。图 4.3 所示的是由自由空间向约束空间转换的阻抗控制方法，没有考虑到力参考，无法实现接触力的跟踪。所以，在式 4.1 的基础上引入期望力，如下所示：

$$M_d (\ddot{X} - \ddot{X}_r) + B_d (\dot{X} - \dot{X}_r) + K_d (X - X_r) = -(F - F_r) \quad (4.8)$$

记 $F_r - F = E_f$ ，可得

$$M_d \Delta \ddot{X} + B_d \Delta \dot{X} + K_d \Delta X = E_f \quad (4.9)$$

系统控制框图如图 4.5 所示。在第三章路径跟踪的基础上加入了阻抗控制外环，使接触力跟踪上期望力，从而在路径跟踪的基础上实现力跟踪。

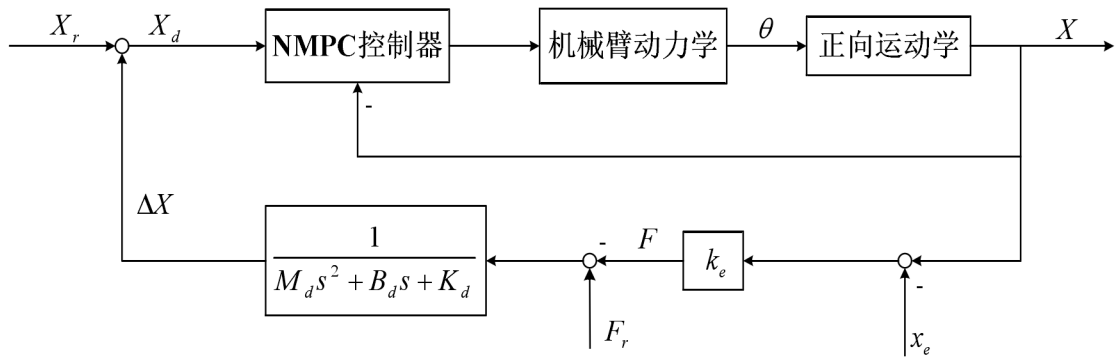


图 4.5 基于 NMPC 的机械臂路径跟踪与力反馈的控制框图

当机械臂末端于环境接触时，根据其等效模型

$$F = k_e (X - X_e) \quad (4.10)$$

对式 4.9 变换，可以得到接触空间的阻抗关系如下所示：

$$M_d \Delta \ddot{X} + B_d \Delta \dot{X} + K_d \Delta X = F_r - k_e (X - X_e) \quad (4.11)$$

根据式 4.11 可以得出，在已知环境刚度的情况下，上述控制策略可以使的系统在达到稳态时实现期望力的跟踪。

4.3 基于 NMPC 的路径跟踪与力跟踪的控制器设计

本节根据上节提出的基于位置的阻抗控制，重新对路径跟踪问题进行了描述，并在第三章的基础上提出了新的基于 NMPC 的控制策略，进而实现路径与力的跟踪控制。

4.3.1 优化问题描述

当机械臂与环境接触时，考虑非线性连续时间系统：

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} x_1 \\ f(x) + g(x)u - J^T f_e \end{bmatrix} \\ y(t) &= h(x_1) \end{aligned} \quad (4.12)$$

状态和输入的约束分别为

$$x \in X \in R^{n_x}, u \in U \in R^{n_u}$$

其中 $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ ， $f(x, u): R^{n_x} \times R^{n_u} \rightarrow R^{n_x}$ 是关于变量 x, u 连续可微的， $X \subseteq R^{n_x}$ 状态约束集合是连通的， $U \in R^{n_u}$ 输入约束集合是紧致的， f_e 为外界对机械臂施加的力。

假设期望力 F_r 是连续的。定义扩展参数化路径 $\tilde{p}: [\theta_0 \ \theta_{\max}] \rightarrow \tilde{P}$ ，使得第三章中的参考路径 $p: [\theta_0 \ \theta_{\max}] \rightarrow P$ 上的每个点在该点沿着接触力的方向向量移动到指定值 γ ，定义如下

$$\forall \theta \in [\theta_0 \ \theta_{\max}], \|\tilde{p}(\theta) - p(\theta)\| = \gamma \quad (4.13)$$

其中 γ 表示为机械臂末端穿过环境产生的接触深度。对式 4.8 进行如下变换，

$$F_r - F = M_d \left((\ddot{X} - \ddot{X}_e) - (\ddot{X}_r - \ddot{X}_e) \right) + B_d \left((\dot{X} - \dot{X}_e) - (\dot{X}_r - \dot{X}_e) \right) + K_d \left((X - X_e) - (X_r - X_e) \right) \quad (4.14)$$

令 $X - X_e = \gamma$ 为实际接触深度，则

$$F_r - F = M_d (\ddot{\gamma} - \ddot{\gamma}_r) + B_d (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_r) + K_d (\gamma - \gamma_r) \quad (4.15)$$

其中 $\gamma_r = \frac{F_r}{k_e}$ ，即为参考力 F_r 对应的参考接触深度，可视为恒值，则 $\ddot{\gamma}_r$ 和 $\dot{\gamma}_r$ 为零，

可得到如下表达式

$$M_d \ddot{\gamma} + B_d \dot{\gamma} + K_d (\gamma - \gamma_r) = F_r - F \quad (4.16)$$

通过沿着接触力的方向将路径上的每个点移动 γ 来更新几何路径 $\mathbf{P}$ ，如下所示

$$\tilde{p}(\theta, \gamma) : [\theta_0 \quad \theta_{\max}] \times [0, \gamma_r] \rightarrow \tilde{\mathbf{P}} := \mathbf{p}(\theta) + \gamma \quad (4.17)$$

在满足第三章的假设 1-4 基础上，路径跟踪与力跟踪问题可以描述为

1 路径收敛性：系统输出 $y = h(x)$ 与路径 $\mathbf{P}$ 的偏差是渐近收敛的，即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|h(x_1(t)) - \tilde{p}(\theta(t), \gamma(t))\| = 0$$

2 向前运动：对于任意时间 $t \geq t_0$ ，满足 $\dot{\theta}(t) \geq 0$ ，使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_{\max}$ ，确保

系统输出是沿着路径参数 $\theta(t)$ 单调递增的方向前进的。

3 更新路径：系统的实际接触深度 γ 与参考接触深度 γ_r 的偏差是渐近收敛的，即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\gamma(t) - \gamma_r\| = 0$$

4 满足约束：对于任意时间 $t \geq t_0$ ，系统的状态和输入始终满足状态约束 $x \in X$ 和输入约束 $u \in U$ 。

取 $\delta = [\delta_1 \quad \delta_2]^T = [\gamma \quad \dot{\gamma}]^T$ ，那么，式 4.11 的状态空间表达式如下所示

$$\dot{\delta} = \Pi(\delta, F_r) = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ -\frac{B_d}{M_d} \delta_2 - \frac{(k_e + K_d)}{M_d} \delta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1 + K_d}{M_d} \end{bmatrix} F_r \quad (4.18)$$

为了解决上述问题，本文重新构造了增广系统 3.7 以包括所需的接触空间的阻抗关系 4.13。可以通过将式 4.13 添加到式 3.7 的第一部分来完成

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f(x, u) \\ g(\omega, v) \\ \Pi(\delta(t), F_r(\omega_1)) \end{pmatrix} \quad \begin{bmatrix} x(t_0) \\ \omega(t_0) \\ \delta(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ \omega_0 \\ \delta_0 \end{bmatrix} \\ \begin{pmatrix} \tilde{e}_y \\ e_\theta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} h(x_1) - \tilde{p}(\omega_1, \gamma_1) \\ \theta - \theta_{\max} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.19)$$

其中 $\tilde{e}_y$ 是更新路径与机械臂末端的跟踪误差。

4.3.2 控制器求解

根据上述对路径跟踪与力跟踪问题的描述，为了解决提出的问题，本节在第三章路径跟踪的基础上提出了新的非线性预测控制方案，按照非线性预测控制的标准结构，上述问题同样可以描述为一个在线求解的约束优化问题。假设系统不存在外部扰动与模型失配，并且所有的状态变量都可测量，在每一个采样时刻 $t_k = t_0 + k\mu$ ($k \in N_0$ ，采样周期 $\mu > 0$)，约束优化问题可以描述为：

$$\text{优化问题 2:} \quad \min_{\bar{u}_k(\cdot), \bar{v}_k(\cdot)} J(x(t_k), \omega(t_k), \gamma(t_k), \bar{u}_k(\cdot), \bar{v}_k(\cdot)) \quad (4.20)$$

满足约束条件：

$$\dot{\bar{x}}(\tau) = f(\bar{x}(\tau), \bar{u}(\tau)), \quad \bar{x}(t_k) = x(t_k) \quad (4.21a)$$

$$\dot{\bar{\omega}}(\tau) = g(\bar{\omega}(\tau), \bar{v}(\tau)), \quad \bar{\omega}(t_k) = \omega(t_k) \quad (4.21b)$$

$$\dot{\bar{\delta}}(\tau) = \Pi(\bar{\delta}(\tau), F_r(\bar{\omega}_1(\tau))), \quad \bar{\delta}(t_k) = \delta(t_k) \quad (4.21c)$$

$$\bar{e}_y(\tau) = h(\bar{x}_1(\tau)) - \tilde{p}(\bar{\omega}_1(\tau), \bar{\gamma}_1(\tau)) \quad (4.21d)$$

$$\bar{e}_\theta(\tau) = \bar{\omega}_1(\tau) - \theta_{\max} \quad (4.21e)$$

$$\bar{x}(\tau) \in X, \quad \bar{u}(\tau) \in U \quad (4.21f)$$

$$\bar{\omega}(\tau) \in W, \quad \bar{v}(\tau) \in V \quad (4.21g)$$

$$\bar{\gamma}(\tau) \in \Upsilon \quad (4.21h)$$

$$(\bar{x}(t_k + N), \bar{\omega}(t_k + N), \bar{\gamma}(t_k + N))^T \in \Omega \quad (4.21i)$$

其中目标函数为:

$$J(x(t_k), \omega(t_k), \gamma(t_k), \bar{u}_k(\cdot), \bar{v}_k(\cdot)) = \int_{t_k}^{t_k+N} F(\bar{e}_y(\tau), \bar{e}_\theta(\tau), \bar{u}(\tau), \bar{v}(\tau)) d\tau + E(\bar{x}(t_k+N), \bar{\omega}(t_k+N), \bar{\gamma}(t_k+N)) \quad (4.22)$$

在式 4.20 中, 目标阻抗动力学 4.11 作为约束被包括在内。接触深度 $\gamma(t)$ 作为参数化路径 $\tilde{p}(\omega_1, \gamma_1)$ 的第二个参数。因此, 通过跟踪更新的路径 $\tilde{p}(\omega_1, \gamma_1)$, 对环境施加期望的力。算法的可行性与收敛性以及终端要素的求解见 3.2.2 节和 3.2.3 节。

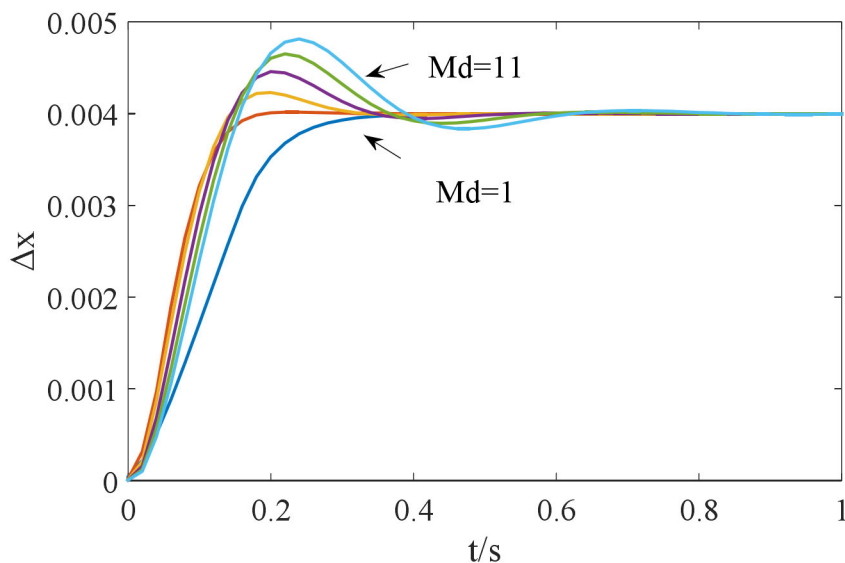
4.4 阻抗控制器参数的控制性能分析

在上述提出的基于位置的阻抗控制策略中, 包括三个可控变量 M_d , B_d , K_d , 分别表示目标惯性、目标阻尼和目标刚度。在设计阻抗控制器时, 选取不同的参数会导致系统的跟踪精度不同。通过合理的选择阻抗参数可以使系统具有良好的跟踪能力。下文将通过仿真实验对阻抗参数进行调整, 分析其对应的输出特性以及对系统造成的影响。

4.4.1 目标惯性对控制性能的影响

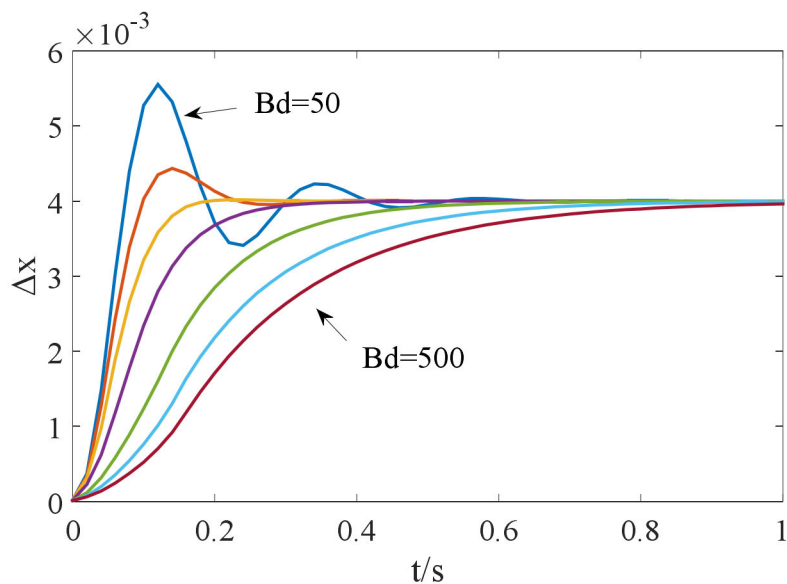
当系统高速运动或是系统的速度变化率很快时, 目标惯性 M_d 会对系统产生比较大的影响。取 $B_d = 150 \text{ N/(m/s)}$, $K_d = 2500 \text{ N/m}$, $F = 10 \text{ N}$, 分别取 M_d 为 1, 3, 5, 7, 9, 11, 得到的末端力相应曲线如图 4.6 所示。

根据下图可以看出, 在没有出现超调时随着 M_d 的增大, 响应曲线的上升时间和调节时间变小; 当出现超调后随着 M_d 的增大, 响应曲线的超调量增大, 上升时间和调节时间变长, 但 M_d 的值不会影响稳态误差。


 图 4.6 不同 M_d 值下的末端力响应曲线

4.4.2 目标阻尼对控制性能的影响

当系统中速运动或是存在强干扰时，目标阻尼 B_d 会对系统产生比较大的影响。取 $M_d = 3\text{kg}$ ， $K_d = 2500\text{N/m}$ ， $F = 10\text{N}$ ，分别取 B_d 为 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500，末端力响应曲线如图 4.7 所示。


 图 4.7 不同 B_d 值下的末端力响应曲线

根据上图可知，在系统存在超调时，随着 B_d 的增大，响应曲线的超调减少，调节时间变短；当系统不存在超调时，随着 B_d 的增大，系统的上升时间和调节

时间会变长。但 B_d 的值只影响系统的响应过程，不会影响稳态误差。 B_d 可以根据对系统的响应速度的要求进行选择。

4.4.3 目标刚度对控制性能的影响

当系统在平衡状态附近低速运动时，目标刚度 K_d 会对系统产生比较大的影响。取 $M_d = 3\text{kg}$ ， $B_d = 150\text{N}(\text{m/s})$ ， $F = 10\text{N}$ ，分别取 K_d 为 500，1000，2000，3000，4000，末端力响应曲线如图 4.8 所示。

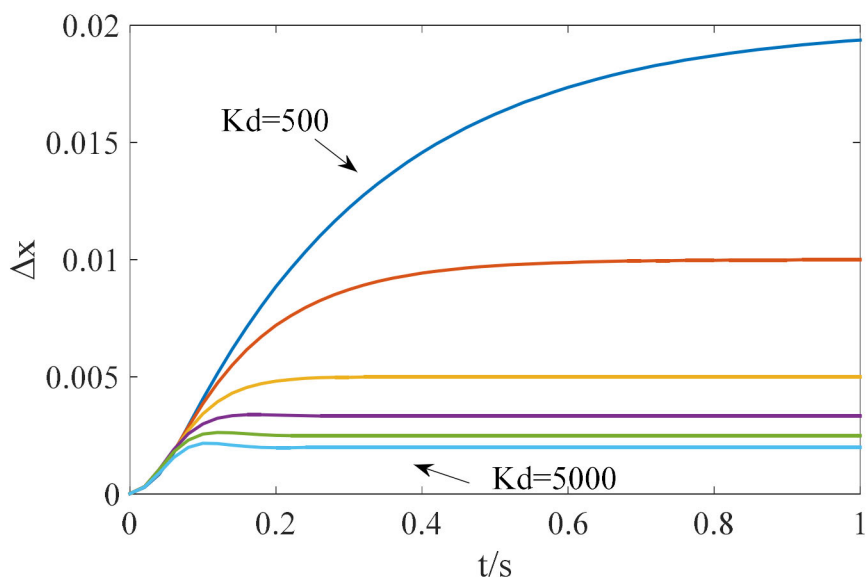


图 4.8 不同 K_d 值下的末端力响应曲线

根据上图的仿真结果可以看出，随着 K_d 的增大，系统的稳态值减小，但对系统的响应速度影响不大。 K_d 的实际物理意义表示为机械臂末端与环境接触时的刚度特性，随着 K_d 增大，机械臂的末端与环境越硬，达到期望力所需的位置修正量越小。

在上述三组仿真和分析中，可以看出阻抗参数 M_d, B_d, K_d 分别起到了不同的作用。在实际中，为了使机械臂末端与环境之间的接触力满足系统要求， K_d 的值需要根据任务的特性来选取。由于目标阻抗是二阶系统的形式， M_d 与 B_d 的选取要使系统处在过阻尼或是临界阻尼的状态，以此保证系统的稳定。

4.5 基于自适应控制的末端力柔顺控制

4.5.1 阻抗控制稳态误差分析

本节针对基于位置的阻抗控制下的机械臂末端力的稳态误差进行分析, 根据式 4.8, 一维的目标阻抗模型为

$$m_{di}(\ddot{x}_i - \ddot{x}_{ri}) + b_{di}(\dot{x}_i - \dot{x}_{ri}) + k_{di}(x_i - x_{ri}) = e_{fi}, \quad i \in \{x, y\} \quad (4.23)$$

其中 $m_{di}, b_{di}, k_{di}, e_{fi}$ 分别为 M_d, B_d, K_d, E_f 在 i 方向对应的元素。 x_i 为机械臂末端在 i 方向的实际位置, x_{ri} 为在 i 方向的参考位置。为了在与环境交互的过程中得到持续的接触力, 那么可以将机械臂末端与环境的接触深度当作一个常数, 即 $x_{ri} = 0$, 所以 $\ddot{x}_{ri} = 0$, $\dot{x}_{ri} = 0$, 式 4.23 可以表示为

$$m_{di}\ddot{x}_i + b_{di}\dot{x}_i + k_{di}(x_i - x_{ri}) = e_{fi}, \quad i \in \{x, y\} \quad (4.24)$$

根据式 4.7, 可以得到 x_{ri} 为

$$x_{ri} = \frac{F_i}{k_e} + x_{ei} = \frac{1}{k_e} [F_{ri} - e_{fi}] + x_{ei} \quad (4.25)$$

将式 4.22 代入到式 4.21 中, 可得

$$m_{di}\ddot{e}_{fi} + b_{di}\dot{e}_{fi} + (k_{di} + k_e)e_{fi} = m_{di}\ddot{F}_{ri} + b_{di}\dot{F}_{ri} + k_{di}F_{ri} - k_e k_{di}(x_{ri} - x_{ei}) \quad (4.26)$$

期望接触力 F_{ri} 为常数, 则稳态力跟踪误差和稳态接触力为

$$e_{fi}^{ss} = \frac{k_{di}}{k_{di} + k_e} [F_{ri} + k_e(x_{ei} - x_{ri})] = k_{eq} \left(\frac{F_{ri}}{k_e} + x_{ei} - x_{ri} \right) \quad (4.27)$$

$$f_i^{ss} = F_{ri} - e_{fi}^{ss} = k_{eq} \left(\frac{F_{ri}}{k_{di}} + x_{ri} - x_{ei} \right) \quad (4.28)$$

其中 $k_{eq} = \frac{k_{di}k_e}{k_{di} + k_e}$ 为环境和目标阻抗的等效刚度。

从上式可知, 当参考位置满足:

$$x_{ri} = \frac{F_{ri}}{k_e} + x_e \quad (4.29)$$

时，则有

$$e_{fi}^{ss} = k_{eq} \left(\frac{F_{ri}}{k_e} + x_{ei} - \left(\frac{F_{ri}}{k_e} + x_e \right) \right) = 0 \quad (4.30)$$

也就是说，在环境的位置和刚度精确已知的情况下，根据式 4.26 计算出参考位置 x_{ri} ，这样就可以使得实际接触力以零误差跟踪期望接触力。实际情况中想要精确的获取环境的位置和刚度是很难实现的，并且机械臂在大多数工业操作任务中，环境刚度 k_e 相对比较大，微小的位置偏差往往会导致很大的接触力偏差。为了解决上述问题，本文在 4.5.2 节提出了基于自适应控制的阻抗控制。

4.5.2 自适应控制算法

为了解决 4.5.1 节中无法获取精确环境信息的问题，本节将模型参考自适应方法应用到阻抗控制中，减小由于环境信息的不确定性导致的系统控制精度降低。模型参考自适应是将参考输入同时加到理想模型和可调参数控制器的输入端中，通过理想输出和实际输出的差值来不断调节控制器的参数，使得实际输出可以准确的跟踪理想输出，进而使系统的误差趋近于零^[75]。

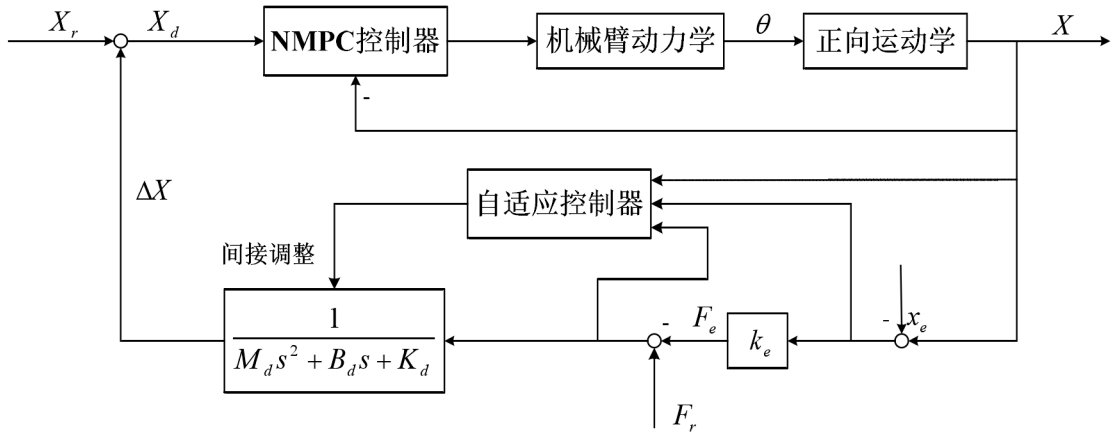


图 4.10 自适应阻抗控制的控制框图

本节基于上述理论提出了自适应控制方法，当环境信息不能精确可知时，改变目标阻抗关系，得到新的接触深度，即在原接触深度的基础上输入了一个小的调整量 δ_f 。新接触深度与原接触深度的关系式如下所示，

$$\delta_n = \delta + \delta_f \quad (4.31)$$

假设 δ_f 是力控制误差 $E_f(t)$ 的变参数 PID 前馈, $i(t)$ 为其积分项的等效形式, 则有:

$$\delta_f(t) = i(t) + p(t)E_f(t) + d(t)\dot{E}_f(t) \quad (4.32)$$

根据力跟踪误差方程 4.23, 带有修正量的系统误差方程可以写为如下形式:

$$\ddot{E}_f + \frac{B_d + K_d k_e d(t)}{M_d} \dot{E}_f + \frac{K_d + k_e + K_d k_e p(t)}{M_d} E_f = \frac{K_d F_r + K_d k_e x_e - K_d k_e i(t)}{M_d} \quad (4.33)$$

令

$$a_p(t) = \frac{B_d + K_d k_e d(t)}{M_d}$$

$$b_p(t) = \frac{K_d + k_e + K_d k_e p(t)}{M_d}$$

$$c_p(t) = \frac{K_d F_r + K_d k_e x_e - K_d k_e i(t)}{M_d}$$

则, 式 4.33 为

$$\ddot{E}_f + a_p(t)\dot{E}_f + b_p(t)E_f = c_p(t) \quad (4.34)$$

令 $e_p = [E_f, \dot{E}_f]^T$, 将式 4.35 化为

$$\dot{e}_p = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_p(t) & -a_p(t) \end{pmatrix} e_p + \begin{pmatrix} 0 \\ c_p(t) \end{pmatrix} = A_p(t)e_p + \begin{pmatrix} 0 \\ c_p(t) \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

式 4.35 中, $a_p(t)$, $b_p(t)$, $c_p(t)$ 为可调的控制参数。

根据上文提出的模型参考自适应控制原理, 首先要选择系统的理想阻抗模型, 其次再根据 lyapunov 稳定性原理, 分析参数 $a_p(t)$, $b_p(t)$, $c_p(t)$ 的调整规律, 使得可调参数的阻抗控制器的实际输出和能够跟踪上理想参考模型的理想输出。

选取系统理想参考模型如下所示:

$$\ddot{E}_m + a_m \dot{E}_m + b_m E_m = 0 \quad (4.36)$$

令 $e_m = [E_m, \dot{E}_m]^T$, 则有

$$\begin{aligned}\dot{e}_m &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_m & -a_m \end{pmatrix} e_m \\ &= A_m(t) e_m\end{aligned}\quad (4.37)$$

将式 4.37 和式 4.35 作差，可得理想输出与系统实际输出的偏差方程为：

$$\begin{aligned}\dot{e}_e &= A_m e_e + (A_m - A_p(t)) e_p - \begin{pmatrix} 0 \\ c_p(t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_m & -a_m \end{pmatrix} e_e + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_p(t) - b_m & a_p(t) - a_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_f \\ \dot{E}_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -c_p(t) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (4.38)$$

其中 $e_e = \begin{bmatrix} E_m - E_f \\ \dot{E}_m - \dot{E}_f \end{bmatrix}$ 。取 $Z = \begin{pmatrix} b_p(t) - b_m \\ a_p(t) - a_m \\ c_p(t) \end{pmatrix}$ ，根据 lyapunov 第二方法构造如下形式

的二次函数

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{2} e_e^T H_1 e_e + \frac{1}{2} Z^T H_2 Z \\ &= \frac{1}{2} e_e^T H_1 e_e + \frac{1}{2} a_1 (b_p(t) - b_m)^2 + \frac{1}{2} a_2 (a_p(t) - a_m)^2 + \frac{1}{2} a_3 c_p^2(t)\end{aligned}\quad (4.39)$$

其中 $H_1 = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2 & h_3 \end{pmatrix}$ ， $H_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ 且各个参数都为正数，则 $V \geq 0$ 。取对称

正定矩阵 $H_3 = -(A_m^T H_2 + H_2 A_m)$ ，对函数 V 求导可得，

$$\begin{aligned}\dot{V}(e_e, t) &= -\frac{1}{2} e_e^T H_3 e_e + (b_p(t) - b_m)(sE_f + a_1 \dot{b}_p(t)) \\ &\quad + (a_p(t) - a_m)(s\dot{E}_f + a_2 \dot{a}_p(t)) + c_p(t)(a_3 \dot{c}_p(t) - s)\end{aligned}\quad (4.40)$$

其中 $s = h_2(E_m - E_f) + h_3(\dot{E}_m - \dot{E}_f)$ 。在理想参考阻抗模型中， $E_m = 0$ ， $\dot{E}_m = 0$ ，

若想满足 $\dot{V}(e_e, t) < 0$ ，那么需要满足下述条件

$$\dot{a}_p(t) = -\frac{s}{a_2} \dot{E}_f, \dot{b}_p(t) = -\frac{s}{a_1} E_f, \dot{c}_p(t) = \frac{s}{a_3}\quad (4.41)$$

式 4.41 为参数 $a_p(t)$ ， $b_p(t)$ ， $c_p(t)$ 的调整规律，由式 4.33 可知参数 $d(t)$ ， $p(t)$ ，

$i(t)$ 与参数 $a_p(t)$ ， $b_p(t)$ ， $c_p(t)$ 的调整规律相同。在实际中，测量力信号 $\dot{E}_f$ 的

噪声通常比较大, 根据 $\dot{E}_f = \dot{F}_r - k_e(\dot{X} - \dot{X}_e)$, $\dot{F}_r = 0$, $\dot{X}_e = 0$, 可以使用 $-\dot{X}$ 代替 $\dot{E}_f$, 参数变化规律如式 4.42 所示

$$\begin{cases} s(t) = \lambda_1 \dot{X}(t) - \lambda_2 E_f(t) \\ p(t) = p(t_0) - \eta_1 \int_{t_0}^t s(t) E_f(t) dt \\ i(t) = i(t_0) - \eta_2 \int_{t_0}^t s(t) dt \\ d(t) = d(t_0) + \eta_3 \int_{t_0}^t s(t) \dot{X}(t) dt \end{cases} \quad (4.42)$$

其中 λ_1 , λ_2 , η_1 , η_2 , η_3 为正数, 则自适应阻抗控制算法如式 4.43:

$$\delta_f(t) = i(t) + p(t) E_f - d(t) \dot{X} \quad (4.43)$$

4.6 阻抗控制仿真结果

4.6.1 NMPC 与阻抗控制联合仿真

图 4.10 为在圆形路径下法线方向施加 50N 力的跟踪结果图, 其中红线为参考路径, 即环境表面, 黄线为阻抗更新路径, 蓝线为机械臂实际路径。由图 4.10 可以看出机械臂可以渐近跟踪上阻抗更新的路径。

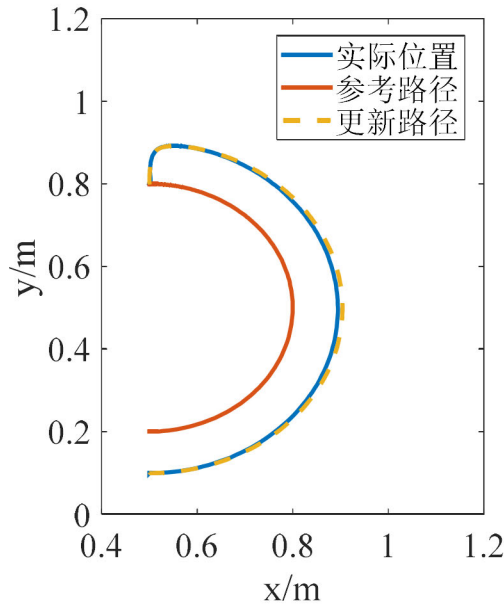


图 4.10 施加法向力的仿真结果图

由图 4.11 可以看出机械臂在 x 和 y 方向的误差均在 0.01m 以内, 稳态误差在 10^{-6} m 以内, 力的误差也渐近趋近于零, 接触深度 γ 也渐近趋向于理想的 γ_r , 且

满足路径跟踪的约束条件。

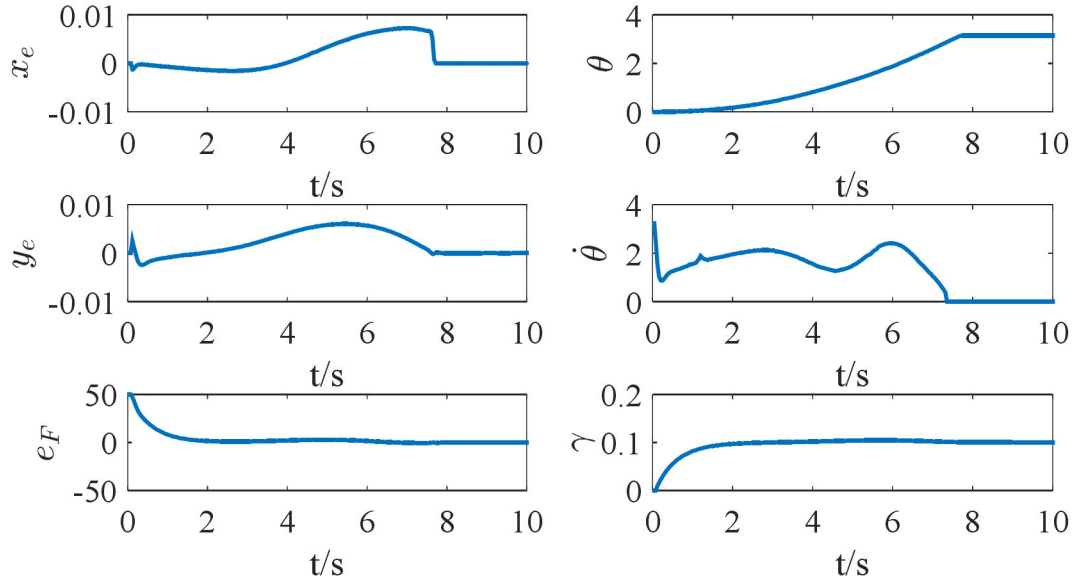


图 4.11 位置跟踪误差与力跟踪误差

图 4.12 为在 x 方向施加 30N 力的跟踪结果图，可以看出机械臂同样可以渐近跟踪上阻抗更新的路径。根据图 4.13 可以看出 x 和 y 方向的误差均在 5×10^{-3} m 以内，稳态误差在 10^{-6} m 以内，力的误差也渐近收敛到零，接触深度 γ 也渐近趋向于理想的 γ_r ，且满足路径跟踪的约束条件。

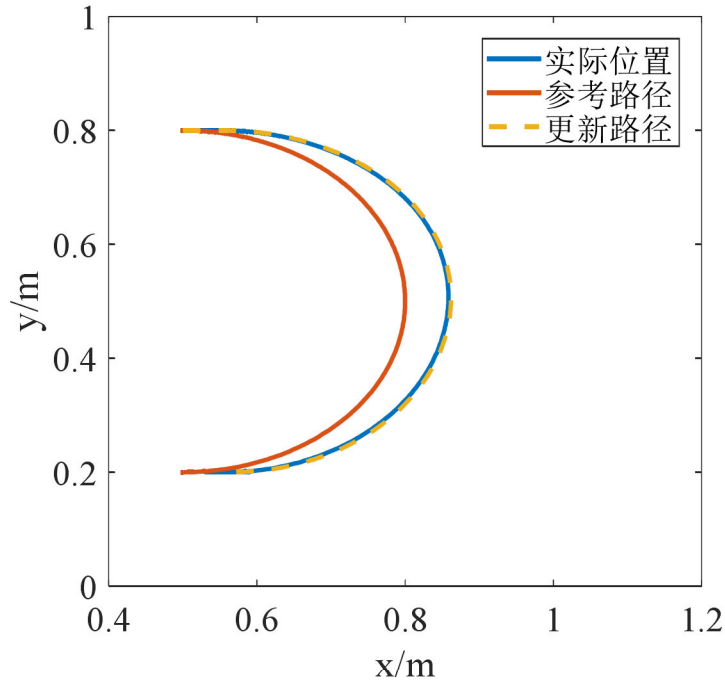


图 4.12 施加 x 方向力的仿真结果图

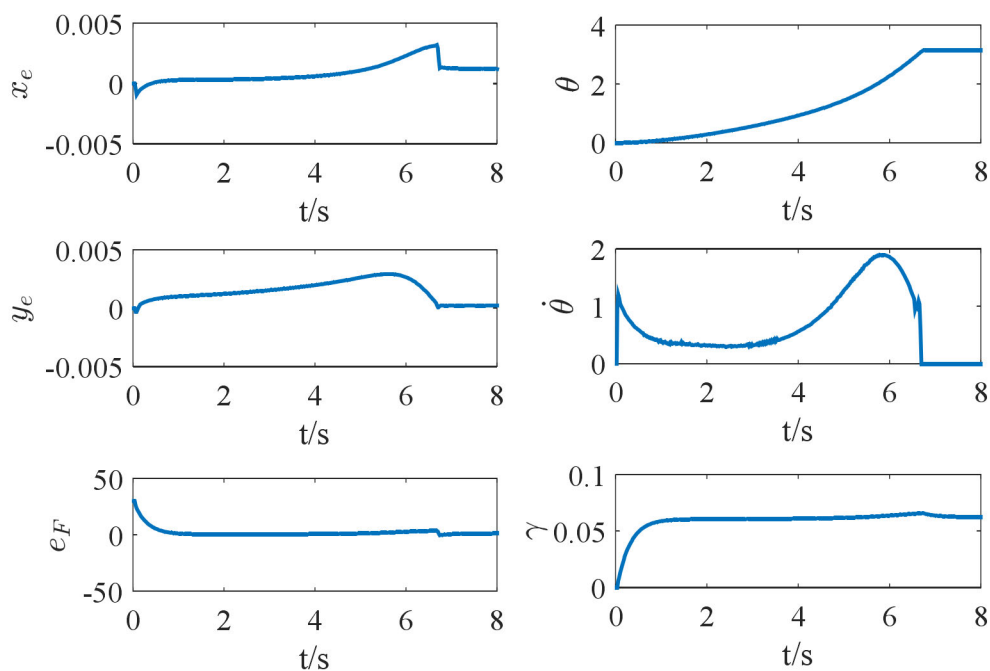
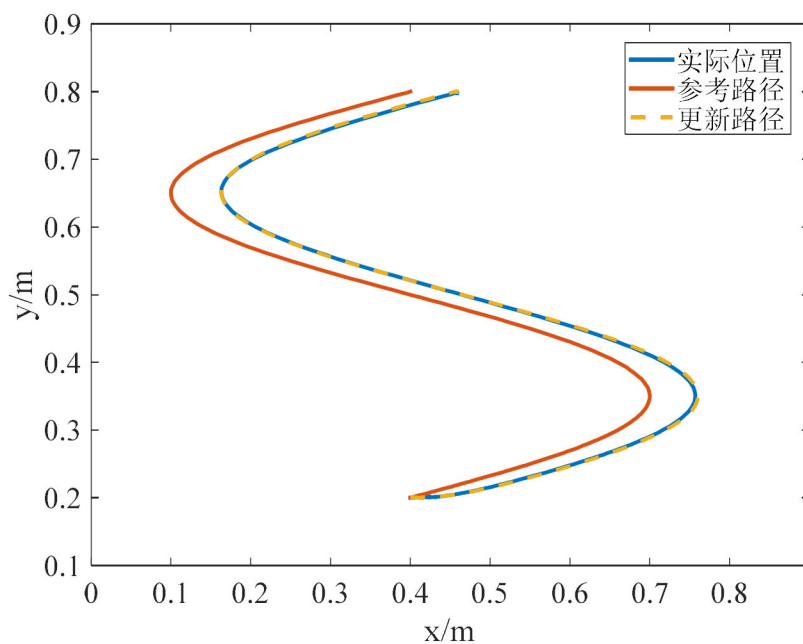


图 4.13 位置跟踪误差与力跟踪误差

图 4.14 为 Sin 路径下的在 x 方向施加 30N 力的仿真结果图，可以看出机械臂能够渐近的跟踪上 Sin 路径，并且 x 和 y 方向的误差均在 $5 \times 10^{-3} \text{m}$ 以内，稳态误差在 10^{-6}m 以内，接触力误差逐渐趋近于零，并且满足路径跟踪的约束条件。以上仿真实验的精度均满足当前工业中所需的高精度机器人在全工作区间的精度高于 5mm，重复定位精度高于 0.02mm，力误差精度高于 1N。


 图 4.14 施加 x 方向力的仿真结果图

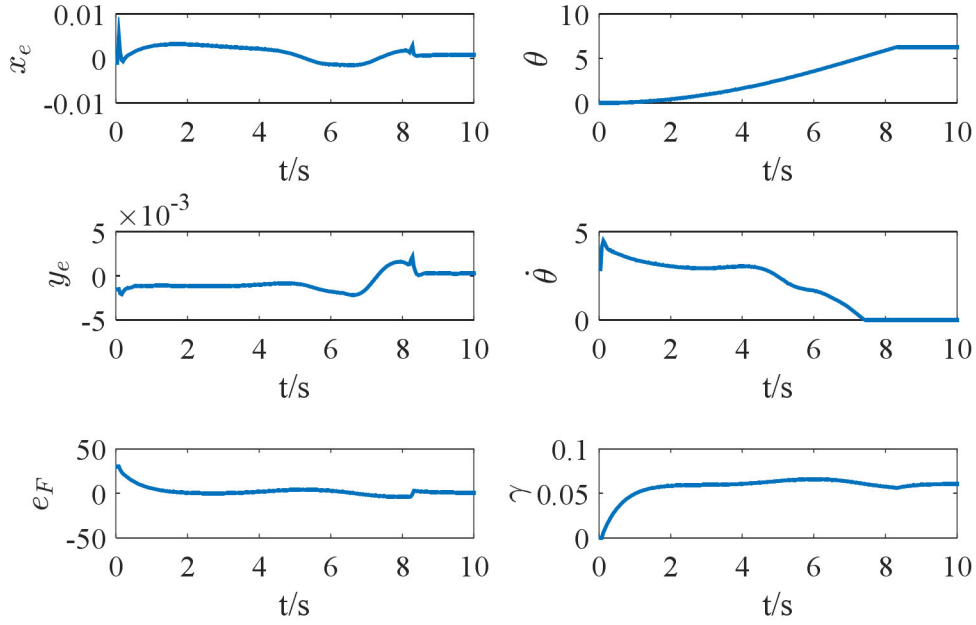


图 4.15 位置跟踪误差与力跟踪误差

4.6.2 自适应阻抗控制仿真

假设环境刚度中存在不确定刚度 $\Delta k_e = 50 \times \sin(0.05k)$ 变化时，在圆形路径中，图 4.16 中的第一个图为自适应阻抗控制的跟踪误差，第二个图为固定参数的跟踪误差。图 4.17 为采用自适应算法的阻抗控制和固定参数阻抗控制的接触力与参考力的对比。可以看出，当环境刚度变化时，自适应阻抗控制对环境具有更好的适应性。

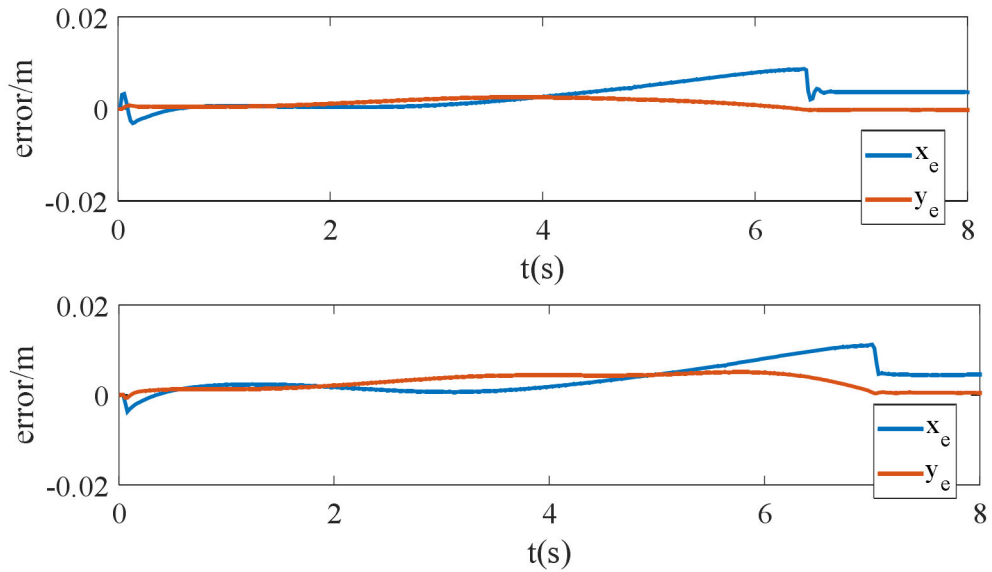


图 4.16 圆形路径跟踪误差对比

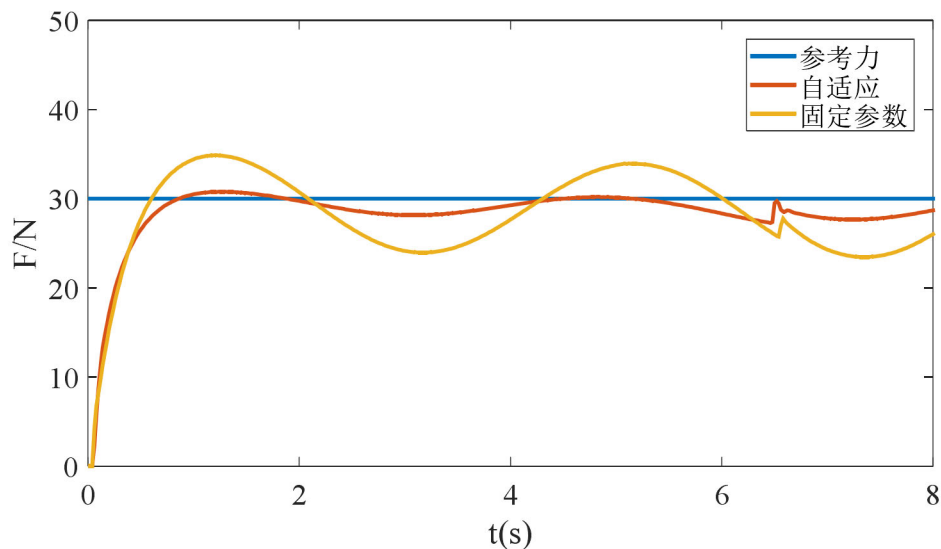


图 4.17 接触力对比

在 Sin 路径中，图 4.18 中的第一个图为自适应阻抗控制的跟踪误差，第二个图为固定参数的跟踪误差。图 4.19 为采用自适应算法的阻抗控制和固定参数阻抗控制的接触力与参考力的对比。可以看出，当环境刚度变化时，自适应阻抗控制对 Sin 路径同样具有更好的适应性。

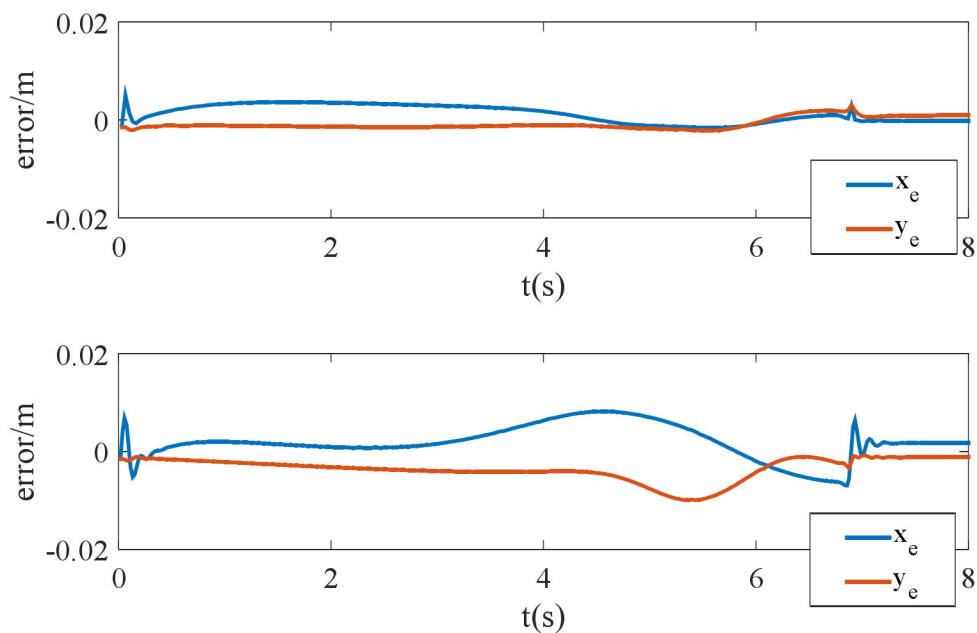


图 4.18 Sin 路径跟踪误差对比

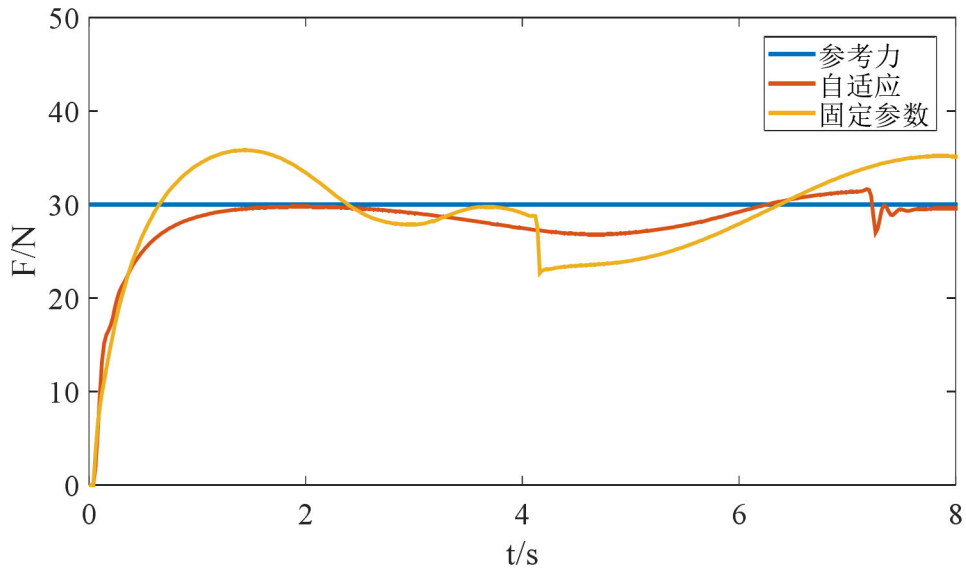


图 4.19 接触力对比

假设环境位置中存在不确定位置 $\Delta x_e = 0.005 \times \sin(0.05k)$ 变化时,在圆形路径中,图 4.18 中的第一个图为自适应阻抗控制的跟踪误差,第二个图为固定参数的跟踪误差。图 4.19 为采用自适应算法的阻抗控制和固定参数阻抗控制的接触力与参考力的对比。可以看出,当环境位置变化时,自适应阻抗控制对圆形路径具有更好的适应性。

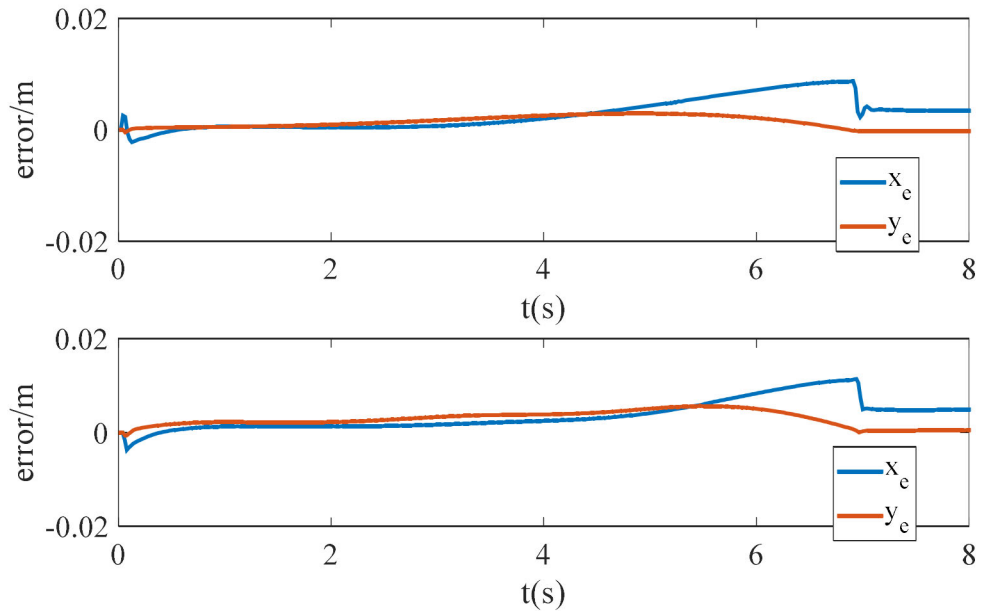


图 4.19 圆形路径跟踪误差对比

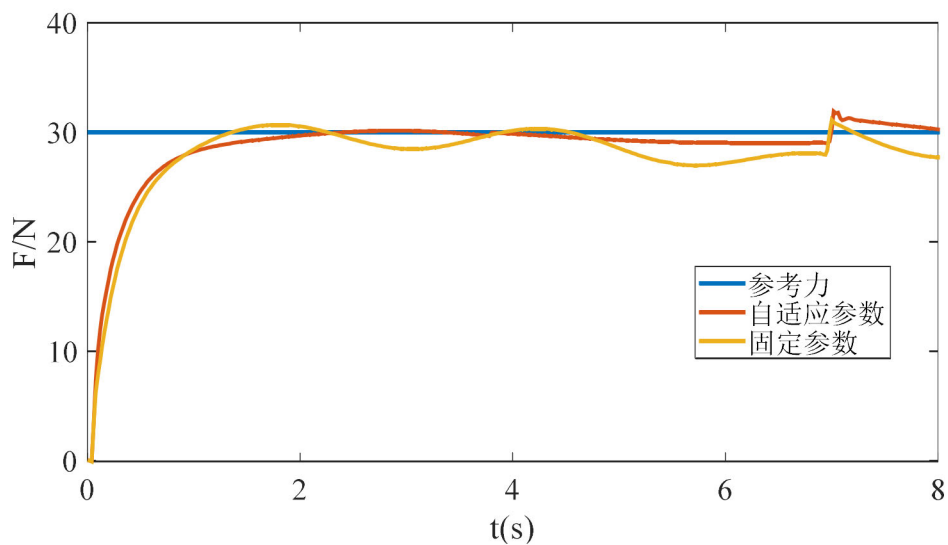


图 4.20 接触力对比

在 Sin 路径中, 图 4.21 中的第一个图为自适应阻抗控制的跟踪误差, 第二个图为固定参数的跟踪误差。图 4.22 为采用自适应算法的阻抗控制和固定参数阻抗控制的接触力与参考力的对比。可以看出, 当环境位置变化时, 自适应阻抗控制对 Sin 路径同样具有更好的适应性。

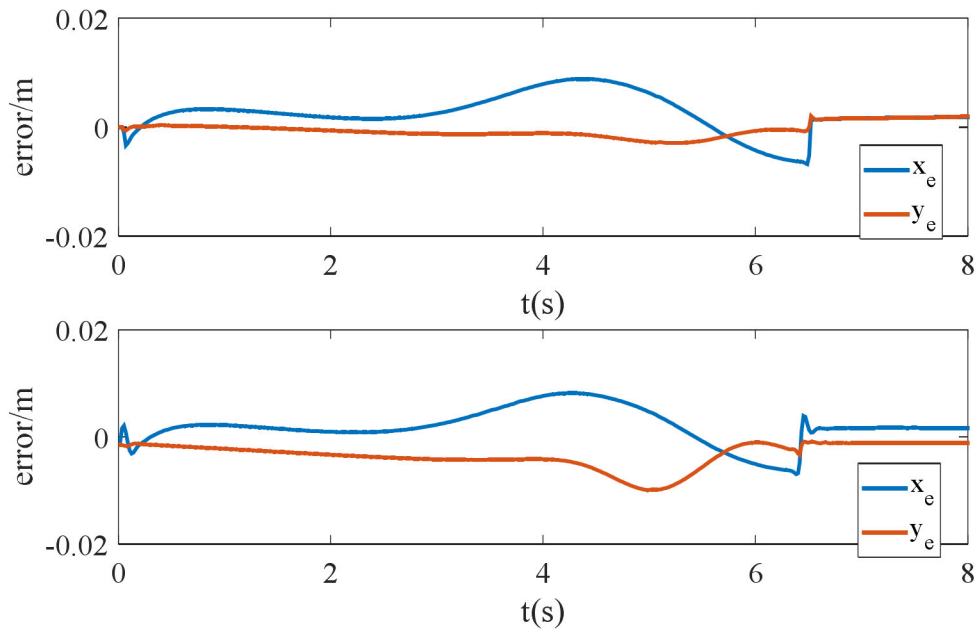


图 4.21 Sin 路径跟踪误差对比

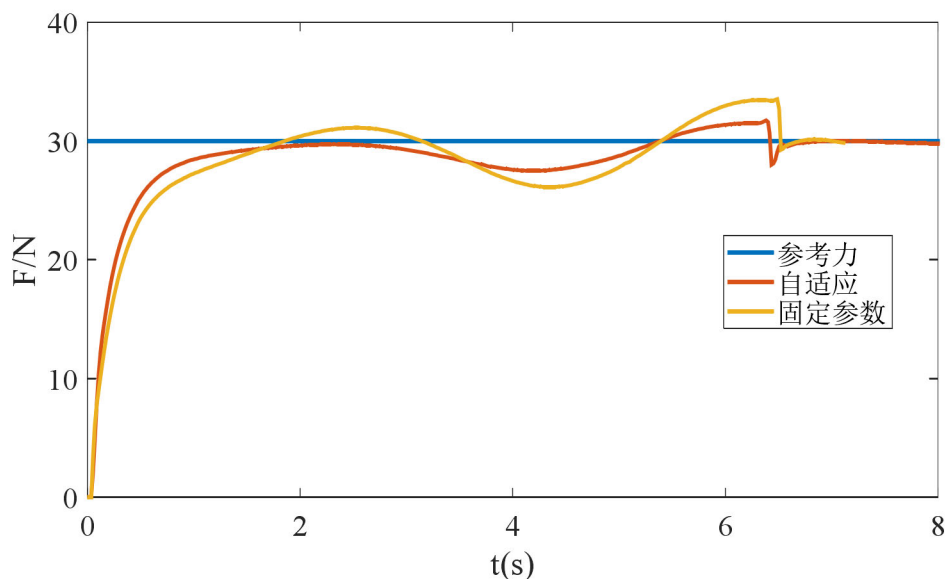


图 4.22 接触力对比

4.7 本章小结

本章针对机械臂末端接触力控制问题，将 NMPC 应用在基于位置的阻抗控制中，通过 NMPC 控制器一同解决路径跟踪与接触力跟踪问题。简述了阻抗控制原理，并通过公式推导和控制系统仿真，分析了阻抗参数对力跟踪的影响以及阻抗控制的稳态误差。考虑环境信息不能精确可知，提出了自适应阻抗控制器，该算法通过李雅普诺夫渐近稳定定理实现对阻抗参数的调整，可以达到在跟踪路径和力的同时加强对环境的适应性，最后通过仿真实验证明了控制策略的有效性。

第 5 章 全文总结与展望

5.1 全文总结

在机器人领域中,机械臂是实际用途比较广泛的自动化机械装置,实现其力/位置控制对于医疗、工业、太空探索等领域有重要意义。本文以二自由度机械臂系统为研究对象,主要基于非线性模型预测控制对该系统的路径跟踪与力控制进行了研究,主要包括以下几个方面:

首先,建立了机械臂系统的运动学与动力学模型,提出了路径跟踪控制问题,并通过反馈线性化对参考轨迹进行路径参数化。

其次,在不存在外界干扰和模型失配时,考虑系统状态和输入的约束,根据系统的动力学模型设计非线性模型预测控制器,通过在线求解的优化问题实现机械臂路径跟踪。当存在输入端扰动时,设计了非线性扰动观测器,在线估计扰动,并通过反馈补偿到控制输入端,抑制扰动对系统的影响。在 Matlab 2016b 中进行了仿真实验,验证了 NMPC 控制器与扰动观测器的有效性。

最后,本文提出了基于位置的阻抗控制策略,当机械臂的末端与环境进行交互时,给出了将机械臂末端与环境之间的接触力转换为位置的方法,并在路径跟踪的基础上对优化问题重新进行了描述。结合非线性模型预测控制设计了联合控制器,该控制器能够统一处理机械臂的路径跟踪与力跟踪。当无法精确获得环境信息时,将自适应控制算法引入固定参数阻抗控制中,使其成为可变参数阻抗控制器,提高系统对环境变化的适应能力,并通过 Lyapunov 稳定性获得参数调整规律。在 Matlab 2016b 中进行了仿真实验,验证了联合控制器和自适应算法的有效性。

5.2 展望

本文主要针对机械臂的力/位置控制问题展开研究,提出了模型预测控制与基于位置的阻抗控制结合的策略,实现了机械臂的路径跟踪与力跟踪控制,同时考虑外界扰动以及环境不确定性对系统性能的影响,提出了扰动观测器和可变参

数阻抗控制器，并通过仿真实验证明了控制器的有效性，但仍存在一些问题需要解决。

首先，本文采用 Matlab 中默认的优化求解器求解优化问题，计算负担比较大，无法实时应用在对机械臂运动速度较快的操作任务中。应该采用优化算法提高 NMPC 控制器的求解速度。

其次，本文是基于假设扰动是慢变且导数有界的情况下设计的非线性扰动观测器，但在实际中机械臂存在的扰动，并不能完全满足上述假设。对于瞬时扰动以及快变扰动还需其他方法解决。

最后，本文提出的可变参数阻抗控制可以提高系统对环境的适应能力，但对参数在线调节的方法多种多样，下一步可以尝试将迭代学习、支持向量机、粒子群等智能算法与阻抗控制方法结合。

参考文献

- [1] 蔡自兴. 机器人学[M], 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [2] 熊有伦, 丁汉, 刘恩沧. 机器人学[M]. 北京: 机械工程出版社, 1993.
- [3] Lanfranco A R, Castellanos A E, Desai J P, et al. Robotic surgery: a current perspective[J]. *Annals of surgery*, 2004, 239(1): 14.
- [4] Paull L, Saeedi S, Seto M, et al. AUV navigation and localization: A review[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2013, 39(1): 131-149.
- [5] 李正义. 机器人与环境间力/位置控制技术研究与应用 [D]. 华中科技大学, 2011.
- [6] Su Y, Muller P C, Zheng C. Global asymptotic saturated PID control for robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Control systems technology*, 2009, 18(6): 1280-1288.
- [7] Ha Q P, Rye D C, Durrant-Whyte H F. Fuzzy moving sliding mode control with application to robotic manipulators[J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 607-616.
- [8] Hsia T. Adaptive control of robot manipulators-a review[C]//*Proceedings. 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 1986, 3: 183-189.
- [9] Yudha H M, Dewi T, Risma P, et al. Arm Robot Manipulator Design and Control for Trajectory Tracking : a Review[C]//*5th International Conference on Electrical Engineering, Computer Science and Informatics (EECSI)*, 2018: 304-309.
- [10] Asada H. Representation and learning of nonlinear compliance using neural nets[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1993, 9(6): 863-867.
- [11] Arai H, Tachi S. Position control of manipulator with passive joints using dynamic coupling[J]. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(4): 528-534.
- [12] Qiao B, Lu R. Impedance force control for position controlled robotic manipulators under the constraint of unknown environments[J]. *Journal of Southeast University(English Edition)*, 2003, 19(4): 359-363.

- [13] 于登云, 孙京, 马兴瑞. 空间机械臂技术及发展建议[J]. 航天器工程, 2007, (04): 4-12.
- [14] Gibbs G, Sachdev S. Canada and the international space station program: overview and status[J]. Acta Astronautica, 2002, 51(1-9): 591-600.
- [15] Boumans R, Heemskerk C. The European robotic arm for the international space station[J]. Robotics and Autonomous systems, 1998, 23(1-2): 17-27.
- [16] Iqbal J, Islam R U, Khan H. Modeling and analysis of a 6 DOF robotic arm manipulator[J]. Canadian Journal on Electrical and Electronics Engineering, 2012, 6(3): 300-306.
- [17] Cruijsen H J, Ellenbroek M, Henderson M, et al. The European Robotic Arm: A High-Performance Mechanism Finally on its way to Space[J]. 2014, 3(6): 300-306.
- [18] 倪自强, 王田苗, 刘达. 医疗机器人技术发展综述[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 45-52.
- [19] 李贻斌, 李彬, 荣学文, 等. 液压驱动四足仿生机器人的结构设计和步态规划[J]. 山东大学学报 (工学版), 2011, 41(5): 32-36.
- [20] 黄明泉. 水下机器人 ROV 在海底管线检测中的应用[J]. 海洋地质前沿, 2012, 28(2): 52-57.
- [21] Dimaio S P, Hashtrudizaad K, Salcudean S E. Optimal selection of manipulator impedance for contact tasks[C]// IEEE International Conference on Robotics & Automation. IEEE, 2004.
- [22] Chiaverini S. The Parallel Approach to Force/Position Control of Robotic Manipulators[J]. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 1993, 9(4):361-373.
- [23] Chongzhen, Cao, Fengqin, et al. Neural network-based terminal sliding mode applied to position/force adaptive control for constrained robotic manipulators[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(6): 1-8.
- [24] Ziren, Lu, Goldenberg, et al. Robust Impedance Control and Force Regulation: Theory and Experiments.[J]. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(3): 225-254.

- [25] Flixeder S, Glück T, Böck M, et al. Combined path following and compliance control with application to a biaxial gantry robot[C]//2014 IEEE Conference on Control Applications (CCA). IEEE, 2014: 796-801.
- [26] 陈虹. 模型预测控制[M]. 科学出版社, 2013.
- [27] Eduardo F. Camacho, Carlos Bordons. Model Predictive Control[M]. Springer London, 2004.
- [28] Carlos E. García, Prett D M, Morari M. Model predictive control: Theory and practice—A survey[J]. Automatica, 1989, 25(3):335-348.
- [29] From P J, Gravdahl J T, Lillehagen T, et al. Motion planning and control of robotic manipulators on seaborne platforms[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(8):809-819.
- [30] Ivaldi S, Fumagalli M, Nori F, et al. Approximate optimal control for reaching and trajectory planning in a humanoid robot[C]// 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 18-22, 2010, Taipei, Taiwan. IEEE, 2010.
- [31] Manchester I R, Mettin U, Iida F, et al. Stable dynamic walking over uneven terrain[J]. The International Journal of Robotics Research, 2011, 30(3): 265-279.
- [32] Tassa Y, Erez T, Todorov E. Synthesis and stabilization of complex behaviors through online trajectory optimization[C]// Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2012.
- [33] 胡佳家. 病人自导康复机械臂控制系统设计与研究[D]. 浙江大学, 2014.
- [34] 宁昕, 武耀发. 自由漂浮空间机器人轨迹跟踪的模型预测控制[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 687-696.
- [35] 张晓颖, 李德伟, 席裕庚, 陈卫东. 六自由度机械臂约束预测控制系统的设计. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1464-1472.
- [36] Kulchenko P, Todorov E. First-exit model predictive control of fast discontinuous dynamics: Application to ball bouncing[C]//2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2011: 2144-2151.
- [37] Duchaine V, Bouchard S, Gosselin C M. Computationally efficient predictive robot control[J]. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 2007, 12(5): 570-578.

- [38] 刘哲, 宋锐, 邹涛. 基于模型预测控制的磨削机器人末端力跟踪控制算法研究[J]. 山东大学学报(工学版), 2018, 48(1):42-49.
- [39] Holkar K S, Waghmare L M. An overview of model predictive control[J]. International Journal of Control and Automation, 2010, 3(4): 47-63.
- [40] Maciejowski J M. Predictive control: with constraints[M]. Pearson education, 2002.
- [41] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.
- [42] Abu-Ayyad M, Dubay R. Real-time comparison of a number of predictive controllers[J]. ISA transactions, 2007, 46(3): 411-418.
- [43] Skjetne R, Fossen T I, Kokotović P V. Robust output maneuvering for a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 2004, 40(3): 373-383.
- [44] Yu S, Li X, Chen H, et al. Nonlinear model predictive control for path following problems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(8): 1168-1182.
- [45] Fujiwara M, Nagy Z K, Chew J W, et al. First-principles and direct design approaches for the control of pharmaceutical crystallization[J]. Journal of Process Control, 2005, 15(5): 493-504.
- [46] Diehl M, Bock H G, Schlöder J P, et al. Real-time optimization and nonlinear model predictive control of processes governed by differential-algebraic equations[J]. Journal of Process Control, 2002, 12(4): 577-585.
- [47] 郭洋. 基于扰动观测器的轮式移动机器人的路径跟踪控制[D]. 吉林大学, 2018.
- [48] Consolini L, Maggiore M, Nielsen C, et al. Path following for the PVTOL aircraft[J]. Automatica, 2010, 46(8): 1284-1296.
- [49] J.-M. Kai, T. Hamel, C. Samon . A unified approach to fixed-wing aircraft path following guidance and control[J]. Automatica, 2019, 108(4): 35-53.

- [50] Ghaemi R, Oh S, Sun J. Path following of a model ship using model predictive control with experimental verification[C]//Proceedings of the 2010 American Control Conference. IEEE, 2010: 5236-5241.
- [51] 杨震, 王岩, 刘繁明. 欠驱动船舶路径跟踪的神经滑模控制[C]// Chinese Control Conference 中国控制会议. 2014.
- [52] Aguiar A P , Hespanha J P . Trajectory-Tracking and Path-Following of Underactuated Autonomous Vehicles With Parametric Modeling Uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(8):1362-1379.
- [53] 顾青, 白国星, 孟宇, 等. 基于非线性模型预测控制的自动泊车路径跟踪[J]. 工程科学学报, 2019, 41(7): 947-954.
- [54] Faulwasser T , Findeisen R . Nonlinear Model Predictive Control for Constrained Output Path Following[J]. iee transactions on automatic control, 2015, 61(4):1026-1039.
- [55] Aguiar A P, Hespanha J P, Kokotović P V. Performance limitations in reference tracking and path following for nonlinear systems[J]. Automatica, 2008, 44(3): 598-610.
- [56] Faulwasser T, Findeisen R. Predictive path following without terminal constraints[C]//Proc. of 20th Int. Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS). 2012 (CONF).
- [57] Faulwasser T, Kern B, Findeisen R. Model predictive path-following for constrained nonlinear systems[C]//Proceedings of the 48h IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference. IEEE, 2009: 8642-8647.
- [58] Aguiar A P, Hespanha J P, Kokotovic P V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(2): 234-239.
- [59] Lam D, Manzie C, Good M. Model predictive contouring control[C]//49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2010: 6137-6142.

- [60] Nielsen C, Fulford C, Maggiore M. Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system[J]. Automatica, 2010, 46(3): 585-590.
- [61] 杨亮, 陈勇, 刘治. 基于参数不确定机械臂系统的自适应轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2019(11): 2485-2490.
- [62] 王志军, 武东杰, 赵震. 机器人力控制研究表述[J]. 机械工程与自动化, 2018(2): 223-224.
- [63] Siciliano B, Villani L. Robot force control[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [64] Zeng G, Hemami A. An overview of robot force control[J]. Robotica, 1997, 15(5): 473-482.
- [65] Seraji H, Colbaugh R. Force tracking in impedance control[J]. The International Journal of Robotics Research, 1997, 16(1): 97-117.
- [66] 陈峰, 费燕琼, 赵锡芳, 等. 机器人的阻抗控制[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2005(12): 46-47.
- [67] Jung S, Hsia T C, Bonitz R G. On robust impedance force control of robot manipulators[C]// Robotics and Automation, 1997. Proceedings. 1997 IEEE International Conference on. IEEE, 1997.
- [68] Jung S, Hsia T C, Bonitz R G. Force tracking impedance control of robot manipulators under unknown environment[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(3): 474-483.
- [69] Chiaverini S, Siciliano B, Villani L. A survey of robot interaction control schemes with experimental comparison[J]. IEEE/ASME Transactions on mechatronics, 1999, 4(3): 273-285.
- [70] 崔平远, 薛小平, 陈冲. 非线性系统精确线性化的微分几何法[J]. 飞行力学, 1993(02): 4-14.
- [71] 刘洋. 基于模型预测控制的移动机器人路径跟踪控制[D]. 长春: 吉林大学, 2016.

- [72] He W, Dong Y, Sun C. Adaptive neural impedance control of a robotic manipulator with input saturation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2015, 46(3): 334-344.
- [73] Hogan N. Impedance control: An approach to manipulation: Part I—Theory[J]. 1985.
- [74] 覃海强. 机械臂力/位置混合控制方法研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2013.
- [75] Ibrir S, Xie W F, Su C Y. Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone input[J]. Automatica, 2007, 43(3): 522-530.

攻读硕士学位期间的研究成果

作者简介：

作者：孟凌宇，女，1995年1月2日生于吉林省松原市，汉族。2016年7月获得长春理工大学电气工程及其自动化专业工学学士学位。2017年9月考入吉林大学通信工程学院控制工程专业攻读硕士学位，主要研究方向为路径跟踪控制与接触力控制。

攻读硕士学位期间参加的科研项目：

- 1.国家自然科学基金项委-中国汽车产业创新发展联合基金“智能网联商用车多车协同控制理论及关键技术”(项目批准号：U1964202)；
- 2.国家自然科学基金国际(地区)合作与交流重点项目“面向安全性的电动化汽车能效滚动优化”(项目批准号：61520106008)；
- 3.吉林省省校共建计划专项“下一代乘用车的底盘电动化先进技术”(项目批准号：SXGJSF2017-2)。

攻读硕士学位期间发表的论文：

- 1.Shuyou Yu, Yang Guo, Lingyu Meng, et al. MPC for Path Following Problems of Wheeled Mobile Robots[J]. //IFAC-PapersOnLine. 2018, 51(20): 247-252. (EI)
- 2.于树友, 孟凌宇, 许芳等. 基于三步法的机械臂轨迹跟踪控制[J].//控制理论与应用. 2019, 37(5): 1034-1044. (EI)
- 3.Lingyu Meng, Shuyou Yu, Huan Chang, et al. Path following and terminal force control of robotic manipulators[C].// 16th International Conference on Control and Automation.2020 (已录用). (EI)
- 4.于树友, 常欢, 孟凌宇等. 基于扰动观测器的轮式移动机器人滚动时域路径跟踪控制[J].//吉林大学学报(工学版). 2020 (已录用). (EI)

获奖情况：

- 1.华为杯第十五届全国研究生数学建模竞赛 国家级三等奖；
- 2.第十一届“认证杯”数学建模网络挑战赛 省级一等奖。

致谢

光阴似箭，岁月如梭，三年的研究生生涯转瞬即逝。在“吉大”求学的岁月，难以忘怀的是恩师于树友教授的传道受业、诲人不倦，弥足珍贵的是同窗小伙伴们的深切友谊，感激不尽的是父母双亲毅然对我的支持鼓励。曾几何时，在负笈从师的道路上，有过彷徨、迷惑，有过欣喜、悲伤，但好在师长谆谆教导、伯乐不弃驽马，有父母的默默扶持支持，有同学少年间的勉励，更有大家庭的温暖，终使我积极前行，不忘初心。

首先，请允许我再次感谢我的导师于树友教授，承蒙恩师不弃、悉心教导，让我感受到如沐春风般的亲切，于老师不仅指明了我学术研究的方向与进路，在学业上悉心指导，在生活上多方关照，更是教给我很多做人做学问的道理，他的和蔼可亲、严谨细致、著述等身，让我深感高山仰止，被导师的人格魅力与学术成就所折服。故人生能逢何教授这一良师，实属三生有幸。

其次，感谢父母对我求学的理解支持，感谢父母在物质与精神上对我的全力支持。作为家中独子，未能早日担起全家的责任，实属惭愧，但是父母双亲仍然毫不动摇地鼓励、资助我求学，在我苦闷、寂寞时给予精神上的鼓励与归属感，实让我这个为人子者感激亲恩。

最后，要感谢诸多同窗的相互扶持。同窗及各位师兄师姐师弟师妹身上，闪烁着很多优良的品质，值得我去学习效法。在与同学相处过程中，也收获了宝贵的情谊，让我受益颇多。再次请允许我特别感谢谭雷、冯阳阳、刘清宇师兄，郭洋、施竹清、周雨师姐，刘艺、张建建、王一男、厉庆华同窗以及陈浩、李建普、徐明生、常欢、张松林、李文博、卢星昊师弟和褚建新、曹瑞丽、宋佳师妹，和你们在一起的日子非常值得怀念。