



百种中国杰出学术期刊
Ei Compendex核心期刊

ISSN 1005-3026
CODEN DDXKEZ

东北大学 学报

自然科学版

陈虹课题组

Vol.28 S1

JOURNAL
OF
NORTHEASTERN
UNIVERSITY
NATURAL SCIENCE



中国·沈阳
Shenyang China

增刊 1
2007

三容系统的滚动优化控制及其实验研究

于树友¹, 陈虹¹, 张鹏¹, 孙荣春², 师明¹

(1. 吉林大学 控制科学与工程系, 吉林 长春 130022;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘 要: 以 Windows 为操作平台的三容控制系统是模拟多容器流程系统的多输入多输出、强耦合的实验装置, 可以方便地实现复杂的控制算法. 该系统在硬件上采用计算机+硬件板卡+执行机构的连接方式; 在软件上采用 VC++ 作为前台程序设计工具, MATLAB 计算引擎作为后台计算工具. 将三容系统的液位控制问题归结为扰动影响下的约束系统的控制问题. 采用基于滚动优化的 H_∞ 控制方法进行三容系统的液位控制, 可以在满足时域约束的条件下, 保证系统具有较好的抗干扰性能.

关 键 词: 三容控制系统; 实验; 时域约束; H_∞ 性能; 滚动优化

中图分类号: TP 271 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-3026(2007)SI-0082-05

Moving Horizon H_∞ Control of a Three-Tank System and Its Experiment Study

YU Shu-you¹, CHEN Hong¹, ZHANG Peng¹, SUN Rong-chun², SHI Ming¹

(1. Department of Control Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China; 2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China.
Correspondent: YU Shu-you, E-mail: yushuyou@126.com)

Abstract: Three-tank control system taking windows as its operation platform is a typical MIMO and I/O coupled system, and is easy to implement complex control algorithm. The system connects computer with hardware board and actuator equipment. VC++ is used as the on stage programming tool, while the MATLAB computer engine is used as the back stage computation tool. This paper formulates the three-tank control problem as a control problem under disturbance with time-domain hard constraints. The three-tank system based on moving horizon control can achieve disturbance attenuation while guaranteeing hard constraints.

Key words: three-tank control system; experiment; time-domain constraints; H_∞ performance; moving horizon strategy

多容器流程系统是多变量、强耦合具有纯滞后的非线性系统, 是过程控制中一种典型的受控对象, 在生产实际中有着非常广泛的应用, 它的控制问题一直吸引着众多的研究者. 三容系统是模拟多容器流程系统的一种典型实验装置, 它是一个开环稳定、动态响应比较缓慢的装置. 考虑到系统物理结构的限制, 三容系统存在液位和水泵流量的约束. 在多容器流程系统运行过程中, 由于系统老化和物理元件密封的问题, 一定的泄漏量是无法避免的, 因而在系统设计中必须考虑这种外

部扰动的影响. 综上, 三容系统的液位控制问题可归结为在考虑扰动的情况下, 使系统在较短的时间内稳定在预先给定的状态, 或跟踪某一给定的轨迹, 同时又不违背约束.

为解决三容系统的液位控制问题, 基于不同的理论已提出了很多方法, 例如模糊控制^[1-2], 非线性控制^[3], 模型预测控制^[4-5], 改进的 PID 控制^[6-7]和 H_∞ 控制^[8]. 这些控制方法的应用无疑加深了人们对三容系统及其控制的理解, 但它们或者没有考虑系统的抗干扰能力, 或者没有考

收稿日期: 2007-02-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374027); 教育部新世纪优秀人才支持计划.

作者简介: 于树友(1974-), 男, 吉林长春人, 吉林大学博士研究生; 陈虹(1963-), 女, 浙江桐乡人, 吉林大学教授, 博士生导师.

虑约束对系统设计的影响.采用滚动优化策略设计系统可以显示的考虑系统的约束,为约束系统的控制问题提供了一个有效的框架^[9].本文采用滚动优化的 H_∞ 控制方法^[10]研究三容系统的液位控制.滚动优化的 H_∞ 控制算法通过对 H_∞ 性能指标 γ 的在线最小化,闭环系统能够实时地协调控制性能要求和硬约束,充分利用有限的控制能力提高控制性能.实验结果表明,基于滚动优化 H_∞ 控制的三容系统在满足约束的条件下,具有较强的抗干扰能力.

1 滚动优化的 H_∞ 控制方法

考虑线性时不变系统,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t), \quad (1a)$$

$$z_1(t) = C_1 x(t) + D_1 w(t) + D_{1u} u(t), \quad (1b)$$

$$z_2(t) = C_2 x(t) + D_{2u} u(t). \quad (1c)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, $w(t) \in \mathbb{R}^{m_1}$ 和 $u(t) \in \mathbb{R}^{m_2}$ 分别为外部干扰输入和控制输入, $z_1(t) \in \mathbb{R}^{p_1}$ 和 $z_2(t) \in \mathbb{R}^{p_2}$ 分别为控制输出和约束输出. 系统的约束输出需满足

$$|z_{2i}(t)| \leq z_{2i, \max} \quad i = 1, 2, \dots, p_2, t \geq 0. \quad (2)$$

问题 1: 控制目标是设计一个内部稳定的控制器,使其对于被控对象(1)组成的闭环系统从干扰输入 $w(t)$ 到性能输出 $z_1(t)$ 的 H_∞ 性能最小,并满足约束输出(2).

假设系统状态完全可测,考虑状态反馈控制策略 $u = Kx$, 则闭环系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{cl}x(t) + B_1 w(t), \\ z_1(t) &= C_{1,cl}x(t) + D_1 w(t), \\ z_2(t) &= C_{2,cl}x(t). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, $A_{cl} = A + B_2 K$, $C_{i,cl} = C_i + D_{iu} K$, $i = 1, 2$.

由 H_∞ 性能分析的 LMIs^[11], A_{cl} 是内部稳定的且从外部输入 $w(t)$ 到控制输出 $z_1(t)$ 的 H_∞ 性能小于某个给定的正数 γ , 这等价于存在对称矩阵 $P > 0$, 满足矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P + P A_{cl} & P B_1 & C_{1,cl}^T \\ B_1^T P & -\gamma I & D_1^T \\ C_{1,cl} & D_1 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \text{ 令 } Q = P^{-1}, \text{ 用}$$

$\text{diag}(Q, I, I)$ 对上式进行同余变换, 得

$$\begin{bmatrix} Q A^T + A Q + B Y + Y^T B^T & B_1 & (C_1 Q + D_{1u} Y)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_1^T \\ C_1 Q + D_{1u} Y & D_1 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (4)$$

其中, $Y = KQ$. 定义标量函数 $V(x) = x^T P x$, 则公式(4)等价于如下积分耗散不等式

$$V(x(t)) + \gamma^{-1} \int_{t_k}^t \|z(\tau)\|^2 d\tau < \gamma \int_{t_k}^t \|w(\tau)\|^2 d\tau + V(x(t_k)). \quad (5)$$

假设 $\int_{t_k}^{t_{k+1}} \|w(t)\|^2 dt \leq w_{\max}$, 如果系统在 t_k 时刻的状态 $x(t_k)$ 属于一个由 P, α 和 $w_{\max}$ 定义的椭圆域 $\Omega_1(P, \alpha, w_{\max}) := \{x \in \mathbb{R}^n \mid \gamma w_{\max} + V(x) \leq \alpha\}$, 则闭环状态轨迹 $x(t), t \in [t_k, t_{k+1})$ 保持在另一个由 P 和 α 定义的椭圆域 $\Omega_2(P, \alpha) := \{x \in \mathbb{R}^n \mid V(x) \leq \alpha\}$ 内. 由 Schur 补公式^[11]知, $x(t_k) \in \Omega_1(P, \alpha, w_{\max})$ 等价于 LMI:

$$\begin{bmatrix} \alpha - \gamma w_{\max} & x(t_k)^T \\ x(t_k) & Q \end{bmatrix} > 0. \quad (6)$$

根据 $x(t) \in \Omega_2(P, \alpha), t \in [t_k, t_{k+1})$ 和 $u = YQ^{-1}x$, 可以利用 Cauchy-Schwarz 不等式推导出下列关系^[11]:

$$\begin{aligned} \max_{t \geq 0} |z_{2i}(t)|^2 &= \max_{t \geq 0} |e_i^T (C_2 + D_{2u} Y Q^{-1}) \times \\ &\quad x(t)|^2 \leq \max_{x \in \Omega} |e_i^T (C_2 + D_{2u} Y Q^{-1}) x|^2 \leq \\ &\quad \alpha \|e_i^T ((C_2 Q + D_{2u} Y) Q^{-1/2})\|_2^2 = \\ &\quad \alpha (e_i^T (C_2 Q + D_{2u} Y) Q^{-1} (C_2 Q + D_{2u} Y)^T e_i). \end{aligned} \quad (7)$$

由 Schur 补性质, 式(7)等价于

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} z_{2i, \max} & e_i^T (C_2 Q + D_{2u} Y) \\ * & Q \end{bmatrix} \geq 0. \quad (8)$$

其中, $*$ 表示沿对角线对称位置的块矩阵的转置, e_i 为引入的约束输出空间的第 i 个标准向量基.

考虑 LMI 优化问题

$$\min_{\gamma, \theta, Y} \gamma \quad \text{subject to LMI(4), (6), (8)}. \quad (9)$$

每个优化时刻反复求解 LMI 优化问题(9), 可以保证系统满足时域约束. 下面进一步讨论系统满足耗散性的条件. 对所有 $t \geq t_k$, 积分耗散不等式(5)可以写成以下的等价形式:

$$\gamma^{-1} \int_{t_k}^t \|x(\tau)\|^2 d\tau - \gamma \int_{t_k}^t \|w(\tau)\|^2 d\tau \leq V(x(t_k)) - V(x(t)), \quad (10)$$

假设 LMI 优化问题(9)在每个优化时刻 t_k 都有解. 在 t_0 时刻, 对系统进行优化, 得到系统的状态反馈控制 $u(t) = K_0 x(t), t \in [t_0, t_1)$. 根据滚动时域策略, 在 t_1 时刻以实际状态 $x(t_1)$ 作为初始条件, 重新计算 LMI 优化问题(9), 由于

$$\gamma^{-1} \int_{t_0}^{t_1} \|z(t)\|^2 dt - \gamma_0 \int_{t_0}^{t_1} \|w(t)\|^2 dt \leq$$

$$x(t_0)^T P_0 x(t_0) - x(t_1)^T P_0 x(t_1),$$

$$\gamma^{-1} \int_{t_1}^{t_2} \|z(t)\|^2 dt - \gamma_1 \int_{t_1}^{t_2} \|w(t)\|^2 dt \leq$$

$$x(t_1)^T P_1 x(t_1) - x(t_2)^T P_1 x(t_2).$$

于是 $\gamma^{-1} \int_{t_0}^{t_2} \|z(t)\|^2 dt - \gamma \int_{t_0}^{t_2} \|w(t)\|^2 dt \leq$
 $x(t_0)^T P_0 x(t_0) - x(t_1)^T (P_0 - P_1) x(t_1) -$
 $x(t_2)^T P_1 x(t_2).$

若 $x(t_0)^T (P_0 - P_1) x(t_1) \geq 0$, 则系统以 $\gamma = \max\{\gamma_0, \gamma_1\}$ 水平满足耗散不等式. 在 t_2 时刻,

$$\text{以同样的方式得到 } \gamma^{-1} \int_{t_0}^{t_3} \|z(t)\|^2 dt - \gamma \int_{t_0}^{t_3} \|w(t)\|^2 dt \leq x(t_0)^T P_0 x(t_0) - x(t_1)^T (P_0$$

$$- P_1) x(t_2)^T (P_1 - P_2) x(t_2) - x(t_2)^T P_2 x(t_2).$$

如果 $x(t_1)^T (P_0 - P_1) x(t_1) + x(t_2)^T (P_1 - P_2) x(t_2) \geq 0$, 则系统以 $\gamma = \max\{\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2\}$ 水平满足耗散不等式.

定义 $p_0 = 0$, $p_k = \sum_{j=1}^k x(t_j)^T (P_{j-1} - P_j) x(t_j)$. 由以上分析知, 如果在任意优化时刻都有 $p_k \geq 0$, 则系统满足耗散性条件. 把迭代式 $p_k = p_{k-1} + x(t_k)^T (p_{k-1} - p_k) x(t_k) \geq 0$ 化为 LMI 的等价形式

$$\begin{bmatrix} p_{k-1} + x(t_k)^T p_{k-1} x(t_k) & x(t_k)^T \\ x(t_k) & Q \end{bmatrix} \geq 0. \quad (11)$$

考虑 LMI 优化问题

$$\min_{\gamma, Y} \gamma \quad \text{subject to LMI (4), (6), (8), (11)}. \quad (12)$$

对于一个给定正数 α , 在每个采样时刻 t_k 更新系统的实际状态值 $x(t_k)$, 求解 LMI 优化问题 (12). 如果式 (12) 有解 (γ_k, Q_k, Y_k) , 定义分段连续的状态反馈控制

$$u(t) = K_k x(t), t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (13)$$

其中, $K_k = Y_k Q_k$.

对于闭环滚动时域系统, 有下面的结果:

定理 1^[10] 假设

① (A, B) 可稳, (C, A) 可检,

② 在每个采样时刻 t_k , LMI 优化问题 (12) 都有最优解 $(\gamma_k^*, Q_k^*, Y_k^*)$, 则由滚动时域状态反馈控制律 (13) 构成的闭环系统

a) 是内部稳定的;

b) 满足系统的输出约束 (2);

c) 对于所有的 $k \geq 0$, 从外部输入 $w(t)$ 到性能输出 $z_1(t)$ 的 H_∞ 范数小于 γ , $\gamma = \max\{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_k\}$.

证明 定理的详尽推导请参考文献 [10].

综合以上分析结果, 可得滚动优化 H_∞ 状态反馈控制器的算法:

第一步 初始化, 给定 α , 同时令 $k=0$;

第二步 在 k 时刻, 求解 LMI 优化问题 (12), 将状态反馈 (13) 作用于系统;

第三步 $k = k + 1$, 返回第二步.

注 1 滚动 H_∞ 控制方法主要讨论的是对称约束的情况. 对于非对称约束的情况 $\underline{z}_{2i} \leq z_{2i}(t) \leq \bar{z}_{2i}$ ($-\underline{z}_{2i} \neq \bar{z}_{2i}$, $-\underline{z}_{2i} < 0 < \bar{z}_{2i}$), 假设 $z_{2i, \min} = \min\{|-\underline{z}_{2i}|, |\bar{z}_{2i}|\}$, $z_{2i, \max} = \max\{|-\underline{z}_{2i}|, |\bar{z}_{2i}|\}$. 若直接采用 $|z_{2i}(t)| \leq z_{2i, \min}$, 则设计的控制系统无疑非常保守. 在计算优化问题 (12) 时先取 $|z_{2i}| \leq z_{2i, \max}$, 计算出 z_{2i} . 如果 $z_{2i} \in [\underline{z}_{2i}, \bar{z}_{2i}]$, 则把计算结果作为系统设计的有效结果; 若 $z_{2i} \notin [\underline{z}_{2i}, \bar{z}_{2i}]$, 则在优化问题 (12) 中取 $|z_{2i}| \leq z_{2i, \min}$, 对问题 (12) 进行重新计算.

非对称约束时的改进算法:

第一步 初始化, 给定 α , 同时令 $k=0$.

第二步 在 k 时刻, 求解 LMI 优化问题 (12). 若 $z_{2i} \in [\underline{z}_{2i}, \bar{z}_{2i}]$, 则将状态反馈 (13) 作用于系统; 若 $z_{2i} \notin [\underline{z}_{2i}, \bar{z}_{2i}]$, 则在优化问题 (12) 中取 $|z_{2i}| \leq z_{2i, \min}$, 对问题 (12) 进行重新计算, 并将状态反馈 (13) 作用于系统.

第三步 $k = k + 1$, 返回第二步.

2 三容系统的滚动 H_∞ 控制

2.1 三容系统的建模

图 1 所示为三容系统的数码照片. 此系统包括三个横截面积为 S 的容器 T1, T2 和 T3. T1 和

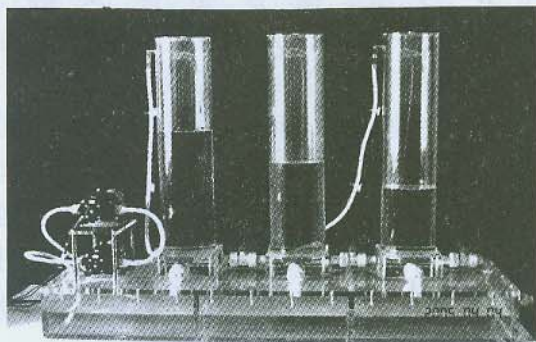


图 1 三容控制系统

Fig. 1 Three-tank control system

T3、T3 和 T2 以及 T2 和蓄水池之间均有管子相连,管子的截面积都是 S_n 。容器 T1、T2 和 T3 各有一个截面积为 S_i 的圆形口与蓄水池连通,调节其上的球阀的开度可以模拟漏水现象(扰动)。系统内流动的液体存储于蓄水池中,为水泵提供水源。水泵 1 和水泵 2 分别给容器 T1 和 T2 供水,而容器 3 中的水则只能通过耦合作用从容器 T1 或容器 T2 中获得,整个系统形成了一个回路。

在考虑泄漏时,三容控制对象的物理过程用微分方程描述如下:

$$\left. \begin{aligned} S \frac{dh_1}{dt} &= Q_1 - Q_{13} - Q_{w1}, \\ S \frac{dh_2}{dt} &= Q_2 + Q_{32} - Q_{20} - Q_{w2}, \\ S \frac{dh_3}{dt} &= Q_{13} - Q_{32} - Q_{w3}. \end{aligned} \right\}$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} Q_{13} &= a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) (2g|h_1 - h_3|)^{1/2}, \\ Q_{32} &= a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) (2g|h_3 - h_2|)^{1/2}, \\ Q_{20} &= a_{z2} S_n (2gh_2)^{1/2}, \\ Q_{wi} &= a_{zi} (2gh_i)^{1/2} S_{wi}, (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-a_{z1} S_n g}{S \sqrt{2g(h_{o1} - h_{o3})}} & 0 & \frac{a_{z1} S_n g h_{o3}}{Sh_{o1} \sqrt{2g(h_{o1} - h_{o3})}} \\ 0 & a_{22} & \frac{a_{z3} S_n g h_{o3}}{Sh_{o2} \sqrt{2g(h_{o3} - h_{o2})}} \\ \frac{a_{z1} S_n g h_{o1}}{Sh_{o3} \sqrt{2g(h_{o1} - h_{o3})}} & \frac{a_{z3} S_n g h_{o2}}{Sh_{o3} \sqrt{2g(h_{o3} - h_{o2})}} & a_{33} \end{bmatrix}$$

式中,

$$\begin{aligned} a_{22} &= -\frac{a_{z3} S_n g}{S \sqrt{2g(h_{o3} - h_{o2})}} - \frac{a_{z2} S_n g}{S \sqrt{2gh_{o2}}}, \\ a_{33} &= -\frac{a_{z1} S_n g}{S \sqrt{2g(h_{o1} - h_{o3})}} - \frac{a_{z3} S_n g}{S \sqrt{2gh_{o3} - h_{o2}}}; \\ B_2 &= \begin{bmatrix} \frac{Q_{o1}}{h_{o1} S} & 0 \\ 0 & \frac{Q_{o2}}{h_{o2} S} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ B_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{a_{z1} \sqrt{2gh_{o1}}}{Sh_{o1}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a_{z2} \sqrt{2gh_{o2}}}{Sh_{o2}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{a_{z3} \sqrt{2gh_{o3}}}{Sh_{o3}} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2.2 控制算法的实现

三容控制系统由软件和硬件两部分组成,被控对象是容器 T1 和容器 T2 的液位高度,控制量

h_i 为容器的液位, Q_{ij} 是从容器 i 到容器 j 的水流量,由 Torricelli 规则 $Q = a_z S_n \operatorname{sgn}(\Delta h) (2g|\Delta h|)^{1/2}$ 得到。式(15)中 S 为容器的截面积, S_{wi} ($i = 1, 2, 3$) 为第 i 个漏水管实际漏水的截面积且 $S_{wi} \in [0, 0.5 \text{ cm}^2]$, $\operatorname{sgn}(z)$ 为变量的符号函数, a_{zi} ($i = 1, 2$) 为流量系数。表 1 给出了上述公式中的物理参数,其中 a_{z1} , a_{z2} , a_{z3} 是由实验数据辨识出来的。

表 1 三容实验的物理参数

Table 1 The parameter of three-tank system

S/cm^2	154	S_n/cm^2	0.5
$H_{\max}/\text{cm}$	60	$Q_{\max}/(\text{mL} \cdot \text{s}^{-1})$	166
$g/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-2})$	980	a_{z1}	0.411 6
a_{z2}	0.726 1	a_{z3}	0.453 6

取目标值: $h_1 = h_{o1}$, $h_2 = h_{o2}$ ($60 \text{ cm} > h_{o1} > h_{o2}$), 相应的系统平衡点 $x_o(h_{o1}, h_{o2}, h_{o3})$ 和系统在平衡点的控制量 $u(Q_{o1}, Q_{o2})$ 。在平衡点处线性化,无量纲化,并且定义: $x_i = (h_i - h_{oi})/h_{oi}$, ($i = 1, 2, 3$), $u_i = (Q_i - Q_{oi})/Q_{oi}$, ($i = 1, 2$), $w_i = S_{wi}$, ($i = 1, 2, 3$), 得到连续系统的线性状态空间方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

是水泵的流量。这里用 VC++ 编写控制平台,用 MATLAB 编写相关的控制算法,通过 MATLAB 引擎函数库中提供的 API 函数完成控制算法与用 VC 编写的控制平台之间的数据交换,采用 MATLAB 和 VC 混合编程的方式实现三容控制系统的软件编写。

三容控制系统的硬件由控制器、输入输出通道、测量装置、执行机构组成,相应的系统组成如图 2。

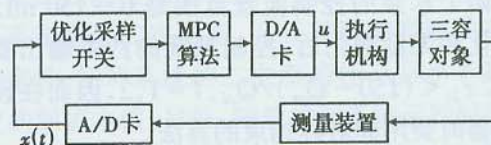


图 2 三容系统的组成框图

Fig. 2 The construction of three-tank control system

测量装置由三个压差传感器组成,它们被安装在三个水罐的顶部。在三个水罐的底部分别有一个与该水罐连通的细小的胶皮管,管子中是气体,上边由压差传感器测量端封闭,当水罐中有水

位变化时,管子中空气的压强将有相应的增减,压差传感器测量到压差的变化并转变为相应的电信号.由于水位的变化和电信号成比例,读取电信号就可以测量水罐中水的液位.输入输出通道分别由 A/D、D/A 数据采集模块组成.

三容控制系统的执行机构是由放大电路、PWM 调速模块、直流电机和水泵构成,如图 3 所示. 0~5 V 电压控制信号经过放大电路放大后,从 PWM 调速模块输入变成电流信号,电流信号驱动直流电机带动水泵转动,输出对应的流量.

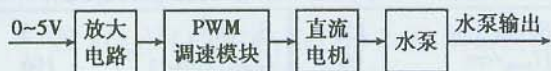


图 3 执行机构的组成

Fig. 3 The actuator

液位传感器测得的系统状态值经过 A/D 卡和优化采样开关后传递给 MPC 算法程序,用以求得控制器增益矩阵.考虑到系统的状态在两个优化间隔变化很小,则可以假定控制量 $u(t)$, $t \in [t_k, t_{k+1})$ 在两个优化间隔保持不变.该值经过 D/A 转换后变成系统的实际控制输出,用以驱动执行机构对系统进行控制.因而在系统实现时, MPC 算法的输入为系统在每个优化时刻的状态,输出是控制量 u .

注 2 优化采样开关的采样保持时间远远大于 A/D 卡的采样保持时间.

2.3 三容系统实验结果

设计三容系统的液位控制器时,要求在满足时域约束的情况下提高系统的抗干扰能力.在本文中,选择容器 1 和容器 2 的液位高度作为系统的性能输出,把模拟漏水的球阀的开度作为扰动量,同时考虑水泵的最大流量作为约束输出.综上,系统的输出参数矩阵分别为

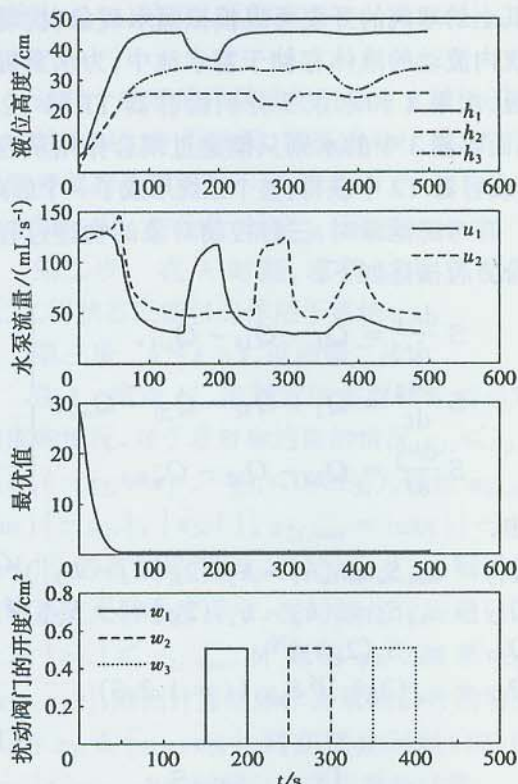
$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = D_{1u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{2u} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

两个水泵的控制流量范围是 0~150 mL/s,线性化和无量纲化后,控制系统的约束输出要求 $-1 < z_{2i} < (150 - Q_{oi})/Q_{oi}$, $i = 1, 2$.因而在设计控制器时要用非对称约束的算法.

α 和 $w_{\max}$ 是两个重要的设计参数, α 若选得过大,虽然会增大系统的可行域,但会降低系统的性能. $w_{\max}$ 是系统在优化间隔扰动功率上界的估计.在问题(12)中取 $\alpha = 2$, $w_{\max} = 0.01$,并且选择优化间隔为 1 s,在 150~200 s 打开容器 1 的模拟泄漏球阀 w_1 ,在 250~300 s 打开容器 2 的模拟泄

漏球阀 w_2 ,在 350~400 s 打开容器 3 的模拟泄漏球阀 w_3 (球阀的开度均为 0.5 cm²),相应的实验结果见图 4.

图 4 三容系统的滚动 H_{∞} 控制实验结果Fig. 4 The results of moving horizon H_{∞} control of a three-tank system

在实验前,首先要对系统中的液位和水泵传感器进行标定.在实验过程中, MATLAB 计算引擎完成用 MATLAB 语言编写的控制算法的最长时间是 0.2 s.闭环系统在初始时刻 t_0 具有较大的 γ 值(最优值),这主要是由系统较大非零初始状态决定的(求解控制器时采用了在系统的平衡点线性化展开的模型,因而系统的稳态值为零状态).在系统进入稳态后(大约为 100 s),系统的 H_{∞} 性能指标较小,表明系统具有较强的干扰抑制能力,能够较好地抑制扰动对系统输出的影响.由于在控制器设计时选择水泵流量作为约束输出,从实验中可以看到控制器输出没有进入饱和区,达到了预期的设计要求.

3 结 论

本文将三容系统的控制问题归结为扰动影响下的约束系统的控制问题,并且在讨论滚动优化的 H_{∞} 控制方法的基础上,进行了三容系统的液位控制实验.实验结果表明设计的闭环系统可以在满足时域约束的条件下,保证系统的抗干扰性能.

(下转第 91 页)

由上可见,利用 G 辅助变量替换方法得到控制器设计方法具有较小的保守性。

4 结 语

本文研究了参数不确定离散线性系统的状态反馈圆盘极点约束鲁棒非脆弱保成本控制器设计问题。基于 LMI 理论给出了鲁棒控制器存在的可解条件,进一步利用 G 辅助变量变换技术对控制器设计进行改进,来降低控制器设计的保守性。仿真实例验证了本文提出的设计方法是切实有效的。

参考文献:

- [1] Furuta K, Kim S B. Pole assignment in a specified disk[J].

IEEE Trans AC, 1996,32(5):423-427.

- [2] Garcia G. Quadratic guaranteed cost and disc pole location control for discrete-time uncertain systems[J]. IEE Proc Control Theory and Applications, 1997,144(6):358-367.
[3] Chiali M, Gahinet P. H_{∞} design with pole placement constraints: an LMI approach[J]. IEEE Trans AC, 1996, 41(3),358-367.
[4] Wang Z D, Tang G D, Chen X M. Robust controller design for uncertain linear systems with circular pole constraints[J]. Int J Control, 1996,65(3):1045-1054.
[5] Mahmoud M S. Resilient control of uncertain dynamical systems[M]. New York: Springer, 2004.
[6] de Oliveira M C, Bernussou J, Geromel J C. A new discrete-time robust stability condition[J]. Systems Control Letters, 1999,37(4):261-265.
[7] Xie L H. Output feedback control of systems with parameter uncertainty[J]. Int J Control, 1996,63(4):741-750.

(上接第 86 页)

参考文献:

- [1] 高兴泉,李占江,陈虹. 三容系统的模糊控制[J]. 吉林大学学报:工学版, 2003,33:7-10.
[2] 李学军,徐俊山. 三容模糊控制系统设计[J]. 长春大学学报, 2004,14(6):8-10.
[3] 吕光帅,潘丰,顾蕊. 基于非线性系统的高增益自适应 λ 跟踪控制研究[J]. 郑州轻工业学院学报:自然科学版, 2005,20(4):85-88
[4] 王庆凤,陈虹. 基于 LMI 的鲁棒 MPC 及其在三容系统中的应用[J]. 吉林大学学报:信息科学版, 2006,24(1):158-163.
[5] 陈薇,吴刚. 非线性双容水箱建模与预测控制[J]. 系统仿真学报, 2006,18(8):2078-2081.

- [6] 韩光信,高兴泉,陈虹. 三容实验系统的变结构 PID 控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2006,38(S):38-41.
[7] 高兴泉,刘淳,马苗苗,等. 基于非线性静态反馈解耦的三容系统 PI 控制[J]. 控制工程, 2004,11(4):352-355.
[8] 韩光信,张桂芹,施云贵. 三容系统 H_{∞} 控制[J]. 吉林化工学院学报, 2004,21(4):37-39.
[9] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: stability and optimality [J]. Automatica, 2000,36(4):789-814.
[10] Chen H, Scherer C W, Allgower F. Moving horizon control with performance adaption for constrained linear systems[J]. Automatica, 2006,42:1033-1040.
[11] Boyd S, Ghaoui L EI, Feron E. Balakrishnan linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1994:22-27.