

控制理论与应用 Control Theory & Applications ISSN 1000-8152,CN 44-1240/TP

《控制理论与应用》网络首发论文

题目:	基于 Koopman 算子的磁流变阻尼器力跟踪控制		
作者:	刘振泽,徐新泽,郭杰,何雨纯,庄晔,于树友		
收稿日期:	2023-11-15		
网络首发日期:	2024-10-11		
引用格式:	刘振泽,徐新泽,郭杰,何雨纯,庄晔,于树友. 基于 Koopman 算子的磁流		
	变阻尼器力跟踪控制[J/OL]. 控制理论与应用.		

https://link.cnki.net/urlid/44.1240.TP.20241010.1652.014



www.cnki.net

网络首发:在编辑部工作流程中,稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶 段。录用定稿指内容已经确定,且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期 刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件,可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出 版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出 版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定;学术研究成果具有创新性、科学性和先进性,符合编 辑部对刊文的录用要求,不存在学术不端行为及其他侵权行为;稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、 出版的技术标准,正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。 为确保录用定稿网络首发的严肃性,录用定稿一经发布,不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约,在《中国 学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版,以单篇或整期出版形式,在印刷 出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出 版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z),所以签约期刊的网络版上网络首 发论文视为正式出版。

第 xx 卷第 x 期	控制理论与应用	Vol. xx No. x
xxxx 年 x 月	Control Theory & Applications	Xxx. xxxx

基于Koopman算子的磁流变阻尼器力跟踪控制

刘振泽¹,徐新泽¹,郭杰¹,何雨纯¹,庄晔³,于树友^{1,2†}

(1. 吉林大学 控制科学与工程系, 吉林 长春 130012; 2. 重庆邮电大学 工业物联网与网络化控制教育部重点实验室, 重庆 400065;

3. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 吉林 长春 130012)

摘要:为了实现磁流变阻尼器(Magnetorheological Damper, MRD)的高精度阻尼力跟踪控制,本文提出了一种基于Koopman算子的离散时间线性二次型最优跟踪(Discrete-time linear quadratic tracking, DLQT)控制策略.采用递归神经网络(Recurrent neural network, RNN)建立MRD的非线性模型.采取Koopman算子理论及扩展动态模式分解法(Extended dynamic mode decomposition, EDMD)将MRD的RNN模型"全局"线性化,保留MRD系统的非线性特性.利用基于Koopman算子理论得到的高阶线性模型设计了DLQT控制器.通过仿真实验实现对不同频率的期望信号进行跟踪,验证了算法的有效性.采用搭载了MRD的二自由度四分之一悬架实验台进行硬件在环实验.实验结果表明该算法可以实现对参考信号的高精度跟踪.

关键词: 磁流变阻尼器; 跟踪控制; Koopman算子; 扩展动态模式分解;递归神经网络

引用格式:刘振泽,徐新泽,郭杰,何雨纯,庄晔,于树友.基于Koopman算子的磁流变阻尼器阻尼力跟踪控制.控制理论与应用,2024,41(x):1-10

DOI: 10.7641/CTA.2024.30742

Damping force tracking control of magnetorheological damper based on Koopman operators

LIU Zhen-ze¹, XU Xin-ze¹, GUO Jie¹, HE Yu-chun¹, ZHUANG Ye³, YU Shu-you^{1,2†}

(1. Department of Control Science and Engineering, Jilin University, Changchun Jilin 130012, China;

2. Key Laboratory of Industrial Internet of Things and Networked Control,

Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

3. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun Jilin 130012, China)

Abstract: In order to realize a high-precision damping force tracking of magnetorheological damper (MRD), a discretetime linear quadratic tracking (DLQT) control strategy based on Koopman operators is proposed. Aiming at the hysteresis nonlinearity of MRD, a nonlinear recurrent neural network (RNN) model of MRD is established. Koopman operators theory and extended dynamic mode decomposition (EDMD) algorithm are used to obtain a high-dimensional model of MRD. A discrete-time linear quadratic tracking controller is designed by using the high-dimensional linear model. The expected signals of different frequencies are tracked through simulation experiments, which verifies the effectiveness of the proposed scheme. Furthermore, physics experiments are conducted on a 2-degree-of-freedom quarter suspension experimental system equipped with a MRD, which show that the strategy can achieve high-precision tracking of signals.

Key words: magnetorheological damper; tracking control; Koopman operators; extended dynamic mode decomposition; recurrent neural network

Citation: LIU Zhenze, XU Xinze, GUO Jie, HE Yuchun, ZHUANG Ye, YU Shuyou. Damping force tracking control of magnetorheological damper based on Koopman operators. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(x): 1 – 10

1 引言

磁流变液(Magnetorheological Fluid, MRF)是一种 性能优良的智能材料,由美国学者Jacob Rabinow^[1]于20世纪40年代率先发现. MRF具有磁流 变效应即其流变特性会根据外加磁场的大小和方向 变化而改变. 基于MRF制成的磁流变阻尼

收稿日期: 2023-11-15; 录用日期: 2024-05-02.

[†]通信作者. E-mail: shuyou@jlu.edu.cn.

本文责任编委: 吴敏.

工业物联网与网络化控制重点实验室(No.2019FF01), 吉林省自然科学基金项目(YDZJ202101ZYTS169), 国家自然科学基金项目(U1964202)资助. Supported by the Foundation of Key Laboratory of Industrial Internet of Things and Networked Control (No.2019FF01), the National Natural Science Foundation of Jilin Province (YDZJ202101ZYTS169) and the National Natural Science Foundation of China (U1964202).

器(Magnetorheological Damper, MRD)与传统阻尼器 相比具有可调阻尼力范围广、能耗低、响应迅速、性 能稳定等优点,广泛应用于土木、车辆、军事及医疗等 众多领域,发展前景广阔^[2-5].

MRD是一种利用MRF的特性来实现阻尼控制的 装置. MRD的阻尼力与伸缩速度、伸缩位移、驱动电 流之间存在复杂的非线性关系^[3],因此MRD的建模方 法是研究其动态特性和控制策略的重要基础.目前, MRD的建模方法主要有参数化建模和非参数化建模 两种.参数化建模是根据MRD的物理机理,建立一些 具有明确物理意义的数学模型来描述MRD的力与速 度、位移之间的关系.常见的参数化模型 有Bouc-wen模型及其改进模型^[6]、现 象(Phenomenological)模型^[7]和Dahl模型及其改进模 型^[8]等.参数化建模的优点是能够反映MRD的内在规 律,缺点是需要辨识的参数较多,计算复杂度较高,且 难以考虑MRD的温度、频率等因素的影响.非参数化 建模则是利用数值拟合或数据训练的方法来模 拟MRD的输入输出特性,而无需考虑其物理机理.典 型的非参数化模型为多项式模型[9]、神经网络模 型[10]和模糊模型[11]等.非参数化建模的优点是可以 直观地表达MRD输入输出特性,且计算成本较低,缺 点是需要大量的实验数据来保证准确性和可靠性. 近 年来,递归神经网络(Recurrent Neural Network, RNN)被广泛应用于非参数化建模中,用于模 拟MRD非线性特性^[12-15]. RNN是一种具有记忆能力 和反馈连接的神经网络,可以逼近任意非线性函数, 并且能够考虑历史信息对当前状态的影响[16]. Metered H^[13-14]等人利用RNN建立了MRD的逆向模 型,用于实现MRD阻尼力控制.Kim^[15]建立 了MRD系统的近似RNN模型,并与其他神经网络模 型进行了比较,结果表明RNN模型在提供准确响应的 同时显著降低了计算成本.综上所述,本文选 择RNN作为MRD的近似非线性模型,以保证建模精 确度.

在实际应用中,通常设计跟踪控制算法确定控制 电压,使MRD的输出阻尼力逼近期望控制力. MRD 控制器大致可分为两类:基于力反馈的MRD控制 器^[17]和基于MRD逆模型的开环控制器^[18].基于力反 馈的MRD控制器结构简单且易于实现,在实际中广泛 应用,但对期望阻尼力的跟踪精度较低.基于MRD逆 模型的开环控制器可以根据期望阻尼力算出控制电 流,对期望阻尼力的跟踪精度较高.但开环控制缺乏 反馈,无法消除干扰和模型摄动的影响.上述非线性 控制策略很难保证系统的控制实时性,需将非线性系 统线性化以设计线性控制器从而提高求解速度.但常 用的线性化方法仅能保证局部线性化^[19].本文采 取Koopman 算 子 理 论^[20-21]及 扩 展 动 态 模 式 分解(Extended dynamic mode decomposition, EDMD) 算法^[22-23]将MRD的非线性RNN模型全局线性化,得 到MRD的Koopman高维线性模型,理论上该高维线 性模型保留了MRD系统的完整非线性特性^[21-23].基 于Koopman高维线性模型设计离散时间线性二次型 跟 踪(Discrete-time linear quadratic tracking, DLQT) 控制器和Kalman状态观测器,消除模型摄动和干扰的 影响,实现期望阻尼力高精度的跟踪.

本文结构如下:第2节介绍二自由度四分之一悬架 实验平台,获取MRD输入、输出数据,并基于实验数 据建立MRD的RNN模型.第3节采取Koopman算子理 论及EDMD算法得到MRD的高维线性模型,依据高 维线性模型设计DLQT控制器和Kalman 状态观测器. 第4节在Matlab/Simulink环境中进行了MRD的输出 阻尼力跟踪仿真实验,验证所提控制方案的有效 性.第5节在二自由度四分之一悬架实验台上进行 了MRD的输出阻尼力跟踪硬件在环实验,验证所提控 制方案的实用性.第6节是本文结论.

2 MRD的Koopman线性模型

本节首先进行MRD的外特性测试实验,获取MRD的真实输入输出数据,以此为基础建立MRD的近似RNN模型.基于Koopman算子理论和EDMD算法获得MRD的Koopman线性模型.

2.1 MRD的系统特性分析

本文使用的二自由度四分之一悬架实验平台,如 图1所示,来验证MRD的闭环特性.



图 1 二自由度四分之一悬架实验平台图 Fig. 1 The 2 degree-of-freedom quarter suspension experimental system

二自由度四分之一悬架实验平台由动力系统,数 据采集与控制系统和台架系统三部分组成. 动力系统 以交流电源和电机为核心. 电机的额定功率为400W, 作动行程为200mm, 额定输出力为5.8kN, 可以模拟不 同的路面条件,给悬架系统提供激励.数据采集与控 制系统由上位机、下位机、数据采集卡和电流驱动板 构成. 上位机与下位机均采用研华工控机, 上位机运 行Windows 系统, CPU为英特尔酷睿i5 处理器, 并配 备Matlab2015a软件.下位机运行Dos系统,CPU型号 和运行内存与上位机相同.基于Xpc-Target工具箱,建 立了主从双机通信系统,实现了实时仿真控制、信号 的采集和运算控制等功能. MRD控制电流由电流驱动 板提供,该驱动板的供电电压范围为18至24V.台架 系统主体由四分之一半主动悬架组成并配备了MRD. 此外,还安装有各种传感器,用于测量加速度、位移和 输出阻尼力.

本文利用上述二自由度四分之一悬架实验平台测 试MRD 外特性. 根据MRD的总行程确定测试幅值 为[-20mm, 20mm];选取四组激励速度: 0.052m/s、0.131m/s、0.262m/s、0.524m/s;活塞 杆初始位置处于减振器中部. 依次通入控制电流: 0A、0.1A、 \cdots 、0.9A、1.0A. 激励速度为0.131m/s, 振幅为[-20mm, 20mm]的MRD外特性曲线如 图2所示.







Fig. 2 Characteristic curve of MR damper at the maximum velocity v = 0.131 m/s

从图2(a)阻尼力-活塞位移曲线可知该MRD具有 良好的阻尼耗散特性.由图2(b)阻尼力-活塞速度曲线 可以看出MRD的阻尼力随速度变化表现出明显的滞 回特性,且随着电流变大,滞回现象更明显.由上 述MRD的外特性分析可以看出,MRD在具有良好耗 散性能的同时,其迟滞非线性特性也非常明显.

本文的控制目标是设计控制器,克服迟滞非线性的影响,使MRD快速、准确地跟踪期望阻尼力.

2.2 MRD的RNN模型

神经网络是一种模拟人类神经系统的计算模型, 可以实现复杂的非线性映射功能. 根据是否存在反馈 与记忆,神经网络可以分为静态神经网络与动态神经 网络两种基本类型. 前馈式网络(如BP神经网络)是一 种单向传递信息的网络, 通过引入隐藏层和非线性转 移函数,可以近似任意非线性函数,但是其输出仅由 当前时刻的输入和权值矩阵决定,与先前时刻的输出 结果无关. 反馈式神经网络也称递归神经网络(RNN), 带有反馈与记忆功能,可以将前一时刻的输出或状态 保留并加入到下一时刻数据的计算中,从而实现对动 态信息的处理. RNN不仅具有动态性而且保留的系统 信息也更加完整. Elman神经网络是一种广泛应用 的RNN模型,它在BP神经网络基本结构的基础上增 加了一个承接层结构(延迟单元),包括一个输入 层、一个隐含层及一个输出层.承接层单元用来记忆 隐含层网络单元前一时刻的输出值,相当于一步延迟 算子,将隐含层的输出通过承接层单元的延迟与存储 功能联接到隐含层的输入,该自联方式增加了神经网 络处理动态信息的能力,达到动态建模的目的[24].



Fig. 3 The RNN structure

本文使用Elman神经网络作为MRD的近似非线性 模型.选取最大激励速度为0.262m/s时通入电 流0.1*A*、…、0.9*A*、1.0*A*的共10000组MRD外特性数据作为实验数据建立RNN模型. RNN模型的输入为当前时刻的电流信号I、活塞杆相对位移S和速度V,输出为阻尼力*F*. RNN的输入层节点数设置为3,输出层节点数设置为1,隐含层数为1,隐含层节点数经过试错法设置为10,对应的承接层数也为1,承接层节点数为10,本文MRD的RNN模型结构如图3所示.隐含层与输出层的激励函数分别选取双曲正切激励函数与线性函数. RNN的性能指标设置为RNN预测输出和实际输出之间的均方差,选取Levenberg-Marquardt算法^[24]训练RNN模型.

完成辨识后的RNN模型可表示为非线性状态空间 表达式:

$$\begin{cases} x(k) = \tanh[w_I \cdot u(k-1) + w_H \cdot x(k-1)],\\ y(k) = w_O \cdot x(k), \end{cases}$$
(1)

式(1)中, $x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_{10}(k)]$ 为k时刻 的RNN隐含层输出, y(k)为k时刻RNN的输出值, 输 入量为 $u(k) = [I(k), s(k), v(k)]^T, w_I, w_H = w_O \mathcal{H}$ 别为RNN输入层与隐含层、隐含层与承接层、隐含层 与输出层之间的权值矩阵.

选取最大激励速度为0.262m/s时的MRD外特性数据的后3000组数据作为测试集,MRD的RNN模型的验证效果如图4所示.由图4可知RNN模型能够准确地表达MRD的阻尼力特性.



图 4 RNN的预测效果图

Fig. 4 Comparison of RNN model damping force and actual damping force

2.3 Koopman高维线性模型

Koopman算子理论的基本思想是用无穷维线性系统逼近原非线性系统以保留原动力系统的非线性特性.利用Koopman算子理论可以得到非线性动力系统的"全局"线性化模型.

首先,给出离散非线性系统的的动力学方程:

$$x_{k+1} = f(x_k). \tag{2}$$

Koopman运算符 κ 是一个作用在观测函数g(x)上

的线性运算符,满足

$$\kappa g(x_k) = g(f(x_k)) = g(x_{k+1}), \qquad (3)$$

反映非线性映射*f*在观测函数*g*(*x*)域的函数值的演进, 演进过程如图5 所示.



图 5 非线性系统在Koopman算子作用下的演进图

Fig. 5 Evolution diagram of a nonlinear system under

Koopman operators

为了分析非自治系统,将Koopman算子扩展到具 有外部输入的系统,如式(3)所示^[22].

$$x_{k+1} = f'(x_k, u_k).$$
 (4)

定义 κ' 为可用于非自治系统的Koopman运算符, 将 κ' 作用于观测函数g'(x, u)上,满足

$$\kappa' g'(x_k, u_k) = g'(f'(x_k, u_k), u_{k+1}) = g'(x_{k+1}, u_{k+1}),$$
(5)

反映非线性映射 f' 在观测函数 g'(x, u) 域的函数值的 演进, 相应的演进过程如图 6 所示.



Fig. 6 Evolution diagram of a nonautonomous system under Koopman operators

理论上Koopman算子是无限维的,在实际使用时 需进行有限维近似^[21].常用的Koopman算子近似方 法有动态模式分解法、扩展动态模式分解法和深度神 经网络法^[21-22].扩展动态模式分解(EDMD)算法相 较于深度神经网络法来说操作简单、易于实现,同时 又能获得优于动态模式分解法的近似效果^[23],因此本 文将采用EDMD算法以获得式(1)的全局线性化模型. EDMD算法是基于数据驱动的近似Koopman算子的方法, 需通过实物实验或仿真实验, 获取系统数据, 并构造如下的数据矩阵:

$$X_{1} = [x(1), \cdots, x(k)],$$

$$X_{2} = [x(2), \cdots, x(k+1)],$$

$$Y = [y(1), \cdots, y(k)],$$

$$U = [u(1), \cdots, u(k)],$$

(6)

其中状态量矩阵 $X_1 \in R^{n \times k}, X_2 \in R^{n \times k},$ 输出量矩 阵 $Y \in R^{q \times k}$,控制量矩阵 $U \in R^{m \times k}, n, q, m$ 分别为 系统对应的状态量、输出量、控制量的维度数, k为采 样点数. 然后选取状态提升函数对数据矩阵进行升维 处理, 定义状态提升函数 φ 为:

$$\varphi(x(k)) = [\varphi_1(x(k)), \varphi_2(x(k)), \cdots, \\ \varphi_N(x(k))]^T,$$
(7)

其中N为状态提升函数的个数, 且 $N \gg n$. 升维后得 到高维线性空间中原系统的线性状态空间表达式(高 维Koopman线性模型), 如式(8)所示.

$$\begin{cases} z(k+1) = A_{ED}z(k) + B_{ED}u(k), \\ \hat{y}_{ED}(k) = C_{ED}z(k), \end{cases}$$
(8)

式中, $z(k) = [\varphi_1(x(k)), \varphi_2(x(k)), \dots, \varphi_N(x(k))]^T$ 为高维空间中模型的状态量, $\varphi_i(x(k)), i = 1, \dots, N$ 为选取的状态提升函数, $\hat{y}_{ED}(k)$ 为高维空间中模型 的输出量. 矩阵 A_{ED} 、 B_{ED} 和 C_{ED} 可通过求解如下优 化问题得到:

$$\begin{array}{l} \underset{A_{ED},B_{ED}}{\operatorname{minimize}} \left\| \varphi(X_2) - A_{ED}\varphi(X_1) - B_{ED}U \right\|, \quad (9) \\ \underset{C_{ED}}{\operatorname{minimize}} \left\| \hat{y}_{ED}(k) - C_{ED}\varphi(X_1) \right\|. \quad (10) \\ \end{array}$$

本文利用RNN模型获取神经网络输入值u(k)、隐 含层输出作为状态量x(k-1)与x(k)、以及输出 值y(k)的数据以构建EDMD算法所需的数据集.不 同时刻的输入值构成矩阵U,相邻两个时刻状态量分 别构成矩阵 X_1 与 X_2 ,不同时刻的输出值构成矩阵Y. 50个状态提升函数选取为 $\varphi_1(x(k))=w_O \cdot x(k)$, $\varphi_2 \cong \varphi_{40}$ 为39个Gauss函数, $\varphi_{41} \cong \varphi_{50}$ 为隐含层输出 即状态量本身.选用的Gauss函数形式如下:

$$y = \exp\left(-\|x - x_0\|^2 / \sigma^2\right),$$
 (11)

式(11)中 x_0 为中心值, 通常随机选取; σ 为内核宽度. 利用已经确定的状态提升函数对数据矩阵 X_1 与 X_2 进 行 升 维 处 理 至50 维, 得 到 升 维 后 的 数 据 矩 阵 X_{1lift} 与 X_{2lift} . 线 性 状 态 空 间 表 达 式 中 矩 阵A、B依据获取的数据集中的相关数据去求解如 式(12)所示的优化问题得到,

$$\underset{AB}{\operatorname{minimize}} \|X_{2lift} - AX_{1lift} - BU\|.$$
(12)

由于 $\varphi_1(x(k)) = w_O \cdot x(k)$,即输出阻尼力为升维后的

状态量的第一项,则矩阵 $C = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times 50}$. 最后 得到高维线性空间中原系统的线性状态空间表达 式(高维Koopman线性模型),如式(13)所示.

$$\begin{cases} z(k+1) = Az(k) + Bu(k), \\ \hat{y}(k) = Cz(k), \end{cases}$$
(13)

式中, $z(k) = [\varphi_1(x(k)), \varphi_2(x(k)), \dots, \varphi_{50}(x(k))]^T$ 为高维空间中模型的状态量, $\varphi_i(x(k)), i = 1, \dots, 50$ 为选取的状态提升函数, $\hat{y}(k)$ 为预测的输出阻尼力.

3 跟踪控制器设计

跟踪控制问题要求系统的状态或输出能够跟随给 定参考输入.跟踪控制器的设计方法主要分为两类, 一类是追求跟踪误差渐近收敛的跟踪控制方法,另一 类是兼顾跟踪误差和系统整体性能的最优跟踪控制 方法^[25].

MRD阻尼力跟踪控制问题:寻找最优跟踪控制 律u(k)*,使输出阻尼力y(k)跟随期望的输出r(k).在 控制器设计中,常常要兼顾到系统的跟踪误差和整体 性能.离散时间线性二次型最优跟踪(Discrete-time linear quadratic tracking, DLQT)方法由反馈项和前 馈项两部分组成^[25–26],其中反馈项使闭环系统稳定, 前馈项使闭环系统输出跟踪参考信号.DLQT可以通 过最小化二次型性能指标,使系统跟踪误差渐近收敛.

针对MRD系统对期望阻尼力的跟踪问题,本文提出了一种基于Koopman算子的DLQT控制策略:基于Koopman算子理论和EDMD算法获得MRD的全局线性化模型,依据得到的Koopman线性模型设计DLQT控制器.



Fig. 7 Control system framework

由于本文选取的状态量无法直接测量,因此引入KF(Kalman Filter)观测器,KF观测器的过程噪声协方差和测量噪声协方差根据建模精度和传感器测量精度分别选取为1×10⁻⁶和9×10⁻⁹.系统结构框图如图7所示.

定义系统跟踪误差为

$$e(k) = r(k) - y(k),$$
 (14)

和性能指标:

$$J = \sum_{k=0}^{n-1} [e(k)^T Q e(k) + u(k)^T R u(k)] +$$
(15)
$$e(n)^T Q e(n),$$

式中,终端时刻n为大于1的正整数.

最优跟踪控制律^[25-26]为:

$$u(k)^{*} = -(R + B^{T}PB)^{-1}B^{T}PAz(k) + (R + B^{T}PB)^{-1}B^{T}q(k+1),$$
 (16)

其中矩阵P可由黎卡提代数方程得到:

$$P = Q + A^T P A -$$

$$A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A.$$
(17)

离散时间最优跟踪器与最优输出调节器的本质差异 就是增加了一项与参考输出有关的项g(k).矩 阵g(k)由参考输出r(k)引起^[26],可由式(18)反向迭代 求解得到.在迭代过程中,g(k)会逐渐收敛, 将 $g(k+1) \approx g(k)$ 近似处理^[25-26],即可得到如式(19) 所示的g(k)与参考输出r(k)之间的关系.

$$\begin{split} g(k) &= \\ [A^{T} - A^{T} P(E + BR^{-1}B^{T}P)^{-1}BR^{-1}B^{T}] \times (18) \\ g(k+1) + C^{T}Qr(k), \end{split}$$

$$g(k) = -[A^{T} - E - (P - Q)A^{-1}BR^{-1}B^{T}]^{-1} \times (19)$$

$$C^{T}Qr(k),$$

式中P和R为半正定矩阵,Q为正定矩阵,E为50维的 单位矩阵.

注1 DLQT的一个核心原则是线性分离定理,即分开设计系统的状态反馈控制器和状态估计器.

4 仿真验证

为了验证本文设计的基于Koopman算子的DLQT控制策略的有效性,进行MRD阻尼力跟踪控制仿真实验.仿真实验选取的Q、R矩阵如下:

$$Q = \begin{bmatrix} 10000 \ 0 \cdots \ 0 \\ 0 \ 0 \cdots \ 0 \\ \vdots \ \vdots \ \ddots \ \vdots \\ 0 \ 0 \cdots \ 0 \end{bmatrix}_{50 \times 50}, R = \begin{bmatrix} 1 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 1 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 1 \end{bmatrix} . (20)$$

4.1 单一频率正弦参考信号跟踪实验

首先考虑单一频率正弦参考信号,正弦参考信号 设为 $r = 2.5 \sin(2\pi ft)$,其中f为信号频率,本文选 择MRD在不同装置中常用工作频率作为参考信号频 率,分别设置为0.1Hz,1Hz,5Hz,r的单位为kN, t为仿真时间,采样时间0.01s. **注 2** 信号频率f不可设置过高,频率过高会导致MRD的活塞杆断裂情况.

仿真实验结果如下所示:





从误差曲线可以看出,跟踪频率为0.1*Hz*期望阻 尼力的误差很小,最大误差仅为7.5462×10⁻⁴kN. 跟踪误差曲线表现为有规律的正弦波动.随着跟踪的 期望阻尼力信号频率的增大,误差曲线的波动范围也 在变大,但跟踪误差的均方值均达到了10⁻⁵级以下,

4.2 复合频率正弦参考信号跟踪实验

跟踪性能良好.

为了进一步验证所设计DLQT控制器有效性,选 用两组复合频率信号进行阻尼力跟踪仿真实验.第一 组复合频率信号为

$$r_1 = -2.5\sin(2 - \cos(2\pi * 0.5t) - \cos(2\pi * 3t)),$$
(21)

其中频率设置为 $f_1 = 0.5Hz, f_2 = 3Hz$. 第二组复合 频率信号为

$$r_2 = 2.5 \sin(3 - \cos(2\pi * 0.5t) - \cos(2\pi * t) - \cos(2\pi * 3t)), \tag{22}$$

其中频率设置为 $f_1 = 0.5Hz$, $f_2 = 1Hz$, $f_3 = 3Hz$. 两组复合频率跟踪控制结果如图所示.



(a) 期望阻尼力跟踪曲线 (b) 跟踪误差曲线 图 11 期望阻尼力跟踪曲线及误差曲线($f = \{0.5, 3\}Hz$) Fig. 11 Desired force tracking curve and error $curve(f = \{0.5, 3\}Hz)$

误差曲线表明,跟踪误差虽然未表现为跟踪单一频率信号时有规律的正弦波动,但也能实现在[-0.015,0.015]内的小范围波动,因此DLQT控制器能跟踪复杂的期望信号.



(a) 期望阻尼力跟踪曲线 (b) 跟踪误差曲线 图 12 期望阻尼力跟踪曲线及误差曲线(*f* = {0.5, 1, 3}*Hz*)

Fig. 12 Desired force tracking curve and error $\mathrm{curve}(f=\{0.5,1,3\}Hz)$

表1给出了MRD跟踪不同频率参考信号的最大误差值、误差百分比以及均方误差值.选用的均方误差 (MSE)函数形式如下:

$$MSE(r, y) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (r_i - y_i)^2, \qquad (23)$$

式(23)中r为期望阻尼力, y为MRD输出阻尼力, m为 样本数量.由表1可知, 采用基于Koopman算子 的DLQT控制策略的MRD在单一频率参考信号和复 合频率参考信号下的阻尼力跟踪均能获得一个良好 的跟踪效果.随着参考信号跟踪频率的增加,其最大误差值、误差百分比以及均方误差值均有所增大,但均方误差值均达到了10⁻⁵级以下,跟踪控制的最大误差百分比仅为0.4998%.

表 1 不同频率参考信号的最大误差值、误差百分 比、均方误差值

Table 1 Maximum tracking error, error percentage,mean square error with different frequency signals

信号频率(Hz)	Max $\operatorname{error}(kN)$	Percentage(%)	$MSE((kN)^2)$
0.1Hz	7.5462×10^{-4}	0.0302	2.7028×10^{-7}
0.5Hz	0.0041	0.1634	7.7732×10^{-6}
1Hz	0.0062	0.2472	1.7826×10^{-5}
5Hz	0.0114	0.4545	5.7831×10^{-5}
$\{0.5, 3\}Hz$	0.0099	0.3960	1.6863×10^{-5}
$\{0.5, 1, 3\}Hz$	0.0125	0.4998	2.7684×10^{-5}

综上所述,在基于Koopman 算子的DLQT控制策略作用下,MRD的输出阻尼力能够很好地跟踪上期望阻尼力,具有较好的抗干扰能力.正弦参考信号跟踪仿真实验结果验证了所提控制策略的有效性.

5 硬件在环实验验证

本节在二自由度四分之一悬架实验平台上进行了 阻尼力跟踪实验,通过硬件在环实验,以验证DLQT 控制器的实际控制效果.

在实际应用中, MRD的主要控制方法是逆模型控制策略.为了验证DLQT方案的实际可行性,本文将其与文献[27]中建立的双隐藏层BP神经网络逆模型进行了对比分析.

二自由度四分之一悬架实验平台通过控制电机作 动方式来模拟不同的路面工况,并根据文献[28]通过 当前悬架的运动状态求取期望阻尼力.采用相应控制 策略使MRD输出阻尼力跟踪上期望阻尼力,从而减轻 车身垂直方向抖动,提升车辆乘坐舒适性.分别在正 弦、凸包和随机三种不同路面激励条件下进行了采 用双隐藏层BP神经网络逆模型和DLQT两种控制策 略的阻尼力跟踪实验.此外,MRD在长时间试验运行 时内部温度会升高,还需考虑MRD内部温度变化对其 控制效果的影响.

5.1 不同路面激励下的阻尼力跟踪实验

在频率为2.5*Hz*,振幅为0.05*m*的正弦路面激励下,进行分别采用两种控制策略的阻尼力跟踪实验,实验效果如图13所示.





图13为正弦路面激励下期望阻尼力跟踪曲线结 果.其中,图13(a)为频率2.5*Hz*,振幅0.05*m*的正弦路 面激励曲线,图13(b)中红色实线为期望阻尼力曲线, 蓝色虚线为采用DLQT方案的MRD输出阻尼力曲线, 黑色虚线为采用文献[27]中建立的双隐藏层BP神经 网络逆模型控制的MRD输出阻尼力.

在宽度为1m,高度为0.04m的凸包路面激励下,当车速为10km/h时分别进行了采用两种控制策略的 阻尼力跟踪实验,实验结果如图14所示.



图 14 凸包路面激励下期望阻尼力跟踪曲线

Fig. 14 Damping force tracking for a bump road surface.

图14为凸包路面激励下期望阻尼力跟踪曲线结 果.其中,图14(a)为宽度1m,高度0.04m的凸包路面 激励曲线,图14(b)中红色实线为期望阻尼力曲线,蓝 色虚线为采用DLQT方案的MRD输出阻尼力曲线,黑 色虚线为采用文献[27]中建立的双隐藏层BP神经网 络逆模型控制的MRD 输出阻尼力.

考虑车在实际行驶时悬架的工作状态,选择模拟C级路面进行阻尼力跟踪实验.根据中国国家标准(GB/T 7031-2005),路面分为8级,即从A级到H级.本文所选的C级道路通常指标准较低的二级公路或农村公路.在C级随机路面工况下进行分别采用两种控制策略的阻尼力跟踪实验,实验结果如图15所示.



Fig. 15 Damping force tracking for a random road surface.

图15为随机路面激励下期望阻尼力跟踪曲线结 果.其中,图15(a)为C级随机路面激励曲线,图15(b)中 红色实线为期望阻尼力曲线,蓝色虚线为采 用DLQT方案的MRD输出阻尼力曲线,黑色虚线为采 用文献[27]中建立的双隐藏层BP神经网络逆模型控 制的MRD 输出阻尼力.

- 表 2 不同路面激励下采用DLQT策略的最大误差 值、均方误差值
- Table 2 Maximum error, mean square error withDLQT method

Sin	nulated road surface	Max error(kN)	$MSE((kN)^2)$
	Sinusoidal	0.1038	2.5260×10^{-3}
	Bump	0.0720	5.3910×10^{-4}
	Random	0.1998	7.6418×10^{-3}

表 3 不同路面激励下采用逆模型控制策略的最大误 差值、均方误差值

 Table 3 Maximum error, mean square error of inverse model method

Simulated road surface	Max $\operatorname{error}(kN)$	$MSE((kN)^2)$
Sinusoidal	0.1896	4.6389×10^{-3}
Bump	0.1021	7.3764×10^{-4}
Random	0.2653	9.1378×10^{-3}

表2和表3列出了分别采用两种控制策略的实验结 果的最大误差和均方误差MSE.根据表2和表3可知, 所提出的基于Koopman算子的DLQT方案和逆模型 控制策略都能实现对期望阻尼力的良好跟踪性能.

5.2 MRD温度变化对控制效果的影响

当MRD持续通电时,其内部温度升高,这可能会导致其动态特性发生变化,甚至导致逆模型失配.为 了探究温度变化对控制结果的影响,通过向MRD持续施加1A的电流来加热MRD(按照所采用MRD技术数据,持续通入1A电流超过30秒即可视为发热)^[29], 再分别采用上述两种控制策略进行三种路面激励下 的阻尼力跟踪实验.采用加热后的MRD在三种路面激励下进行的阻尼力跟踪实验结果如图16-18所示.



(a) 正弦路面曲线
 (b) 期望阻尼力跟踪曲线
 图 16 正弦激励下采用发热MRD的期望阻尼力跟踪曲线
 Fig. 16 Damping force tracking with the heated MR damper for sinusoidal road surface.

图16为正弦路面激励下采用发热MRD的期望阻 尼力跟踪曲线结果.其中,图16(a)为频率2.5*Hz*,振 幅0.05*m*的正弦路面激励曲线,图16(b)中红色实线为 期望阻尼力曲线,蓝色虚线为采用DLQT方案的发 热MRD输出阻尼力曲线,黑色虚线为采用文献[27]中 建立的双隐藏层BP神经网络逆模型控制的发 热MRD输出阻尼力.基于实验结果可知,在MRD发 热时仅逆模型控制无法精确跟踪期望阻尼力,而本文 所提出的DLQT策略仍能达到较高的控制精度,提升 车辆乘坐舒适性.



Fig. 17 Damping force tracking with the heated MR damper for bump road surface.

图17为凸包路面激励下采用发热MRD的期望阻尼力跟踪曲线结果.其中,图17(a)为宽度1m,高度0.04m的凸包路面激励曲线,图17(b)中红色实线为期望阻尼力曲线,蓝色虚线为采用DLQT方案的发热MRD输出阻尼力曲线,黑色虚线为采用文献[27]中建立的双隐藏层BP神经网络逆模型控制的发热MRD输出阻尼力.基于实验结果可知,在MRD发热时仅逆模型控制无法精确跟踪期望阻尼力,而本文所提出的DLQT策略仍能达到较高的控制精度,提升车辆乘坐舒适性.





图18为随机路面激励下采用发热MRD的期望阻 尼力跟踪曲线结果.其中,图18(a)为C级随机路面激 励曲线,图18(b)中红色实线为期望阻尼力曲线,蓝色 虚线为采用DLQT方案的发热MRD输出阻尼力曲线, 黑色虚线为采用文献[27]中建立的双隐藏层BP神经 网络逆模型控制的发热MRD输出阻尼力.基于实验 结果可知,在MRD发热时仅逆模型控制无法精确跟踪 期望阻尼力,而本文所提出的DLQT策略仍能达到较 高的控制精度,提升车辆乘坐舒适性.

表 4 不同路面激励下采用发热MRD 的DLQT控制策 略的最大误差值、均方误差值

Table 4 Maximum error, mean square error of DLQT

~	method	
Simulated road surface	Max $\operatorname{error}(kN)$	$MSE((kN)^2)$
Sinusoidal	0.1814	5.3068×10^{-3}
Bump	0.0851	7.3849×10^{-4}
Random	0.2279	8.0580×10^{-3}

注 3 出于安全考虑,实验中通入MRD的电流被限制 在0到1*A*的范围内.

表 5 不同路面激励下采用发热MRD 的逆模型控制策 略的最大误差值、均方误差值

 Table 5 Maximum error, mean square error of inverse model method

Simulated road surface	Max $\operatorname{error}(kN)$	$MSE((kN)^2)$
Sinusoidal	0.4662	2.3252×10^{-2}
Bump	0.3304	3.8212×10^{-3}
Random	0.4082	1.5279×10^{-2}

表4和表5列出了在MRD发热的情况下分别采用 两种控制策略的实验结果的最大误差和MSE. 根据 表2至表5可知,逆模型控制策略在MRD发热后会出 现模型失配的情况,控制效果显著降低. 而本文提出 的基于Koopman算子的DLQT策略能够有效降低模型 失配的影响,实现对期望阻尼力的良好跟踪性能. 综上所述,在本文设计的基于Koopman算子的DLQT控制策略作用下,MRD的输出阻尼力能够很好地跟踪上期望阻尼力,并且具有较好的抗干扰能力.

6 结论

针对MRD的输出阻尼力跟踪控制问题,提出了一种基于Koopman算子的DLQT控制策略.首先采用RNN建立MRD的近似非线性模型,其次采取Koopman算子理论及EDMD算法将非线性系统转化为高维的线性系统.最后基于高维线性系统设计DLQT控制器.仿真和物理实验结果表明,该方法可以解决迟滞非线性的影响,实现对期望阻尼力的有效跟踪,具有较好的抗干扰能力.

参考文献:

- BASTOLA A, HOSSAIN M. A review on magneto-mechanical characterizations of magneto-rheological elastomers. *Composites Part B: Engineering*, 2020, 200: 108348.
- [2] WANG Xiaolong, LV Haifeng, HUANG Jinying, et al. Modelfree feedforward/feedback control scheme for magnetorheological damper. *Journal of ZheJiang University (Engineering Science)*, 2022, 56(5): 873 – 878.

(王小龙,吕海峰,黄晋英,等.磁流变阻尼器无模型前馈/反馈复合控制.浙江大学学报(工学版),2022,56(5):873-878.)

- [3] YU J, DONG X, SU X, et al. Development and characterization of a novel rotary magnetorheological fluid damper with variable damping and stiffness. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 165: 108320.
- [4] CHEN Zhaohui, NI Yiqing.Real-time damping-force tracking control of self-sensing magnetorheological dampers. *Journal of ZheJiang U-niversity (Engineering Science)*, 2017, 51(8): 1551 1558.
 (陈昭晖, 倪一清. 自传感磁流变阻尼器实时阻尼力跟踪控制. 浙江 大学学报(工学版), 2017, 51(8): 1551 1558.)
- [5] WU Jian. Piecewise Modeling and Multi-Objective Control of Magneto-Rheological Semi-Active Suspension. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020.
 (吴健. 磁流变半主动悬架分段建模与多目标控制方法研究. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.)
- [6] ZHU H, RUI X, YANG F, et al. An efficient parameters identification method of normalized Bouc-Wen model for MR damper. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 448: 146 – 158.
- [7] GUO J, LI Z, ZHANG M. Parameter identification of the phenomenological model for magnetorheological fluid dampers using hierarchic enhanced particle swarm optimization. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2021, 35: 875 – 887.
- [8] TUSSET A, JANZEN F, PICCIRILLO V, et al. On nonlinear dynamics of a parametrically excited pendulum using both active control and passive rotational (MR) damper. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(9): 1587 – 1599.
- [9] YAN W, ZHAO H, FENG Z, et al. Parameter identification and simulation of the MR damper's polynomial model of three-stage sealed structures in the unstable field. *Journal of Machine Design*, 2020, 37(2): 10 – 20.
- [10] HU G, QI H, CHEN M, et al. Optimal design of magnetorheological damper with multiple axial fluid flow channels using BP neural network and particle swarm optimization methodologies. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2021, 67(3): 339 – 360.

- [11] JEONG K, CHOI S. Takagi Sugeno Fuzzy Observer-Based Magnetorheological Damper Fault Diagnosis Using a Support Vector Machine. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2021, 30(4): 1723 – 1735.
- [12] LIU Q, CHEN W, HU H, et al. An optimal NARX neural network identification model for a magnetorheological damper with forcedistortion behavior. *Frontiers in Materials*, 2020, 7: 10.
- [13] BOADA M, BOADA B, DIAZ V. A novel inverse dynamic model for a magnetorheological damper based on network inversion. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(15): 3434 – 3453.
- [14] TONG Y, XIE L, XUE S, et al. Identification of a monitoring nonlinear oil damper using particle filtering approach. *Mechanical systems* and signal processing, 2023, 189: 110020.
- [15] KIM H. Development of seismic response simulation model for building structures with semi-active control devices using recurrent neural network. *Applied Sciences*, 2020, 10(11): 3915.
- [16] LI Z, LI S. Model-based recurrent neural network for redundancy resolution of manipulator with remote centre of motion constraints. *International Journal of Systems Science*, 2022, 53(14): 3056 – 3069.
- [17] BAHIUDDIN I, IMADUDDIN F, MAZLAN S A, et al. Accurate and fast estimation for field-dependent nonlinear damping force of meandering valve-based magnetorheological damper using extreme learning machine method. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2021, 318: 112479.
- [18] SHMERLING A, GERDTS M. Short-horizon acceleration-predictive control for reducing lateral seismic inertia forces of inelastic frame structures using semi-active fluid viscous dampers. *Computers & structures*, 2023, 281: 107032.
- [19] XIE S, REN J. Linearization of recurrent-neural-network-based models for predictive control of nano-positioning systems using datadriven Koopman operators. *IEEE Access*, 2020, 8: 147077 – 147088.
- [20] LUO J, CITMACI B, JANG J, et al. Machine learning-based predictive control using on-line model linearization: Application to an experimental electrochemical reactor. *Chemical Engineering Research and Design*, 2023, 197: 721-737.
- [21] KORDA M, MEZIC I. On convergence of extended dynamic mode decomposition to the Koopman operator. *Journal of Nonlinear Science*, 2018, 28: 687 – 710.
- [22] KORDA M, MEZIC I. Linear predictors for nonlinear dynamical systems: Koopman operator meets model predictive control. *Automatica*, 2018, 93: 149 – 160.
- [23] SCHMID P. Dynamic mode decomposition and its variants. Annual Review of Fluid Mechanics, 2022, 54: 225-254.
- [24] BELOV M, VAN L, KHOA T. State observer based Elman recurrent neural network for electric drive of Optical-Mechanical complexes. 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). Moscow, Russia: IEEE, 2021: 802 – 805.
- [25] FU Yue, CHEN Wei. Optimal tracking control method for discrete-time linear multivariable systems with decoupling performance. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(8): 1931 1939.
 (富月, 陈威. 具有解耦性能的离散时间线性多变量系统最优跟踪控制. 自动化学报, 2022, 48(8): 1931 1939.)
- [26] LIU Bao, TANG Wansheng. Modern control theory. Beijing: China Machine Press, 2006.
 (刘豹, 唐万生. 现代控制理论. 北京: 机械工业出版社, 2006.)
- [27] XU Mingsheng. Research on Road Preview Model Predictive Control Strategy for Magneto-rheological Semi-active Suspension. Changchun: Jilin University, 2021. (徐明生. 磁流变半主动悬架道路预瞄模型预测控制策略研究. 长春: 吉林大学, 2021.)

- [28] SUN Haojie. Study on Semi-Active Suspension Control Algorithm Based on Reinforcement Learning. Changchun: Jilin University, 2022. (孙浩杰.基于强化学习的半主动悬架控制算法研究.长春: 吉林大
- 学, 2022.) [29] KARIGANAUR A, KUMAR H, ARUN M. Influence of temperature on magnetorheological fluid properties and damping performance. *Smart Materials and Structures*, 2022, 31(5): 055018.

附录

附录内容.

作者简介:

刘振泽 副教授,博士.目前研究方向为智能机器人控制与非线性系统控制,E-mail: zzliu@jlu.edu.cn;

徐新泽 硕士研究生,目前研究方向为Koopman算子与车用磁流 变阻尼器的非线性控制, E-mail: xuxz21@mails.jlu.edu.cn;

郭杰 博士研究生,目前研究方向为磁流变半主动悬架建模与 控制, E-mail: jieguo20@mails.jlu.edu.cn;

何雨纯硕士研究生,目前研究方向为车用磁流变阻尼器的非线性控制, E-mail: yche23@mails.jlu.edu.cn;

庄 晔 教授,博士.目前研究方向为轮胎动力学与智能轮胎传 感、悬架多体动力学与半主动控制、电动车多体、多场耦合动力学与 控制等, E-mail: zhuangye@jlu.edu.cn;

于树友 教授,博士.目前研究方向为预测控制、半主动悬架控制、鲁棒控制以及预测控制与鲁棒控制在汽车控制中的应用等, E-mail: shuyou@jlu.edu.cn.