

基于时滞系统的无偏 H_∞ 滤波李学军¹, 陈虹², 于树友²

(1. 长春大学 电子信息工程学院, 长春 130022; 2. 吉林大学 通信工程学院, 长春 130022)

摘要: 设计了含有时滞环节的无偏 H_∞ 滤波器, 对时滞系统中不易测量的状态变量进行了估计。基于 LMI 技术推导了滤波误差系统满足渐近稳定和具有 H_∞ 扰动衰减水平 γ 的充分条件。由于无偏条件的引入, 克服了原有方法对待估计时滞系统是稳定的限制, 可对临界稳定或不稳定时滞系统的不可测量状态进行估计, 并且设计滤波器的计算量也减小。应用本文所提方法对由石油精炼过程构成的单时滞系统中的产品 P 含量进行了估计, 并与时滞无关的无偏 H_∞ 滤波器相比, 时滞有关的无偏 H_∞ 滤波器的估计精度高, 说明了本文方法的可行性。

关键词: 自动控制技术; 时滞系统; 无偏条件; H_∞ 滤波; Lyapunov 函数; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP237 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5497(2009)02-0473-07

Unbiased H_∞ filtering for time delay systemLI Xue-jun¹, CHEN Hong², YU Shu-you²

(1. College of Electronic Engineering, Changchun University, Changchun 130022, China; 2. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

Abstract: A linear matrix inequality (LMI) approach was used to design an unbiased H_∞ filter and the estimation for state variables which were not easily measured in the time delay system was conducted. This filtering error system derived on the basis of LMI satisfies asymptotically stable condition and H_∞ norm of the transfer function of the error system is less than a positive scalar γ . By the introduction of the unbiased condition, the the proposed approach overcomes the stability limitation in the estimation of the time delay system, and it can be applied in the estimation of unobservable states of either critical stable and unstable time delay systems. In addition, this approach was used in the estimation of the composition of the product P with a single time delay system in the oil refinery process. In comparison to the filtering approach without delay information, the estimation error of the proposed method is smaller.

Key words: automatic control technology; delay system; unbiased condition; H_∞ filter; Lyapunov function; LMI

滤波是控制领域的重要问题之一。在众多的滤波方法中, H_∞ 滤波受到人们的广泛关注^[1-5], 但这些方法都要求待估计时滞系统是稳定的。文献[6,7]给出无偏 H_∞ 滤波方法, 该方法对待估计

系统的稳定性没有限制, 可用于临界稳定和不稳定系统的滤波问题中。但文献[6,7]研究的是非时滞系统的滤波问题, 而在实际工程中, 许多物理过程的动态行为不仅与系统当前的运动状态有

收稿日期: 2007-12-06.

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(60725311).

作者简介: 李学军(1968-), 女, 副教授, 研究方向: 鲁棒控制. E-mail: yulgu@126.com

关,同时还与过去的运动状态有关,也就是物理过程中有时滞因子存在。而且时滞是引起系统不稳定和使系统性能恶化的主要原因之一,对含有时滞因子系统的状态估计问题进行研究具有理论与实际意义。关于时滞系统滤波的成果也很多^[2,4,6,8-10],但是无论是确定性时滞系统,还是不确定性时滞系统,现有方法都要求待估计时滞系统是稳定的,因此本文将非时滞系统的无偏滤波方法的思想拓展到时滞系统中来,设计含有时滞环节的无偏 H_∞ 滤波器,对时滞系统中不易测量的状态变量进行估计。通过选取恰当的 Lyapunov 函数,给出由无偏滤波器和时滞系统构成的滤波误差系统满足渐近稳定的充分条件,并且使误差系统的误差输出对能量有界的扰动输入的 H_∞ 范数小于正的实常数 γ (为抑制扰动量的能力)。在该方法中,由于无偏条件的引入,不仅能使滤波误差系统的稳定性独立于待估计系统(即本文方法可适用于稳定、临界稳定或不稳定时滞系统的滤波问题),而且设计滤波器的计算量也大大减小。最后,应用本文方法设计含有时滞环节的滤波器,估计由石油精炼过程构成的单时滞系统中的产品 P 含量。通过仿真可看出,有效利用时滞因子信息可提高估计精度,也说明了本文方法的正确性。

1 问题描述

考虑时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-\tau) + Bw(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_y w(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_z w(t) \\ x(t) = \phi(t), \forall t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态矢量; $w(t) \in \mathbb{R}^m$ 为扰动输入信号,且 $w(t) \in L_2[0, \infty)$; $y(t) \in \mathbb{R}^l$ 为测量输出; $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 为被估计状态矢量; τ 为滞后时间; $\phi(t)$ 为初始矢量。 $A, A_d, B, C_y, D_y, C_z, D_z$ 为相应维数矩阵。

设计含有时滞环节的线性滤波器 F 如下

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = A_f \xi(t) + A_d \xi(t-\tau) + B_f y(t) \\ \hat{z}(t) = C_f \xi(t) + D_f y(t) \end{cases} \quad (2)$$

使得由滤波器(2)和时滞系统(1)构成的误差系统是渐近稳定的,且在零初始条件下,对任意的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$,使误差系统从扰动输入到估计误差输出的闭环传递函数的 H_∞ 范数小于给定的

正数 γ ,即具有 H_∞ 性能,称滤波器(2)为时滞系统的 γ 次优滤波器。其中, $\xi(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示滤波器的状态,滤波器的输入信号为可测量的时滞系统的输出 $y(t)$,输出信号 $\hat{z}(t)$ 是不可测量状态 $z(t)$ 的估计值, A_f, B_f, C_f, D_f 为待定滤波器的参数矩阵。

定义状态的估计误差为 $x_e(t) = x(t) - \xi(t)$,对于滤波器(2),误差 $z_e(t) = z(t) - \hat{z}(t)$ 可从下列动态系统中导出,即

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = (A - B_f C_y) x_e(t) - A_f \xi(t) + A_d (x(t-\tau) - \xi(t-\tau)) + (B - B_f D_y) w(t) \\ z_e(t) = (C_z - D_f C_y) x_e(t) - C_f \xi(t) + (D_z - D_f D_y) w(t) \end{cases} \quad (3)$$

根据非时滞系统无偏滤波器设计思想^[7],设

$$\begin{cases} A_f = A - B_f C_y \\ C_f = C_z - D_f C_y \end{cases} \quad (4)$$

则方程(3)改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + A_{de} x_e(t-\tau) + B_e w(t) = \\ (A - B_f C_y) x_e(t) + A_d x_e(t-\tau) + \\ (B - B_f D_y) w(t) \\ z_e(t) = C_e x_e(t) + D_e w(t) = \\ (C_z - D_f C_y) x_e(t) + (D_z - D_f D_y) w(t) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)意味着当 $w(t)$ 的均值和初始条件 $x_e(t)$ 为零时,变量 $x_e(t)$ 和 $z_e(t)$ 的均值变为零。因此,式(4)被称为无偏条件。基于无偏条件,在由扰动量的均值和估计误差的初始值都为零时提供的任意时间点上,估计误差的均值都为零,即具有无偏性,那么得到的滤波器为无偏滤波器。

由式(5)可知,时滞系统的状态变量 $x(t)$ 不以显示的形式出现在滤波误差系统中。另外,由式(4)可知, $A_e = A_f$,滤波误差系统的稳定性独立于时滞系统的稳定性,由滤波器的状态矩阵 A_f 决定。

2 主要结果

定理 1 考虑滤波误差系统(5),对于给定的标量 $\tau > 0$,当 $w(t) = 0$ 时,误差系统渐近稳定的充分条件为:存在对称正定矩阵 P, S 以及矩阵 Y 满足

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A - C_y^T Y^T - Y C_y + S & P A_d \\ * & -S \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

证明 考虑误差系统(5),选取 Lyapunov 函数为

$$V(x_t) = x_e^T(t)Px_e(t) + \int_{t-\tau}^t x_e^T(\tau)Sx_e(\tau)d(\tau)$$

其中 $P=P^T>0, S=S^T>0, x_t=x(t+\theta), \theta \in [-\tau, 0]$, 显然 $V(x_t)$ 是正定的。当 $w(t)=0$ 时, 沿系统(5)的任意轨线, $V(x_t)$ 关于时间的导数为

$$\begin{aligned} \frac{dV(x_t)}{dt} &= \dot{x}_e^T(t)Px_e + x_e^T(t)\dot{P}x_e(t) + \\ & x_e^T(t)Sx_e(t) - x_e^T(t-\tau)Sx_e(t-\tau) = \\ & \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_e(t-\tau) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_e^TP + PA_e + S & PA_{de} \\ A_{de}^TP & -S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_e(t-\tau) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由 Lyapunov 稳定理论知, 如果 $\frac{dV(x_t)}{dt} < 0$ 对任意 x_t 成立, 则该系统是渐近稳定的, 即矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} A_e^TP + PA_e + S & PA_{de} \\ A_{de}^TP & -S \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

成立。将 $A_e=A-B_fC_y, A_{de}=A_d$ 代入式(7), 并令 $Y=PB_f$, 很容易得到线性矩阵不等式(6)。定理1得证。

矩阵不等式(6)是矩阵变量 P, S, Y 的一个线性矩阵不等式, 定理1将滤波器的设计问题转化为 LMI 的可行性问题, 可通过求解器 feasp 来实现。

算法1 稳定的无偏滤波器设计方法

(1) 求解线性矩阵不等式(6)的可行性问题。若可行解存在, 求出独立变量 P, S, Y 。

(2) 由 $B_f=P^{-1}Y, A_f=A-B_fC_y$ 确定使误差系统渐近稳定的无偏滤波器的参数 (A_f, B_f) 。

需要注意的是: ①针对相同的时滞系统(1), 定理1采用无偏滤波器的设计方法, 滤波器的维数和时滞系统的维数相同, 都为 n , 由滤波器和时滞系统构成的误差系统的维数也为 n ; 文献[11]定理3.2采用常规的设计方法, 滤波器的维数为 n , 而由滤波器和时滞系统构成的误差系统为增广系统, 其维数为 $2n$, 是定理1方法中滤波误差系统维数的二倍。显然, 定理1的计算量小。②由 $A_e=A-B_fC_y$ 可知, 无偏滤波方法对应的滤波误差系统的稳定性独立于时滞系统(1)的稳定性, 适用于不稳定系统的状态估计; 而在文献[11]中, 由于 $A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_fC_y & A_f \end{bmatrix}$, 误差系统的稳定性依赖于时滞系统(1), 不能用于不稳定系统的状态估计。

另一方面, 在滤波误差系统渐近稳定的前提下, 推导出衡量时滞无偏滤波误差系统性能好坏的准则, 即滤波误差系统对外部的扰动抑制能力为 $\gamma(\|T_{z_e, w}(t)\|_\infty < \gamma)$ 的线性无偏滤波器存在的充分条件, 求出无偏滤波器的参数。

定理2 考虑时滞微分系统(1), $\gamma>0$ 为给定常数。对于 $\forall w(t) \in L_2$, 如果存在矩阵 P, S 以及矩阵 Y, D_f 使得

$$\begin{bmatrix} \Pi & PB - YD_y & C_z^T - C_y^TD_f^T & PA_d \\ * & -\gamma^2 I & D_z^T - D_y^TD_f^T & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -S \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

成立, 则滤波误差系统是渐进稳定的, 且满足 $\|z_e(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$, 即满足 H_∞ 性能要求。其中 $\Pi = A^TP + PA - C_y^TY^T - YC_y + S$ 。无偏滤波器(2)的参数为

$$\begin{cases} A_f = A - B_fC_y \\ B_f = P^{-1}Y \\ C_f = C_z - D_fC_y \\ D_f = D_f \end{cases} \quad (9)$$

证明 首先证明稳定性。正定矩阵 P, S 以及矩阵 Y 满足线性矩阵不等式(8), 同样也满足线性矩阵不等式(6), 因此线性矩阵不等式(8)的解的存在意味着时滞误差系统是渐近稳定的。

其次证明时滞系统在零初始条件下, 对于任意的 $\forall w(t) \in L_2$, 滤波误差系统的输出 $z_e(t)$ 满足 $\|z_e(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$ 。在零初始条件下, 引入泛函指标

$$J = \int_0^\infty [z_e^T(t)z_e(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)]dt \quad (10)$$

很显然, 对于任意的 $\forall w(t) \in L_2$, 有

$$J = \int_0^\infty [z_e^T(t)z_e(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) + \dot{V}(x_t)]dt + V(x_t)|_{t \rightarrow \infty} - V(x_t)|_{t \rightarrow 0} \quad (11)$$

Lyapunov 函数定义同定理1证明中的 $V(x_t)$ 。 $\dot{V}(x_t)$ 是 Lyapunov 泛函沿时滞系统(5)的轨迹的一阶导数。因为误差系统是渐近稳定的, 所以 $V(x_t)|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$, 又因为零初始条件, 因此有 $V(x_t)|_{t \rightarrow 0} \rightarrow 0$ 。将 $\dot{V}(x_t)$ 代入式(11), 展开整理得

$$J = \int_0^\infty \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & PA_d \\ * & \Pi_3 & 0 \\ * & * & -S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix} dt$$

$$\Pi_1 = (A - B_f C_y)^T P + P(A - B_f C_y) + S + (C_z - D_f C_y)^T (C_z - D_f C_y)$$

$$\Pi_2 = P(B - B_f D_y) + (C_z - D_f C_y)^T (D_z - D_f D_y)$$

$$\Pi_3 = (D_z - D_f D_y)^T (D_z - D_f D_y) - \gamma^2 I$$

对任意 $x(t)$ 、 $w(t)$ 、 $x(t-\tau)$, 不等式 $J < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & P A_d \\ * & \Pi_3 & 0 \\ * & * & -S \end{bmatrix} < 0$$

而不等式左边等价于

$$\begin{bmatrix} \Psi & * & * \\ (B - B_f D_y)P & -\gamma^2 I & * \\ A_d^T P & 0 & -S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (C_z - D_f C_y)^T \\ (D_z - D_f D_y)^T \\ 0 \end{bmatrix} I \begin{bmatrix} (C_z - D_f C_y)^T \\ (D_z - D_f D_y)^T \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

其中, $\Psi = (A - B_f C_y)^T P + P(A - B_f C_y) + S$ 。

应用 Schur 补公式有

$$\begin{bmatrix} \Pi & P(B - B_f D_y) & P A_d & C_z^T - C_y^T D_f^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & D_z^T - D_y^T D_f^T \\ * & * & -S & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0$$

先交换上式矩阵中的三、四行,再交换其三、四列,令 $Y = P S_f$, 则得到等效的线性矩阵不等式(8)。对于任意的 $\forall w(t) \in L_2[0, \infty)$, 不等式 $J \leq 0$, 意味着 $\int_0^\infty z_c^T(t) z_c(t) dt \leq \int_0^\infty \gamma^2 w^T(t) w(t) dt$, 也就是 $\forall z_c(t) \in L_2[0, \infty)$, 并且误差系统满足 H_∞ 性能要求。定理得证。

算法 2 γ 次优无偏 H_∞ 滤波器算法

(1) 给定一个实常数 $\gamma > 0$ 。

(2) 求解线性矩阵不等式(8)、 $P > 0$ 和 $S > 0$ 关于矩阵变量 P 、 S 、 Y 、 D_f 的可行性问题。若可行解存在, 转到第(3)步, 否则转第(4)步。

(3) 由式(9)计算出 γ 次优滤波器的参数(A_f , B_f , C_f , D_f)。

(4) 增加 γ , 转第(2)步。

需要注意的是: ①定理 2 给出了独立于滞后时间 τ 的、保证滤波误差系统渐近稳定和 H_∞ 范数小于给定正实数的无偏滤波器存在的充分条件。此定理适用于滞后时间未知和滞后时间较大的情况。②对含有时滞环节的实际系统, 设计滤波器时考虑时滞对系统的影响有利于改善滤波性能。

3 数值算例

石油精炼过程示意图如图 1 所示。原料 A 和原料 B 进入化学反应器参与 3 个化学反应, 精炼出产品 P 以及其他副产品。 F_A 、 F_B 分别表示

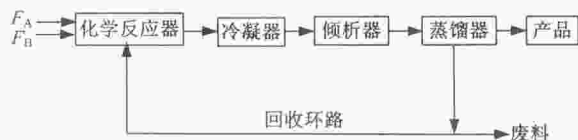


图 1 石油精炼过程示意

Fig. 1 Oil refinement processing

原料 A 和原料 B 的进料速度(每小时磅)。反应过程是一个防热过程, 需要交换热量对反应物进行冷却, 然后送到倾析器以便于副产品从反应混合物中凝聚分离出来。最后, 产品 P 和一些杂质进入蒸馏罐, 产品就从杂质中分离出来。那些未蒸馏的产品 P、一定百分含量的原材料 A 和 B 以及一些化学反应的副产品的组合物通过回收环路进入反应器中参与下一循环的反应。回收环路是保证有用材料的再利用, 避免浪费。就是由于这个回收环路给反应过程带来了很大的时间滞后问题。实际上, 物料从化学反应器出来, 经过冷凝器、倾析器、蒸馏罐回收环路回到化学反应器, 需要 10 min 时间是很正常的。根据文献[12]得到线性方程

$$\dot{a}(t) = -4.93a(t) + 1.92a(t-\tau) -$$

$$1.01b(t) + \frac{\delta F_A}{\delta V_R}$$

$$\dot{b}(t) = -30.20a(t) - 5.03b(t) +$$

$$1.92b(t-\tau) - 12.8c(t) + \frac{\delta F_B}{\delta V_R}$$

$$\dot{c}(t) = 6.40a(t) + 0.347b(t) - 32.5c(t) +$$

$$1.87c(t-\tau) - 1.04p(t)$$

$$\dot{p}(t) = 0.833b(t) + 11.0c(t) - 3.96p(t) +$$

$$0.724p(t-\tau)$$

式中: 时间单位为 10 min, δF_A 、 δF_B 分别表示原料 A 和原料 B 标准进料速度的偏差; δV_R 是化学反应器的磅量; $a(t)$ 、 $b(t)$ 分别表示反应物 A、B 标准值的偏差; $c(t)$ 为媒介 C 的偏差; $p(t)$ 为产品 P 的偏差。

令 $x_1 = a(t)$, $x_2 = b(t)$, $x_3 = c(t)$, $x_4 = p(t)$,

$w_1(t) = \frac{\delta F_A}{\delta V_R}$, $w_2(t) = \frac{\delta F_B}{\delta V_R}$ 。反应器方程可由线性时滞状态方程描述, 即

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) = & \begin{bmatrix} 4.93 & -1.01 & 0 & 0 \\ -3.20 & -5.30 & -12.8 & 0 \\ 6.4 & 0.347 & -32.5 & -1.04 \\ 0 & 0.833 & 11.0 & -3.96 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \\ & \begin{bmatrix} 1.92 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.92 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.87 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.724 \end{bmatrix} \hat{x}(t-\tau) + \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} w(t) \end{aligned}$$

假设反应物 A、B 标准值的偏差 $a(t)$ 、 $b(t)$ 为可测量状态,而产品 P 的偏差 $p(t)$ 不容易测量,则可测量输出和待估计状态为

$$\begin{aligned} y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) \\ z(t) &= [0 \ 0 \ 0 \ 1] \hat{x}(t) + [0 \ 1] w(t) \end{aligned}$$

根据文献[12],石油精炼过程的状态滞后量 $\tau=1$,应用本文第 2 节提出的含有时滞环节的 H_∞ 无偏滤波器设计方法来估计不易测量的偏差 $p(t)$ 。

根据算法 1,若线性矩阵不等式(6)存在可行性解,对任意滞后时间 $\tau>0$,则存在一个稳定的含有时滞环节的无偏线性滤波器 F,使得滤波误差系统是渐近稳定的。使用 LMI 工具箱中的 feasp 求解器,求得线性矩阵不等式(6)的可行性解 P,Y,S 。由 $B_f=P^{-1}Y,A_f=A-B_fC_f$ 两式求得

$$\begin{aligned} B_f &= \begin{bmatrix} 3.4536 & -46.3518 \\ 43.9914 & 2.8969 \\ 12.0320 & 8.0723 \\ 10.3895 & -0.9530 \end{bmatrix}; \\ A_f &= \begin{bmatrix} -8.3836 & 45.3418 & 0 & 46.3518 \\ -47.1914 & -8.1969 & -12.800 & -2.8969 \\ -5.6320 & -7.7253 & -32.500 & -9.1123 \\ -10.3895 & -1.7860 & 11.000 & -3.0070 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

滤波误差系统的状态曲线如图 2 所示。由图 2 可知,在 $t=1$ 处,过渡过程产生了一次震荡,平稳性变差,所需的调节时间变长。

下面根据算法 2 来设计 H_∞ 无偏滤波器。根据算法 2 第一步,取 $\gamma=0.071$,求出线性矩阵不等式(8)存在的可行性解 P,Y,S,D_f 。由第三步

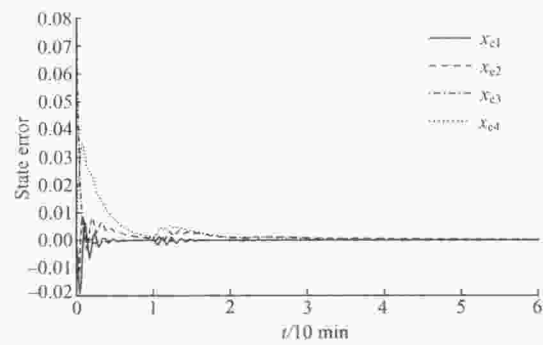


图 2 滤波误差系统的状态曲线

Fig. 2 State curve of filtering error sysytem

确定 H_∞ 无偏滤波器的参数

$$\begin{aligned} A_f &= \begin{bmatrix} 5.9397 & -1.0139 & 0 & -0.0039 \\ -3.2168 & -6.3100 & -12.800 & -1.0100 \\ 6.3982 & 0.3500 & -32.500 & -1.0370 \\ -0.0013 & 0.8233 & 11.000 & -3.9697 \end{bmatrix}; \\ B_f &= \begin{bmatrix} 1.0097 & 0.0039 \\ 0.0168 & 1.0100 \\ 0.0018 & -0.0030 \\ 0.0013 & 0.0097 \end{bmatrix}; \\ C_f &= [-0.0042 \ -1.0046 \ 0 \ -0.0046]; \\ D_f &= [0.0042 \ 1.0049]. \end{aligned}$$

基于 Simulink 工具箱搭建滤波误差系统进行仿真,当扰动输入信号是幅值为 $[0.004, 0.0031]$ 、频率为 0.2 的正弦信号与均值为 $[0, 0]$ 、方差为 0.001、初值为 0.1 的随机信号的混合信号时,仿真结果如图 3 所示。图中,虚线为时滞系统的待估计信号 $z(t)$ 的真实值,实线为由含有时滞环节的无偏 H_∞ 滤波器(2)进行估计的估计值 $\hat{z}(t)$,带“+”号的线表示为文献[11]中的常规设计方法。图 4 为估计误差值的变化曲线。

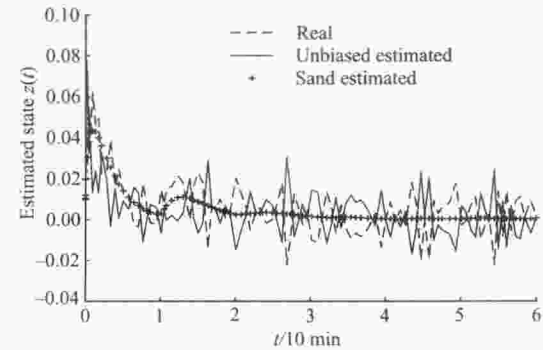


图 3 考虑时滞的无偏 H_∞ 滤波方法

Fig. 3 Unbiased H_∞ filtering considering delay

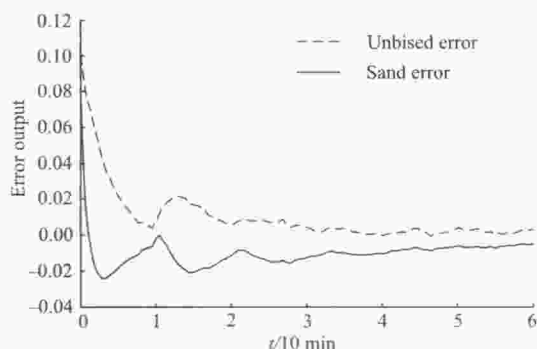


图4 考虑时滞的估计误差曲线

Fig. 4 Estimation error considering delay

为说明时滞系统中的时滞对系统的影响,现不考虑时滞环节的存在,设计不含有时滞环节的无偏 H_∞ 滤波器 F

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_f \hat{x}(t) + B_f y(t) \\ \hat{z} = C_f \hat{x}(t) + D_f y(t) \end{cases} \quad (12)$$

仍然取 $\gamma = 0.071$, 求得的不含有时滞环节的无偏 H_∞ 滤波器 F 为

$$A_f = \begin{bmatrix} 5.9284 & -1.0116 & 0 & -0.0016 \\ -3.1999 & -6.2998 & -12.800 & -0.9998 \\ 6.3988 & 0.3482 & -32.500 & -1.0388 \\ -0.0006 & 0.8335 & 11.000 & -3.9595 \end{bmatrix};$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0.9984 & 0.0016 \\ -0.0001 & 0.9998 \\ 0.0012 & -0.0012 \\ 0.0006 & -0.0005 \end{bmatrix};$$

$$C_f = [-0.0002 \ -0.9995 \ 0 \ 0.0005];$$

$$D_f = [0.0002 \ 0.9995].$$

当扰动输入信号仍然是幅值为 $[0, 0.004, 0.0031]$ 、频率为 0.2 的正弦信号与均值为 $[0, 0]$ 、方差为 0.001、初值为 0.1 的随机信号的混合信号时, 仿真结果如图 5 所示。图中, 虚线为时滞系统的待估计信号 $z(t)$ 的真实值, 实线为采用不含有时滞环节的无偏 H_∞ 滤波器(12)进行估计得到的估计值 $\hat{z}(t)$ 。图 6 为估计误差值的变化曲线。

由仿真结果可以看出, 含有时滞环节的 H_∞ 滤波器能利用时滞信息有效地估计出待估计信号, 估计误差能快速地收敛并趋于零。由于无偏性是当系统达到稳态后的平均误差为无偏的, 因此系统达到稳态后无偏方法性能要好些。与不考虑时滞信息设计的无偏 H_∞ 滤波器相比, 考虑时

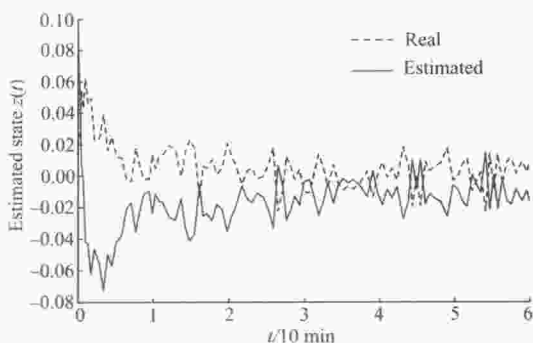


图5 不考虑时滞的滤波方法

Fig. 5 Unbiased filtering without considering delay

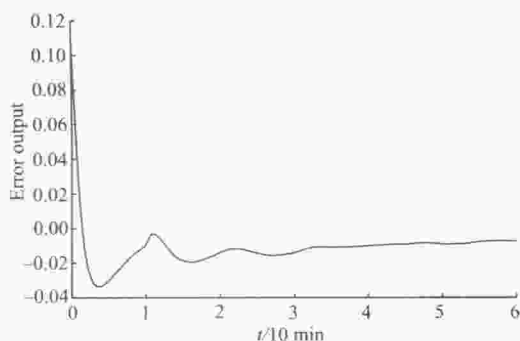


图6 不考虑时滞的误差曲线

Fig. 6 Estimation error without considering delay

滞信息设计的、含有时滞环节的滤波器的估计精度高。因此, 对于时滞系统应充分利用时滞信息, 提高估计(控制)系统的性能。

4 结束语

本文讨论了时滞系统的无偏 H_∞ 滤波器的设计方法, 推导出使滤波误差系统渐近稳定和满足 H_∞ 性能指标要求的滤波器存在的充分条件。分别给出了使误差系统渐近稳定的无偏滤波器的设计算法, 以及具有 H_∞ 性能的无偏滤波器的设计算法。该方法能充分利用时滞信息有效地估计出待估计信号, 提高估计系统的性能。

参考文献:

- [1] Gao H J, Lam J, Xie L H, et al. New approach to mixed H_2/H_∞ filtering for polytopic discrete-time systems[J]. IEEE Trans Signal Process, 2005, 53(8): 3183-3192.
- [2] 张群亮, 关新平. 不确定关联时滞系统的鲁棒滤波[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(4): 267-270. Zhang Qun-liang, Guan Xin-ping. Robust H-infinity filtering for uncertain interconnected time-delay systems[J]. Control Theory and Applications, 2004,

- 21 (4): 267-270.
- [3] Xu S Y, Chen T W. Robust H_∞ filtering for uncertain impulsive stochastic systems under sampled measurements[J]. Automatica, 2003, 39:509-516.
- [4] Wang Zhi-dong, Yang Fu-wen, Ho Daniel W C, et al. Robust H_∞ filtering for stochastic time-delay systems with missing measurement [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (7): 2579-2587.
- [5] Li H, Fu M. A linear matrix inequality approach to robust H_∞ filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(9): 2338-2350.
- [6] Watson J T, Grigoriadis K M. Optimal unbiased filtering via linear matrix inequalities[J]. Systems and Control Letters, 1998, 35: 111-118.
- [7] Bittanti S, Cuzzola F A. An LMI approach to periodic discrete-time unbiased filtering[J]. Systems and Control Letters, 2001, 42: 21 - 25.
- [8] Gao H, Wang C. A delay-dependent approach to robust H_∞ filtering for uncertain discrete-time state-delayed systems[J]. IEEE Transactions of Signal Processing, 2004, 52(6):1631-1640.
- [9] Zhang W, Li Y, Jiang X. Delay-dependent generalized H_2 filtering for uncertain systems with multiple time-varying state delays [J]. Signal Processing, 2007, 87: 709-724.
- [10] 李自立, 陈增强, 袁著祉. 含状态项积分的时滞非线性系统鲁棒控制[J]. 吉林大学学报:工学版, 2007, 37(6):1392-1396.
- Li Zi-li, Chen Zeng-qiang, Yuan Zhu-zhi. Robust control of a class of time-delay nonlinear systems with state integration[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2007, 37 (6):1392-1396.
- [11] 李学军. 基于 LMI 的时滞系统鲁棒滤波[D]. 长春: 吉林大学通信工程学院, 2007.
- Li Xue-jun. LMI approach to robust filtering for delay systems[D]. Changchun: College of Communication Engineering, Jilin University, 2007.
- [12] Ross D W. Controller design for time lag systems via a quadratic criterion[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1971, AC-16:664-672.