

# 基于扰动观测器的轮式移动机器人 滚动时域路径跟踪控制

于树友<sup>1,2</sup>, 常 欢<sup>2</sup>, 孟凌宇<sup>2</sup>, 郭 洋<sup>2</sup>, 曲 婷<sup>1</sup>

(1. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 长春 130022; 2. 吉林大学 通信工程学院, 长春 130022)

**摘要:** 轮式移动机器人路径跟踪控制问题中通常存在状态约束和输入约束, 并且系统运行时容易受到外部扰动的影响。本文基于非线性扰动观测器提出了一种轮式移动机器人滚动时域路径跟踪控制策略。当没有外部扰动作用于系统时, 滚动时域控制算法可以满足控制约束和状态约束, 并且使得轮式移动机器人跟踪期望的轨迹; 当存在外部干扰, 尤其是慢变扰动时, 非线性扰动观测器能够估计扰动, 并通过反馈补偿扰动对轮式移动机器人移动轨迹的影响。仿真结果表明, 在外部干扰存在的情况下该控制策略能够保证移动机器人渐近跟踪期望路径。

**关键词:** 自动控制技术; 轮式移动机器人; 路径跟踪问题; 扰动观测器; 滚动时域控制

**中图分类号:** TP273    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1671-5497(2021)03-1097-09

**DOI:** 10.13229/j.cnki.jdxbgxb20200065

## Disturbance observer based moving horizon control for path following problems of wheeled mobile robots

YU Shu-you<sup>1,2</sup>, CHANG Huan<sup>2</sup>, MENG Ling-yu<sup>2</sup>, GUO Yang<sup>2</sup>, QU Ting<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, China; 2. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** State constraints, input constraints and external disturbances usually exist in the path following problem of wheeled mobile robots. Based on nonlinear disturbance observer, a moving horizon control strategy for path following problem of wheeled mobile robots is proposed in this paper. While there is no disturbance at all, the moving horizon control can satisfy the input and state constraints, and drive the wheeled mobile robot to the desired path. While there are disturbances, in particular, slow varying and “big” disturbances, the proposed nonlinear disturbance observer can estimate the disturbances, and compensate the influence of the disturbances on the wheeled mobile robot through a feedback. Simulation results show that the proposed control strategy can guarantee the convergence of the mobile robot to the desired path under the external disturbance.

收稿日期: 2020-02-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(U1964202, 61703178); 江苏省新能源汽车动力系统重点实验室开放课题项目(JKLNEVPS201901).

作者简介: 于树友(1974-), 男, 教授, 博士. 研究方向: 预测控制, 鲁棒控制. E-mail: shuyou@jlu.edu.cn

通信作者: 曲婷(1982-), 女, 副教授, 博士. 研究方向: 汽车动力系统控制及驾驶员行为建模.

E-mail: quting@jlu.edu.cn

**Key words:** automatic control technology; wheeled mobile robot; path following problem; disturbance observer; model predictive control

## 0 引言

轮式移动机器人(Wheeled mobile robot, WMR)是典型的非完整约束系统。由于 Brockett 条件<sup>[1]</sup>的存在,不能获得连续可微、线性时不变的反馈控制律镇定轮式移动机器人系统。为了克服这个限制,常采用非光滑的、时变的控制律使得系统镇定。此外,自然存在的状态约束和输入约束使移动机器人跟踪期望路径时很难获得满意的性能。早期研究利用控制李雅普诺夫函数设计局部跟踪控制器<sup>[2]</sup>;利用反馈线性化方法<sup>[3-5]</sup>、反步法<sup>[6-8]</sup>、滑模控制方法<sup>[9]</sup>等设计全局跟踪控制器。上述方法均没有将输入约束和状态约束考虑在内。模型预测控制(Model predictive control, MPC),也称为滚动时域控制(Receding horizon control, RHC),是广泛应用于工业过程控制中的一种先进控制策略。模型预测控制基于系统当前时刻的状态测量信息在线优化系统未来的输出,求解有限时域优化问题得到最优的开环控制序列,只将最优控制序列的第一个元素作用于系统,在下一采样时刻重复上述过程。模型预测控制算法可以用于处理带约束的控制问题。

环境中存在各种扰动,扰动会导致系统性能下降,甚至会破坏系统的稳定性。抑制或者消除扰动对系统性能的影响是控制器设计的重要目标。为了提高控制精度,可以采用智能自适应控制方法<sup>[10]</sup>、自适应滑模控制<sup>[11]</sup>和鲁棒控制方法<sup>[12]</sup>来抑制扰动。当扰动是可测的,可以通过测量来补偿或消除扰动对系统的影响;当扰动是不可测时,也可以从可测的变量中估计扰动,然后补偿或消除扰动的影响。扰动观测器常用于估计慢变或者常值扰动。设计系统的控制律时,可以利用扰动观测器的输出抵消外界干扰对系统的影响。干扰观测器主要分线性干扰观测器和非线性干扰观测器两大类<sup>[13]</sup>。针对无人机飞行特性,文献[14]设计了基于干扰观测器的模型预测控制算法,但是没有考虑无人机的状态约束和输入约束。文献[15]针对存在侧滑条件下移动机器人的轨迹跟踪控制问题,设计了基于干扰观测器的积分滑模控制器,但是滑模控制的“抖振”现象仍是制约其应

用的主要因素。

文献[16,17]采用具有终端不等式约束的预测控制处理路径跟踪控制问题,终端不等式约束用于保证优化问题的可行性和系统约束的满足。文献[18,19]采用具有终端等式约束的预测控制来研究路径跟踪控制问题,该策略不仅可以跟踪光滑轨迹,也可以跟踪非光滑轨迹。为了处理慢变扰动对系统动态性能的影响,文献[20,21]采用扰动观测器估计扰动的值,并且在设计控制器时考虑了扰动的影响。在文献[20]的基础上,本文研究了基于干扰观测器的轮式移动机器人模型预测控制算法。利用滚动时域控制算法处理系统的输入约束和状态约束;利用干扰观测器对外部扰动进行估计以产生补偿作用,提高了轮式移动机器人的跟踪控制精度。

## 1 问题描述

### 1.1 模型的建立

本文研究的轮式移动机器人的简化模型如图 1 所示,它为 Unicycle 型移动机器人,由两个独立驱动后轮和一个万向轮构成。

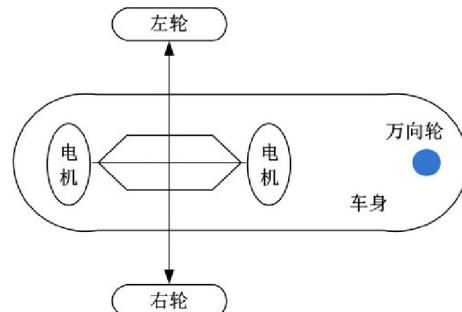


图 1 Unicycle 型轮式移动机器人的简化模型

Fig. 1 Simplified model of Unicycle  
wheeled mobile robot

在大地坐标系下给出移动机器人的简化模型和待跟踪的期望路径,如图 2 所示,图中相应的符号定义如表 1 所示。

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos(r + \theta) \\ v \sin(r + \theta) \\ r \cdot (\omega_r - \omega_b)/(2b) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $r = \arctan \frac{\rho_f \sin \delta - d}{\rho_f \cos \delta}$ 。

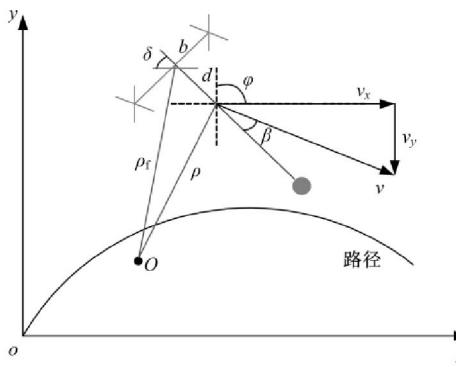


图2 大地坐标系下的轮式移动机器人

Fig. 2 Wheeled mobile robot in geodetic coordinate system

表1 轮式移动机器人的参数

Table 1 Parameters of wheeled mobile robot

参数	符号	参数	符号
前轮轮距	$2b$	质心与前轮垂直距离	$d$
车轮半径	$r$	小车瞬心	$O$
瞬心到前轮距离	$\rho_f$	瞬心到质心距离	$\rho$
小车质心合成速度	$v$	质心侧偏角	$\beta$
横摆角(位姿角)	$\varphi$	左轮轮速	$\omega_l$
前轮转角	$\delta$	右轮轮速	$\omega_r$

运动方程(1)过于复杂。如果根据轮速  $\omega_l, \omega_r$  选取特定的前轮转角  $\delta$ , 使得:

$$\rho_f \sin \delta - d = 0 \quad (2)$$

则可将运动方程(1)转化为:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \varphi \\ v \sin \varphi \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3)$$

对比式(1)和(3)可知, 式(3)为式(1)当  $\beta = 0$  时的情况。

奇异点<sup>[22]</sup>是机器人机构的一个重要的运动学特性, 它是指机器人在工作空间中不能实现沿任意方向的微小位移或转动。当机器人运动到奇异位置时, 产生如下不良影响: ①机器人实际操作自由度减少, 从而无法实现沿着某些方向的运动; ②雅可比矩阵退化, 从而所有包含雅可比的求逆控制方案无法实现。式(2)表示质心侧偏角始终为零, 这对轮式移动机器人的车身稳定性而言是有利的, 且  $\omega_r - \omega_l = 0$  时也不会产生奇异点。

轮式移动机器人是一类典型的非完整约束系统<sup>[1,23]</sup>。为了使轮式移动机器人在运动过程中保持车身稳定, 通常会限制其运行速度和角速度的大小(系统存在控制输入约束)。出于行驶安全的考虑, 轮式移动机器人的横摆角  $\varphi$  必须限制在一

定范围内(系统存在状态约束)。综上, 轮式移动机器人本质上属于非线性、多输入多输出、同时具有状态和输入约束的系统。

## 1.2 路径跟踪问题的描述

给定几何参考路径  $M$ 。假设有一个虚拟的移动机器人沿参考路径行走, 它的位置和方向代表实际机器人的理想运动状态。定义  $[z_R, y_R, \varphi_R]^T$  为虚拟的移动机器人的理想运动状态, 则虚拟的移动机器人的运动学方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\varphi}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_R & 0 \\ \sin \varphi_R & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ w_R \end{bmatrix} \quad (4)$$

为了叙述方便, 记移动机器人的运动学方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g_1(x) u \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $x = [z \ y \ \varphi]^T$ ;  $u = [v \ \omega]^T$ ;  $g_1(x) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  是关于  $x$  和  $u$  连续可微的。

考虑系统状态约束和输入约束:

$$\begin{cases} x \in X \subseteq \mathbb{R}^n \\ u \in U \subseteq \mathbb{R}^m \end{cases} \quad (6)$$

假设 1  $U \subseteq \mathbb{R}^m$  为紧集, 且包含原点。  
 $X \subseteq \mathbb{R}^n$  为连通的闭集且包含原点。

如上所述, 路径跟踪控制问题可以通过使系统状态  $x$  跟踪参数化的期望路径实现<sup>[18]</sup>。本文中期望路径  $M$  是通过标量  $s$  定义在状态空间上的:

$$M = \{r \in \mathbb{R}^n \mid r = m(s)\} \quad (7)$$

假设映射  $M: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^n$  是二阶连续可微的函数。变量  $s \in S \subseteq \mathbb{R}^1$  不是先验已知的, 但沿着期望路径由虚拟输入  $v$  控制:

$$\begin{cases} \dot{s}(t) = v(t) \\ v \in V \subseteq \mathbb{R}^1 \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $S$  和  $V$  为紧集。

假设 2 期望路径  $M$  包含在系统的状态约束集中, 即  $M \subseteq X$ 。

显然, 假设 2 是系统(3)能跟踪上给定(期望)路径(7)的必要条件。

以路径上中心点为原点建立直角坐标系, 并在路径坐标中计算移动机器人实际运动状态与虚拟的移动机器人理想运动状态的偏差。

定义跟踪误差:

$$x_e(t) = x(t) - m(s(t)) \quad (9)$$

则误差系统动力学方程为:

$$\dot{x}_e = \dot{x} - [\dot{m}(s)] = g_1(x)u - \frac{\partial m}{\partial s}v \quad (10)$$

路径跟踪问题要求移动机器人跟踪上期望的路径,即要求跟踪误差渐近趋于0。

假设3 存在连续可微函数  $m(\cdot, \cdot)$  和控制输入  $u_e$  使得:

$$x_e := m(x_e, u_e) \quad (11)$$

式中: 函数  $h$  依赖于参数  $s$  和  $v$ , 并且  $\beta(0, 0) = 0$ 。

假设3 表明当偏差状态  $x_e(t)$  等于零时, 存在容许输入  $u \in U$  和  $v \in V$ , 使系统状态  $x(t) \in X$  和道路参数  $s(t) \in S$  满足  $\dot{x}_e(t) = 0$ 。

在实际系统运行时往往存在各种干扰。本文主要考虑轮式移动机器人系统控制输入端的干扰, 例如风向、路面平整度对机器人速度和角速度的影响。在控制输入端慢变干扰存在的情况下, 轮式移动机器人系统<sup>[20]</sup>可以写成一般的形式:

$$\dot{x} = g_1(x)u + g_2(x)d \quad (12)$$

$$\text{式中: } g_1(x) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; g_2(x) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

本文拟采用扰动观测器估计扰动, 并设计相应的补偿控制消除(抑制)扰动对系统动态的影响。

路径跟踪控制问题设计控制器使得轮式移动机器人系统满足: ①收敛性: 系统状态  $x(t)$  能够收敛于期望路径, 即满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_e(t) = 0$ 。②约束满足: 对于任意时间  $t$ , 系统满足状态约束和输入约束, 即  $u \in U, v \in V, x(t) \in X, s(t) \in S$ 。

## 2 路径跟踪控制器的设计

本文将非线性模型预测控制应用于解决轮式移动机器人的路径跟踪控制问题。实际的工程系统一般都具有非线性的特点, 非线性模型预测控制可以直接使用被控对象的动态。扰动会影响系统的控制精度, 甚至造成系统的不稳定。对于轮式移动机器人系统, 考虑侧向风等不确定性干扰对其产生的影响。由于只考虑了轮式移动机器人的运动学方程, 故将外部干扰等效成对轮式移动机器人的速度和角速度的干扰。扰动观测器具有设计简单、无需干扰模型的特点, 不但可以估计出

系统的干扰, 而且不必增加额外的传感器。本文采用的复合控制器结构如图3所示。

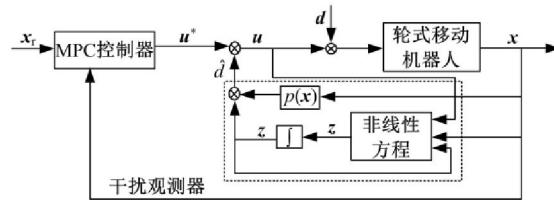


图3 系统结构框图

Fig. 3 System structure diagram

模型预测控制器用来保证轮式移动机器人渐近收敛于期望路径, 当有外部干扰出现时, 干扰观测器对其进行估计, 并产生相应的补偿控制。这样的控制结构可以提高轮式移动机器人跟踪期望路径的精度。

在这种结构下, 控制问题可以分成两个设计目标的子问题: ①在没有干扰存在的情况下设计系统的控制器, 实现系统渐近跟踪期望路径; ②设计干扰观测器估计干扰, 补偿(消除)实际干扰产生的影响。

### 2.1 约束优化问题及 MPC 算法

按照非线性模型预测控制滚动优化的思想, 可以通过在线求解约束优化问题来实现轮式移动机器人渐近跟踪期望路径, 同时满足系统的约束条件<sup>[16, 18, 19]</sup>。

假设系统所有状态变量都是可测量的, 相应的约束优化问题为:

$$\min_{u, v, s} J(x(t)) \quad (13)$$

满足约束条件:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g_1(x)u \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \dot{s}(t) = v(t) \\ v \in V \subseteq \mathbb{R}^1 \end{cases} \quad (15)$$

$$x_e(t) := x(t) - m(s(t)) \quad (16)$$

$$u(\tau, x(t)) \in U \quad (17)$$

$$x_e(t + T_p, X(t)) \in \Omega \quad (18)$$

式中:  $T_p$  为预测时域;  $u_e(\cdot, x(t))$  为误差系统预测的输入信号;  $x_e(\cdot, x(t))$  为误差系统在控制输入信号  $u_e(\cdot, x(t))$  作用下的预测状态的轨迹。

设  $E(x_e(t + T_p, x(t)))$ 、 $x_e(t + T_p, x(t)) \in \Omega$  分别为终端惩罚项和终端域约束, 用来保证优化问题的递归可行性和对给定路径的渐近收敛性;

$F(\cdot, \cdot)$ 为阶段代价函数,它具体规定了理想的控制性能指标; $J(x(t))$ 为代价函数,其表达式为:

$$J(x(t)) = E(x_e(t + T_p, x(t))) + \int_t^{t+T_p} (x_e^T Q x_e + u_e^T R u_e) dt \quad (19)$$

假设4  $F(\cdot, \cdot): (x \times u) \rightarrow \mathbb{R}^n$ 是连续的。对于所有的  $(x, u) \in (x \times u) \setminus \{0, 0\}$ ,  $F(x, u) > 0$ , 有  $F(0, 0) = 0$ 。

$J(\cdot, \cdot)$ 为优化问题的目标函数,其中路径偏差惩罚项  $x_e^T Q x_e$  保证系统状态跟踪上期望路径,控制输入惩罚项  $u_e^T R u_e$  代表控制动作的平稳性。控制输入  $u(\cdot, x(t))$ 、道路参数  $s(t, x(t))$ 、虚拟输入  $v(\cdot, x(t))$  共同作为目标函数  $J(\cdot, \cdot)$  的决策变量。优化问题的约束(14)和(16)分别为系统动力学方程和误差系统动力学方程,式(17)为系统的输入约束。

除去约束(14)~(17),优化问题在求解过程中还要满足约束(15)和(18),这两个约束条件描述了期望路径的演变过程。期望路径  $M$  是以  $s$  为参数的一条几何曲线, $s$  不是先验已知的,而是要受虚拟输入  $v$  的影响。控制器在线确定道路参数序列  $s$  以保证目标函数  $J(\cdot, \cdot)$  尽可能地小。

定理1 如果轮式移动机器人系统(5)满足假设1~4;在初始时刻,优化问题有可行解。则:①对于所有的  $t > 0$ ,优化问题是可行的;②系统的状态渐近地跟踪预先定义的几何路径  $M$ ,即  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_e(t) = 0^{[18, 19]}$ 。

## 2.2 扰动观测器设计

对于轮式移动机器人系统,想要准确地建立数学模型或测量出外部干扰是非常困难的。本文采用扰动观测器对干扰进行估计。

给出扰动观测器的形式如下:

$$\begin{cases} \hat{d} = z + T(x) \\ \dot{z} = -l(x)g_2(x)z - l(x) \\ (g_2(x)p(x) + f(x) + g_1(x)u) \end{cases} \quad (20)$$

式中: $\hat{d} = [\hat{d}_v \ \hat{d}_\omega]^T$  为干扰的估计值; $z$  为非线性扰动观测器的内部状态; $T(x)$  为要设计的非线性函数; $l(x)$  为观测器的增益;

$$l(x) = \frac{\partial T(x)}{\partial x} \quad (21)$$

定义估计误差为  $e_d := d - \hat{d}$ 。本文假设同扰动观测器的动态相比,干扰是慢变的,即

$\|d\| < \epsilon, \epsilon \approx 0$  是某一给定常数。

考虑估计误差的动态:

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= \dot{d} - \hat{d} = -\dot{z} - \frac{\partial T(x)}{\partial x} x = \\ &\quad -l(x)g_2(x)e_d \end{aligned} \quad (22)$$

可以通过选择合适的增益  $l(x)$  和非线性函数  $T(x)$  来保证扰动观测器的估计误差的收敛性。

定理2 考虑系统(12),选取  $l(x)$ :

$$l(x) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

进一步的,由  $l(x)$  和  $x$  得到  $T(x) = \int l(x) dx + C$ ,其中,  $C$  为任意的常数矩阵。则:①对于慢变扰动,干扰观测器(20)能有差地跟踪干扰,并且最大跟踪误差  $\|e_d\|_\infty$  与  $\epsilon$  成正比;②对于常值有界扰动,干扰观测器(20)能渐近跟踪扰动。

证明 由于  $l(x) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 则:

$-l(x) \cdot g_2(x) = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  的特征根均位于虚轴的左半平面(Hurwitz)。相应的估计误差对应的动态系统(22)是输入到状态渐近稳定的,并且最大跟踪误差  $\|e_d\|_\infty$  与  $\epsilon$  成正比<sup>[24]</sup>。

进一步的,当扰动  $d$  为常值有界扰动,即  $\epsilon = 0$  时,干扰观测器能渐近跟踪扰动。

## 3 仿真实验

### 3.1 “8”字路径

为了验证上述控制方法的有效性,在Matlab里进行仿真实验。在相同的条件下,分别设计模型预测控制器和基于扰动观测器的模型预测控制算法实现轮式移动机器人的路径跟踪控制。其中,车轮半径  $r = 80$  mm,前轮距离  $2b = 460$  mm,质心与前轮垂直距离  $d = 750$  mm。

设定参考路径为“8”字路径,这种路径的曲率是时刻变化的:

$$\begin{cases} x_R = 1.8 \sin \theta_k \\ y_R = 1.2 \sin(2\theta_k) \end{cases} \quad (23)$$

轮式移动机器人的初始位置为  $(x_0, y_0, \varphi_0)^T = (-0.4, -0.8, \pi/2)^T$ ;速度的约束为  $-1 \leq v \leq 3$

m/s; 前、后轮角速度的约束为  $-3.5 \leq \omega \leq 3.5$  rad/s; 移动机器人状态约束为  $-2.5 \leq x \leq 2.5$  m,  $-2.5 \leq y \leq 2.5$  m。

选择如下的二次型函数为代价函数:

$$F(x_e, u_e) = x_e^T Q x_e + u_e^T R u_e \quad (24)$$

式中:  $Q, R$  为权重矩阵,  $Q = 0.4I_3, R = 0.5I_2, I_j$  为维数是  $j$  维的单位矩阵。

预测时域为 10, 采样时间为 0.02 s; 端点惩罚矩阵  $[16] P$  为:

$$P = \begin{bmatrix} 28.36 & 0 & 0 \\ 0 & 30.02 & 8.89 \\ 0 & 8.89 & 47.04 \end{bmatrix}$$

$$\text{终端域 } \Omega = \{x \in R^3 \mid x^T P x \leq 25\}.$$

考虑加到控制输入端的干扰, 给出干扰的形式  $d = [d_v \ 0]^T$ , 其中  $d$  为作用在移动机器人速度上的干扰:

$$d_v = \begin{cases} -(t-4)(t-6), & 4 \leq t \leq 6 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

图 4(a) 为“8”字路径的仿真曲线, 有外部干扰作用于轮式移动机器人, 但设计控制器时没有考虑扰动对系统的影响。图中, 虚线为期望的参考路径, 实线为在 MPC 作用下轮式移动机器人的实际路径。从图 4(b)(c)(d) 中可以看出, 在没有干扰观测器作用时, 系统的路径偏离了期望的路径。

图 5(a)~5(d) 为模型预测控制器和干扰观测器共同作用时轮式移动机器人跟踪期望路径的动态曲线。从图中可见, 干扰观测器对干扰产生的影响具有抑制作用。图 5(e) 为干扰观测器对扰动的估计值与实际扰动的对比。

### 3.2 圆形路径

设定参考路径为坐标原点处, 半径为 1 m 的圆。移动机器人的初始位置为  $(-1, 1, \frac{\pi}{2})$ , 圆形路径的方程为:

$$\begin{cases} x_R = \sin \theta_k \\ y_R = \cos \theta_k \end{cases} \quad (25)$$

考虑加到控制输入端的干扰  $d = [d_v \ 0]^T$ , 其中:

$$d_v = \begin{cases} -(t-4)(t-6), & 4 \leq t \leq 6 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

图 6(a) 为圆形路径的仿真曲线, 有外部干扰

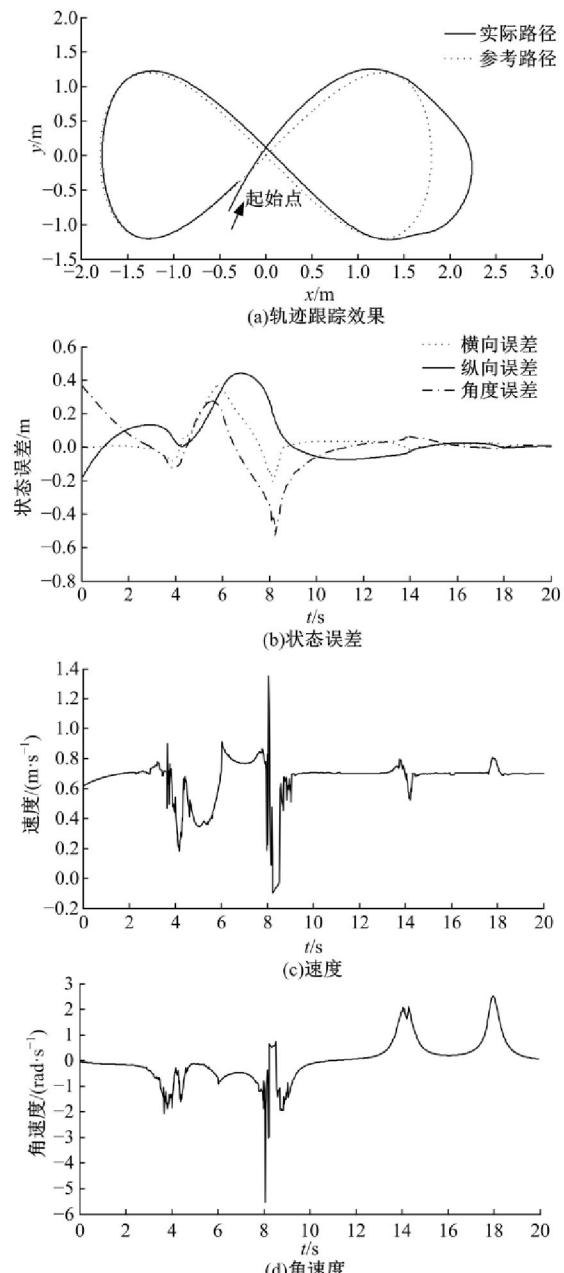


图 4 滚动时域控制 (“8”字轨迹跟踪)

Fig. 4 Receding horizon control ("8" trajectory tracking)

作用于轮式移动机器人, 但控制器设计时没有考虑扰动对系统的影响。图中, 虚线为期望的参考路径, 实线为在 MPC 作用下轮式移动机器人的实际路径。从图 6(b)(c)(d) 中可以看出, 在没有干扰观测器作用时, 系统的路径偏离了期望的路径。

图 7(a) 为模型预测控制器和干扰观测器共同作用时, 轮式移动机器人跟踪期望圆形路径的动态曲线。从图 7 可以看出, 干扰观测器对干扰

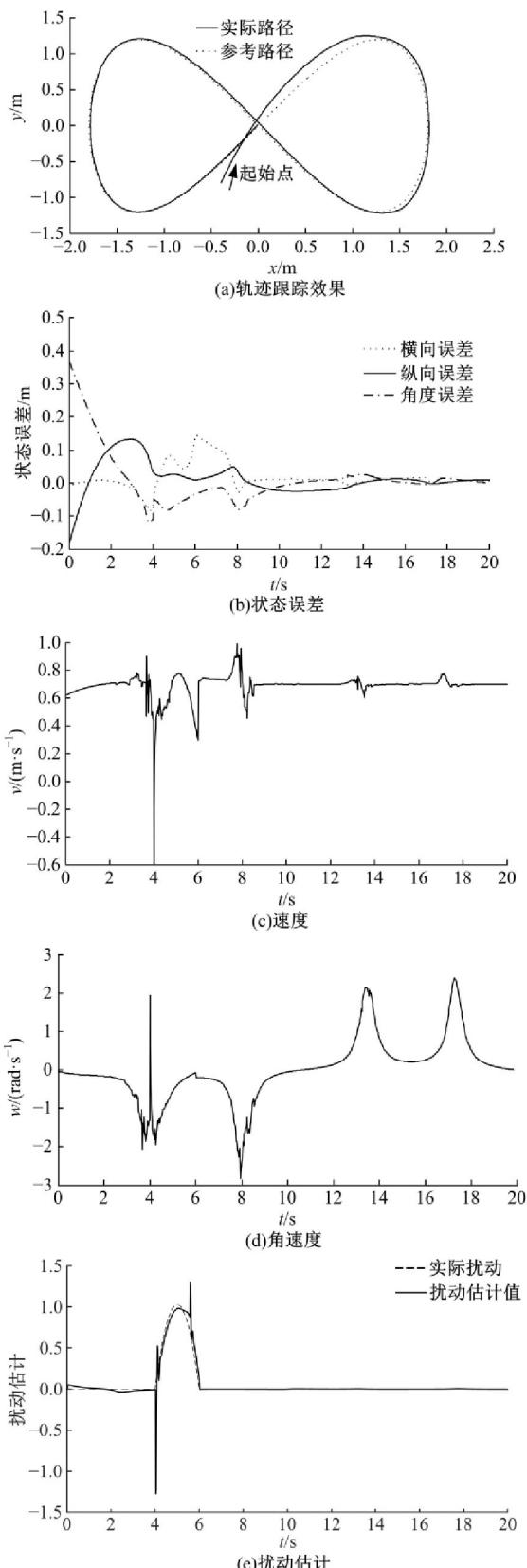


图5 基于干扰观测器的滚动时域控制(“8”字轨迹跟踪)

**Fig. 5 Receding horizon control based on disturbance observer ("8" trajectory tracking)**

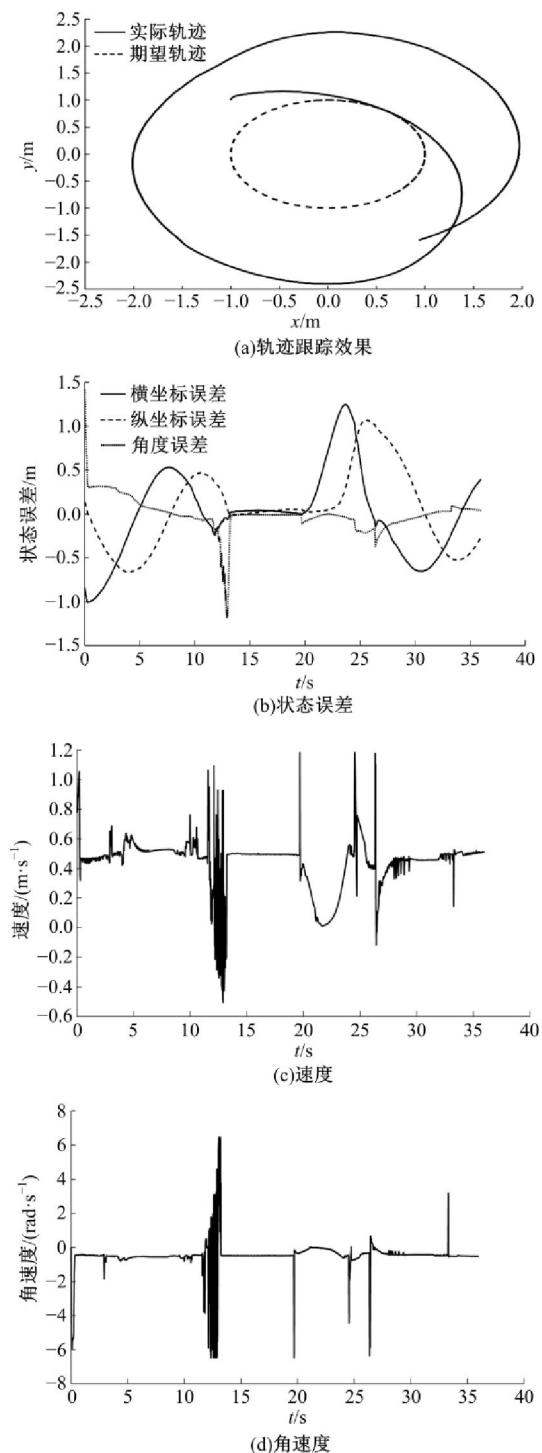


图6 滚动时域控制(圆形轨迹)

**Fig. 6 Receding horizon control(circular trajectory tracking)**

产生的影响具有抑制作用。图7(b)为扰动估计值与实际扰动的比较。

从两组仿真结果中可以看出,基于干扰观测器的滚动时域路径跟踪策略可以有效地抑制干扰对系统动态的影响。

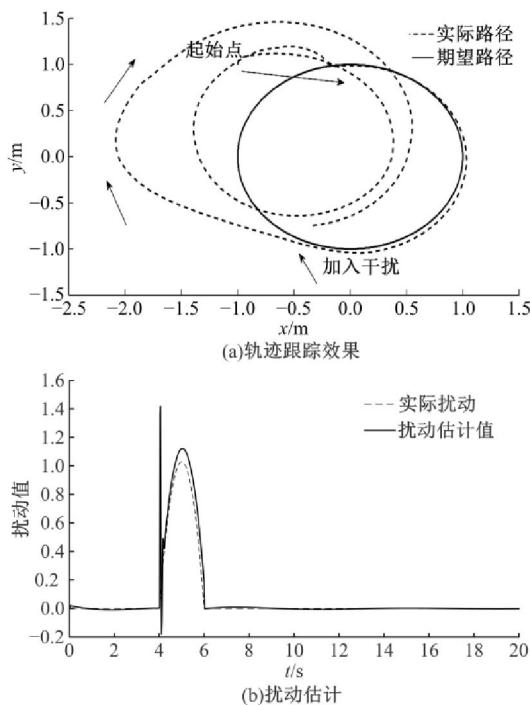


图 7 基于干扰观测器的滚动时域控制(圆形轨迹)

Fig. 7 Receding horizon control based on disturbance observer(circular trajectory tracking)

#### 4 结束语

本文针对具有非完整约束移动机器人系统的路径跟踪控制问题提出了滚动时域优化策略。设计了扰动观测器对外部干扰等不确定性因素进行估计，并产生相应的补偿控制。实验结果表明，在扰动存在的情况下，系统实际轨迹渐近收敛至期望轨迹。

#### 参考文献：

- [1] Brockett R. Asymptotic stability and feedback stabilization[J]. Differential Geometry Control Theory, 1983, 27(3): 181–191.
- [2] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, et al. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot[C]//IEEE International Conference on Robotics & Automation, Cincinnati, USA, 1990: 384–389.
- [3] Luca A D, Benedetto M D D. Control of non-holonomic systems via dynamic compensation[J]. Kybernetika Praha, 1993, 29(6): 593–608.
- [4] D'Andrea Novel B, Campion G, Bastin G. Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization[J]. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(6): 543–559.
- [5] Samson C, Ait-Abderrahim K. Feedback control of a nonholonomic wheeled cart in Cartesian space [C]//IEEE International Conference on Robotics & Automation, California, USA, 1991:1136–1141.
- [6] Fierro R, Lewis F L. Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics [C]//Proceedings of 34th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, 1995: 3805–3810.
- [7] Indiveri G. Kinematic time-invariant control of a 2-D nonholonomic vehicle[C]//Proceedings of 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, USA, 1999: 2112–2117.
- [8] Jiang Z P, Nijmeijer H. Tracking control of mobile robots: a case study in backstepping[J]. Automatica, 1997, 33(7): 1393–1399.
- [9] Bloch A, Drakunov S. Tracking in nonholonomic dynamic systems via sliding modes[C]//IEEE Conference on Decision & Control, New Orleans, USA, 1995: 2103–2106.
- [10] 朱亮, 姜长生, 张春雨. 基于径向基神经网络干扰观测器的空天飞行器自适应轨迹线性化控制[J]. 航空学报, 2007, 28(3):673–677.  
Zhu Liang, Jiang Chang-sheng, Zhang Chun-yu. Adaptive trajectory linearization control for aerospace vehicle based on RBFNN disturbance observer[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28 (3): 673–677.
- [11] 于靖, 陈谋, 姜长生. 基于观测器的非线性不确定系统自适应滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 993–999.  
Yu Jing, Chen Mou, Jiang Chang-sheng. Adaptive sliding mode control for nonlinear uncertain systems based on disturbance observer[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(8):993–999.
- [12] 王晓飞, 邹早建, 李铁山, 等. 欠驱动船舶鲁棒路径跟踪控制器设计[J]. 航海工程, 2009, 38(5):16–18.  
Wang Xiao-fei, Zou Zao-jian, Li Tie-shan, et al. Robust path following controller design of under-actuated ships[J]. Ship & Ocean Engineering, 2009, 38(5): 16–18.
- [13] Chen Wen-hua, Yang Jun, Guo Lei, et al. Disturbance-observer-based control and related methods—an overview[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(2): 1083–1095.
- [14] Liu Cun-jia, Chen Wen-hua, Andrews J. Trajectory tracking of small helicopters using explicit nonlinear MPC and DOBC[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2011, 44(1):1498–1503.

- [15] 许坤,陈谋. 基于干扰观测器的移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 应用科学学报,2016,34(2):177-189.  
Xu Kun, Chen Mou. Control of trajectory tracking of mobile robots based on disturbance observer[J]. Journal of Applied Sciences, 2016, 34(2):177-189.
- [16] Yu S, Li X, Chen H, et al. Nonlinear model predictive control for path following problem[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2015, 25(8):1168-1182.
- [17] Faulwasser T. Optimization-based Solutions to Constrained Trajectory-tracking and Path Following Problems[M]. Germany: Aachen, Shaker Verlag, 2013.
- [18] Liu Y, Yu S, Gao B, et al. Receding horizon following control of wheeled mobile robots: a case study [C]//IEEE International Conference on Mechatronics & Automation, Beijing, China, 2015: 2571-2576.
- [19] 刘洋. 基于模型预测控制的移动机器人路径跟踪控制[D]. 长春:吉林大学通信工程学院,2016.  
Liu Yang. Path following control of wheeled mobile robots based on model predictive control[D]. Changchun: College of Communication Engineering, Jilin University, 2016.
- [20] Chen Wen-hua. Disturbance observer based control for nonlinear system[J]. IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, 2004, 9(4):706-710.
- [21] Yu S Y, Guo Y, Meng L Y, et al. MPC for path following problems of wheeled mobile robots[J]. IFAC, 2018, 51(20):247-252.
- [22] 胡淮庆,房海容,彭俊斌,等. 机器人奇异性分析[J]. 机器人技术与应用,2001(6):32-35.  
Hu Huai-qing, Fang Hai-rong, Peng Jun-bin, et al. Robot singularity analysis[J]. Robot Technique and Application, 2001(6):32-35.
- [23] 赵韩,尹晓红,吴焱明. 非完整约束AGV轨迹跟踪的非线性预测控制[J]. 中国机械工程, 2011, 22(6): 681-686.  
Zhao Han, Yin Xiao-hong, Wu Yan-ming. Nonlinear model predictive control of trajectory tracking for nonholonomic AGV[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(6):681-686.
- [24] Khalil H K. Nonlinear Systems[M]. 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.