

分 类 号: TP273

单位代码: 10183

研究生学号: 2013522111

密 级: 公 开



# 吉 林 大 学

## 硕 士 学 位 论 文

线控四轮转向汽车的鲁棒控制研究

Robust Control of 4WS Vehicle Based on Steering-by-Wire Technology

作者姓名: 王 菁

专 业: 系统工程

研究方向: 鲁棒控制

指导教师: 于树友 副教授

培养单位: 通信工程学院

2016 年 6 月

线控四轮转向汽车的鲁棒控制研究

Robust Control of 4WS Vehicle Based on Steering-by-Wire  
Technology

作者姓名: 王 菁

专业名称: 系统工程

指导教师: 于树友 副教授

学位类别: 工学硕士

答辩日期: 年 月 日

未经本论文作者的书面授权，依法收存和保管本论文书面版本、电子版本的任何单位和个人，均不得对本论文的全部或部分内容进行任何形式的复制、修改、发行、出租、改编等有碍作者著作权的商业性使用（但纯学术性使用不在此限）。否则，应承担侵权的法律责任。

### 吉林大学硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交学位论文，是本人在指导教师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：王青

日期：2016年6月4日

# 摘要

随着汽车工业技术的快速发展，汽车的行驶速度也得到了不断地提高，关乎汽车行驶安全的汽车操纵稳定性日益受到人们的关注。相关研究表明，侧向风作为一种很常见的干扰，对高速行驶下的汽车操纵稳定性具有重要影响。四轮转向（Four Wheel Steering, 4WS）是一种有效提高汽车行驶安全的主动底盘控制技术。本文即采用这种 4WS 控制方法，以提高高速行驶汽车的侧向风稳定性。选择具有更广阔发展前景的线控 4WS 汽车作为被控对象，将前轮转角和后轮转角同时作为控制输入，设计全反馈控制策略。以跟踪参考模型为基础，将前馈控制和反馈控制相结合，实现跟踪理想质心侧偏角和横摆角速度的控制目标。

了解四轮转向系统的物理特性并建立合理的数学模型，是对 4WS 控制问题进行深入研究的基础。车辆模型的设计可繁可简，针对不同的研究需求应当建立不同的模型。在控制器设计阶段，本文建立了简单的线性二自由度车辆模型；在控制器验证阶段，分别采用了较为复杂的非线性三自由度车辆模型以及精度更高的基于 AMESim 软件建立的四轮转向整车模型，为接下来的仿真实验研究提供了一个良好的模型平台。此外，基于 AMESim 的四轮转向整车模型，通过仿真实验将侧向风干扰对高速行驶的汽车的影响进行初步探究。

兼顾抗侧向风干扰能力与执行机构输出饱和限制，提出一种基于约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制的四轮转向控制新方法。推导并证明出约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器存在的充分条件，并且给出基于线性矩阵不等式（Linear Matrix Inequality, LMI）的一般求解方法。通过仿真实验验证了约束  $\mathcal{H}_\infty$  控制方法可以有效提高 4WS 汽车的操纵稳定性，并且在抑制外界干扰的能力方面具有明显的优势，前、后轮转角控制输入也均限定在合理范围内。

为了实现对非线性 4WS 汽车的控制，采用干扰观测器控制方法（Disturbance Observer Based Control, DOBC）对 4WS 控制问题作进一步研究。DOBC 方法也是一种鲁棒控制方法，它不仅可以提高系统对外界干扰的鲁棒性，而且可以处理在控制器设计阶段建模过程中忽略的非线性未建模动态。本文引用 DOBC 方法提出全信息反馈控制，给出控制器设计的理论基础及其证明过程。基于 DOBC 全信息反馈控制方法，重新设计 4WS 系统的反馈控制器环节，提高了非线性 4WS 汽车的操纵稳定性。侧向风干扰下高速行驶汽车的仿真实验表明，无论单侧还是双侧侧向风干扰输入作用下，DOBC 控制的 4WS 汽车都可以保持汽车的稳定性，并减小驾驶员的操纵难度。

**关键词：** 操纵稳定性，四轮转向，侧向风稳定性，约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制，干扰观测器控制



# Abstract

With the rapid development of automobile industry technology, the speed of vehicles has been increased continuously, so the handling stability relating to vehicle safety has been attracting more attention. Some related studies have demonstrated that crosswind, which is a familiar type of disturbance, had a major negative impact on the handling stability of high speed vehicles. Four wheel steering (4WS) technique is one of the most effective maneuvering technologies. In this paper, the 4WS control method is adopted in order to improve the crosswind stability of high speed vehicles. The 4WS vehicle with steer-by-wire (SBW) technique is taken as the controlled object, which has more bright prospects. Front wheel active steering and rear wheel active steering are used simultaneously so that a full feedback control strategy can be successfully designed. Base on the strategy of model reference control, feedforward control and feedback control are used to achieve the control objective of tracking both the desired side slip angle and yaw rate.

Before making a thorough study on 4WS control problem, it is essential to learn the physical characteristics of 4WS systems and develop reasonable mathematical models. As the design of vehicle models can be simple or complicated, this paper build several vehicle models to meet different research requirements. In the design phase, a two-degree-of-freedom vehicle model is built up. In the controller validation phase, both a three-degree-of-freedom vehicle model and a full vehicle model based on AMESim software are developed, where the former is lower complexity and the latter is high precision. All above work offers a complete modeling platform for simulation. Furthermore, the effect of crosswind on the high speed vehicle is primarily analyzed according to experiment on full vehicle model.

Taking anti-interference ability and actuator saturation into consideration, constrained  $\mathcal{H}_\infty$  output feedback control is applied to the design of 4WS controller. A sufficient condition for the existence of the  $\mathcal{H}_\infty$  output feedback controllers is proposed and proved, and the solution scheme is formulated in terms of linear matrix inequalities (LMIs). The simulation experiment proves that the constrained  $\mathcal{H}_\infty$  output feedback control can improve the vehicle handling stability effectively and present strong robustness against external disturbances, while the control inputs of front and rear wheel angles are under the prespecified bounds.

For the implementation of control for nonlinear 4WS vehicle, a disturbance observer based control (DOBC) method is employed in 4WS control problem. DOBC is also a robust control method, which can improve the system robustness and cope with the ignored nonlinear dynamics. A full information feedback control method is proposed

referred to the DOBC method, and the theoretical basis of the controller design and the related proofs are given. In order to improve the handling stability of nonlinear 4WS, the feedback control part of the 4WS system is redesigned. The simulation of high speed vehicle under crosswind disturbance shows that, regardless of one side wind or double side wind occurs, the 4WS vehicle based on DOBC method can always maintain vehicle stability and reduce the difficulty of driving.

**Key Words:**

handling stability, four wheel steering (4WS), crosswind stability, constrained  $\mathcal{H}_\infty$  output feedback control, disturbance observer based control (DOBC)

# 目 录

第1章 绪论 .....	1
1.1 四轮转向技术概述 .....	1
1.2 四轮转向技术研究现状及发展趋势 .....	2
1.3 汽车侧向风稳定性研究背景与意义 .....	4
1.4 本文研究思路与内容 .....	7
第2章 汽车四轮转向系统描述与分析 .....	9
2.1 侧向风干扰输入的描述 .....	9
2.1.1 影响汽车操纵稳定性的气动力 .....	9
2.1.2 侧向风力数学模型 .....	11
2.2 四轮转向汽车模型 .....	11
2.2.1 线性二自由度车辆模型 .....	11
2.2.2 非线性三自由度车辆模型 .....	14
2.2.3 基于AMESim建立的四轮转向车辆模型 .....	16
2.3 侧向风对汽车高速行驶性能影响 .....	19
2.4 本章小结 .....	21
第3章 基于约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制的 4WS 汽车 .....	22
3.1 约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制方法 .....	22
3.2 4WS 控制问题描述 .....	26
3.3 控制器的设计 .....	27
3.3.1 车辆参考模型 .....	27
3.3.2 前馈控制器设计 .....	28
3.3.3 约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制器 .....	28
3.4 仿真与分析 .....	29

3.4.1 方向盘角阶跃实验 .....	30
3.4.2 方向盘正弦输入实验 .....	31
3.5 本章小结 .....	32
第4章 基于干扰观测器控制方法的非线性 4WS 汽车 .....	33
4.1 基于 DOBC 的全信息反馈控制 .....	33
4.2 4WS 汽车的 DOBC 控制器设计 .....	37
4.2.1 反馈控制器的设计 .....	39
4.2.2 干扰观测器的设计 .....	39
4.3 仿真与分析 .....	40
4.3.1 基于非线性三自由度车辆模型的仿真实验 .....	40
4.3.2 基于 AMESim 整车模型的仿真实验 .....	41
4.4 本章小结 .....	47
第5章 全文工作总结 .....	48
参考文献 .....	50
附录A .....	55
作者简介及研究成果 .....	56
致谢 .....	57

# 第1章 绪论

## 1.1 四轮转向技术概述

自十九世纪以来，第一辆汽车诞生至今大约一百多年间，除了为某些特殊用途而设计的汽车外，人们一直使用前轮转向来控制汽车行驶方向。这种转向技术是受马车的驾驶方式启发而产生的，曾被认为是不会造成任何过多不便的有效转向方式，汽车的这种转向方式在相当长一段时间里被认为是理所当然的<sup>[1]</sup>。

然而，随着汽车工业技术的快速发展，人们开始需要更快的响应速度，并且关乎车辆行驶安全的汽车操纵稳定性也日益受到人们的关注。四轮转向（Four Wheel Steering, 4WS）技术应运而生，它是一种有效改善车辆操纵稳定性的主动底盘控制技术。近年来，许多汽车厂商都开发了具有4WS系统的概念车，比如Honda, Nissan和Mazda等，一些较为成熟的4WS技术也逐渐被应用到其普及车型当中。4WS汽车后轮可以主动参与转向，从而可以提高汽车的瞬态响应能力。4WS技术不仅可以减小车辆质心侧偏角，还可以增加轮胎侧向力裕度，更有益于实现轨迹跟踪和稳定性控制，对提高汽车主动安全性具有重要的深远意义<sup>[2-5]</sup>。

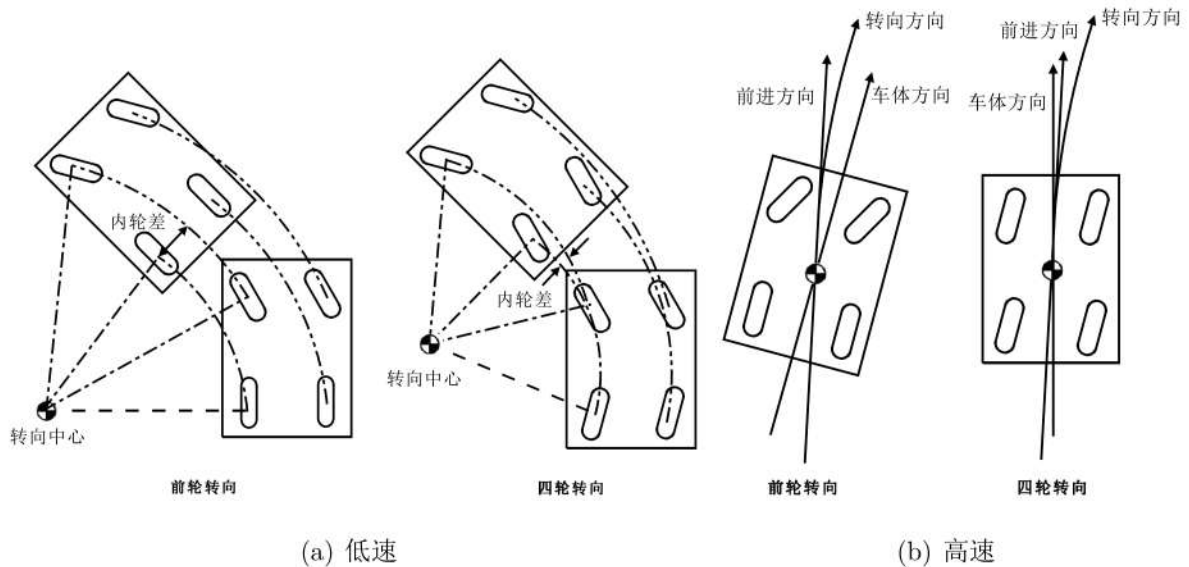


图 1.1 高速和低速下前轮转向与四轮转向轨迹示意图

传统汽车只有前轮转向，而转向的控制通常是由驾驶员操纵的方向盘转角决定的。这种两轮转向系统的缺点是转向直径较大，并且在较小的空间不容易满足转向需求，尤其是对于大型重型汽车而言。相对而言，四轮转向系统可以在低速时改善汽车的操纵性，在高速时提升汽车的稳定性。如图 1.1 所示，高速和低速下前轮转向与四轮



转向轨迹示意图。低速时，前轮转向汽车转向时的转向中心大致在后轴的延长线上，而四轮转向汽车可以给后轮附加一个与前轮反向的输入转角，使得其转向中心比前轮汽车更靠近车体，进而减小了汽车的转向半径，内轮差更小，转向性能也更好。高速时，前轮转向汽车在转弯时，车身纵向中心线方向与车辆前进方向不一致，该夹角即为汽车的质心侧偏角。四轮转向汽车会给后轮附加一个与前轮同向的输入转角，使后轮也产生侧偏角，与前轮产生的侧偏角叠加，进而可以抑制汽车的自转运动，可以基本保持汽车的质心侧偏角为零，即车身方向与车辆前进方向一致的稳定转向状态，因此，汽车对轨迹的跟踪性也得到了极大的改善<sup>[5-9]</sup>。

## 1.2 四轮转向技术研究现状及发展趋势

鉴于 4WS 技术具有提高汽车操纵稳定性的潜能，这项技术近四十年来一直受到各大汽车厂商以及专家学者的关注。随着汽车工业技术的发展和研究的深入，4WS 技术无论在控制策略还是控制方法上都日趋完善和成熟。

传统的 4WS 转向汽车主要指带有主动后轮转向（Rear Wheel Steerig, RWS）系统的汽车，其控制策略主要包括前馈控制和反馈控制两种类型，如图 1.2 所示。早期 4WS 汽车试图通过保持零质心侧偏角控制策略，以减小侧向加速度和横摆角速度的相位差。这种 4WS 系统通常采用前馈控制的控制策略。Sano（1986）推导出一种前后轮转角比值，该比值可以保障稳态转向时车辆质心侧偏角为零<sup>[10]</sup>。这种方法的优点是易于实现，但是会延迟横摆角速度和侧向加速的达到稳态的响应速度，因此该控制方法的瞬态响应性能不佳。基于该控制策略，早期一些汽车厂商开发了各自的附加 4WS 技术的汽车。本田（Honda）的第一代后轮转向汽车，通过前后轮之间的机械连接将前轮转角  $\delta_f$  传递到后轮，最初控制率是由  $\delta_r = K(\delta_f)\delta_f$  给定的（其中， $\delta_r$  为前轮转角， $K$  为转向比）。后来马自达（Mazda）也应用类似于本田的前馈控制方法加入后轮转向，只是转向比是依据速度变化设计的，其控制率可以表示为  $\delta_r = K(v)\delta_f$ （其中， $v$  为实时车速）。

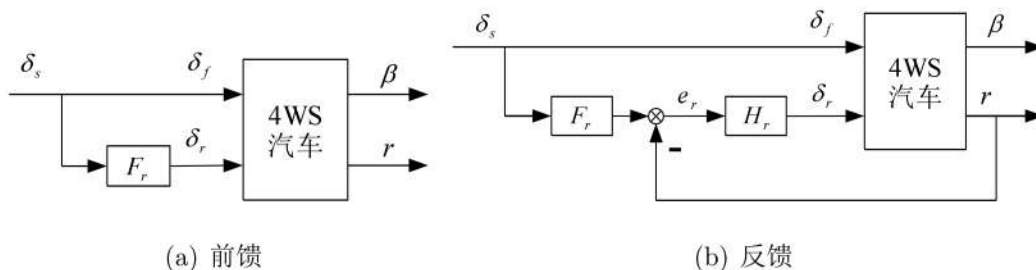


图 1.2 前馈和反馈控制的 4WS 汽车

对于应用反馈控制的 4WS 汽车，主要有两种控制策略被提出。一种同样是关注保

持质心侧偏角为零的控制目标,另一种是跟踪参考横摆角速度的控制方法。反馈控制方法具有响应速度快的特色,并可以有效地削弱外部干扰的作用。近年来,有许多先进的控制方法被应用于4WS反馈控制器的设计当中。在文献[11]中,基于静态查找表决策出期望的横摆角速度,设计一个PID控制器以减小横摆角度跟踪误差。Alfi等人针对高速4WS汽车,以状态反馈和滑膜控制为理论基础,设计了一种模糊控制器。与单纯的滑膜控制方法和模糊滑膜控制方法相比而言,该模糊控制方法可以缩短瞬态响应时间和提高车辆稳定性,进而提高4WS汽车的动态响应性能<sup>[12]</sup>。文献[13]提出一种跟踪横摆角速度的4WS控制器,以“预瞄-跟随”理论建立人一车闭环系统车辆模型,应用该模型进行双移线工况下的仿真实验,实验结果表明所设计的4WS控制器可以有效提高汽车的操纵稳定性。

此外,实际车辆系统中存在大量不确定性,如未建模动态、路面不平、强风干扰、载荷波动以及制动或加速时产生的附加力矩等。因此,4WS汽车的控制也同样面临着鲁棒稳定性问题的挑战<sup>[14-17]</sup>。也就是说,所设计的控制器应当可以处理车辆系统中的不确定性以保证其操纵稳定性,并且可以确保系统性能不要下降过多。为此,很多专家学者们试图采用不同的现代鲁棒控制理论来解决4WS汽车控制的不确定性问题。文献[18]首先建立一组可以表征4WS汽车动力学的线性方程,然后应用混合 $H_2/H_\infty$ 综合方法设计多目标车辆控制器。附加给定车辆模型一系列不确定性,并进行了多组数值仿真实验。实验结果表明,提出的自动驾驶仪控制器提供了更好的操纵性,且汽车的航向稳定性也得到了改善。文献[19]将汽车驾驶过程中的参数变化考虑进来,应用 $\mu$ 综合控制理论设计一种4WS控制器,并且进行了硬件在环(Hardware-in-the loop, Hil)仿真实验。基于鲁棒 $H_\infty$ 控制理论, Jia(2000)对存在不确定性的4WS汽车的转向和牵引力综合控制进行研究,建立了包括加速和制动动态特性的非线性车辆模型。基于该模型设计了一个非线性输入输出解耦控制器,应用该方法将车辆系统结构分成三个二阶子系统,分别对速度、侧向运动和横摆运动进行控制。数值仿真结果表明,该控制方法可以提高车辆行驶的安全性和舒适性<sup>[20]</sup>。Yin(2010)等人对不同路面附着系数的变化下的4WS汽车的鲁棒控制进行了研究,设计了最优控制器以保证4WS车辆系统的操纵性和鲁棒稳定性<sup>[21]</sup>。

上述相关研究都是针对的传统的4WS汽车,即如前所述的主动后轮转向(RWS)汽车。通过前面的讨论,我们知道RWS汽车仅将后轮转角作为唯一的控制量,被控量一般是汽车质心侧偏角或者横摆角速度,控制目标为保证汽车稳态质心侧偏角为零或改善横摆角速度瞬态响应,因此RWS系统只能改善汽车的部分操纵性能。线控转向(Steering-by-Wire, SBW)技术的出现,为更好的完善4WS汽车控制问题提供了可能。线控转向系统取消了转向盘与转向轮之间的机械连接,由电子信号控制实现转向,摆脱了传统转向系统的各种限制,因此可以根据车辆行驶状况和驾驶员驾驶习惯



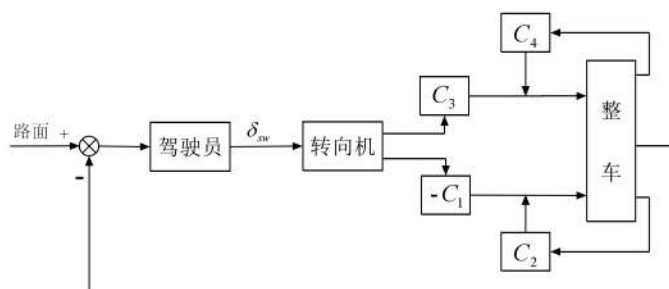


图 1.3 全反馈型 4WS 汽车

对转向轮进行控制，进而实现最优的转向特性<sup>[22, 23]</sup>。那么基于 SBW 技术的 4WS 汽车可以将车辆的前、后轮同时作为主动控制输入，是一个全反馈型 4WS 系统，如图 1.3 所示。目前，也有一些学者对这种全反馈型 4WS 系统进行了相关研究。杜峰(2007)等人以跟踪参考模型为控制策略，将 $\mathcal{H}_\infty$  优化控制理论应用于线控四轮转向汽车。仿真结果表明，所设计的控制器可以保证汽车很好的跟踪上理想参考模型，质心侧偏角稳态值为零，改善了横摆角速度的瞬态响应，提高了车辆的主动安全性<sup>[24]</sup>。Canale(2008)等人对线控 4WS 汽车的稳定性控制进行了研究，使用横摆角速度和质心侧偏角反馈，同时考虑控制变量的饱和限制，采用先进内膜控制（Internal Model Control, IMC）方法设计反馈控制器，改善了车辆转向不足特性以及在低附着系数路面上的稳定性<sup>[25]</sup>。李彬(2009)等人将前轮主动转向与后轮主动转向相结合，提出了四轮主动转向控制，基于三自由度车辆模型，对高速时的车辆操纵稳定性控制进行了仿真研究<sup>[26]</sup>。

综上所述，对于传统 4WS 系统，无论是前馈型还是反馈型，都只将后轮转向作为控制输入，对汽车操纵稳定性的改善是有限的。而基于 SBW 的全反馈型 4WS 系统可以自由设计前后轮转角输入，为更好的解决 4WS 控制问题提供了可能。目前，全反馈型 4WS 仍然处于理论研究阶段，还没有实现实用化，但该技术必然是一个可以满足当今 4WS 汽车技术发展的新方向，本文也正是以这种线控 4WS 汽车为研究对象的。此外，由于实际车辆系统中存在大量不确定性，对于 4WS 汽车的鲁棒控制研究同样具有重要的实际意义的。

### 1.3 汽车侧向风稳定性研究背景与意义

汽车操纵稳定性是指在驾驶员没有感到过分紧张或疲劳的情况下，汽车可以正确遵循驾驶员通过操纵转向机构所给定的方向行驶，并且遭遇外界干扰（如路面不平和侧向风）时，汽车能够抵抗干扰而保持稳定行驶的能力<sup>[27]</sup>。因此操纵稳定性是关乎汽车行驶安全的重要性能指标，一直以来都是人们关注和研究的重点。

随着汽车工业技术的迅速发展，汽车的行驶速度也得到了不断地提高，而相关研究表明侧向风干扰对高速行驶下的汽车操纵稳定性具有重要影响<sup>[28]</sup>。侧向风作为一种



很常见的干扰，除了在高速公路上对汽车操纵稳定性影响很大外，汽车在经过城市高层建筑之间、进出隧道口，超越或是与大型车会车时，也极有可能受到强侧向风干扰的影响。在迅速扩展的高速公路中，也不乏各类新型的公路被建造出来，比如长跨桥和高墩大跨梁桥。桥塔的出现有时会使汽车的可控性更难以保证，大型汽车有时也会因强侧向风而翻车。此外，对于驾驶员来说，当风速突然变化时很难控制汽车<sup>[29]</sup>。根据北美的交通事故报道，11%的野营旅游车（如牵引车、拖车等）交通事故都与侧向风有关；在加利福尼亚州、新墨西哥州和安大略湖三个多风区，19%的交通事故与风有关；此外，75%的蛇线行驶和控制问题与风有关<sup>[30]</sup>。在德国，与侧向风有关的交通事故在12月到4月之间频发，因为这段时间是当地多风的季节。在德国的北部和荷兰，风速可到达 $40\text{km/h}$ ，这造成与侧向风有关的交通事故频发。在日本，如果平均风速在10 min内持续高于 $25\text{m/s}$ ，高速公路即被强制关闭<sup>[31]</sup>。我国由于侧向风引发的交通事故同样时有发生，据报道，2010年9月19日，一辆集装箱挂车途经福建青州大桥时突遇侧风，车身侧翻，造成严重损失。与此同时，一辆小车也被吹得变道，与后侧货车发生刮擦<sup>[31]</sup>。

汽车高速行驶下的稳定性主要受侧向风空气动力学影响。侧向风影响下的高速稳定性或者航向稳定性被分为两类：非定常气动升力和非定常拖拉力。非定常气动升力类包括高速直线行驶和制动，这两种情况在没有侧向风下也受到气动升力影响。非定常拖拉力类包括转向，改变航道，阵风下驾驶等情况。在侧向风影响下，汽车可产生与上浮、横摆和侧向力有关的七种状态。侧向风稳定性被定义为在侧向风干扰下的航向稳定性<sup>[30]</sup>。

限制车速或者封路是减少强风天气下的交通事故的有效措施，然而这些措施可能导致严重的经济损失。因此人们对于如何决策出危险风速下对应的限制车速，以及如何针对在强风频发区制定相应的交通法规进行不断地深入研究。Emmelman于1981年提出检测侧向风干扰下行驶的汽车可发生危险工况的第一准则，即引入一个危险系数角度，这个危险系数角度是通过测量侧向风开始后0.8s的时间段内汽车行驶与原航线的侧向偏移得到的。另一种准则是由Baker于1986年提出的。根据Baker的准则，侧向风引起的交通事故可以分为如下三种类型（如图1.4所示）<sup>[28]</sup>：

- 侧翻事故
- 侧滑事故
- 旋转事故

在第一种事故类型中，汽车被吹翻；在第二种事故类型中，汽车被侧向风向一侧推动很大距离；在第三种事故类型中，汽车以自身垂向轴为轴旋转很大角度。该准则给出了，当突然遇到侧向风，检测潜在任意以上三种交通事故风险的可能性的条件：

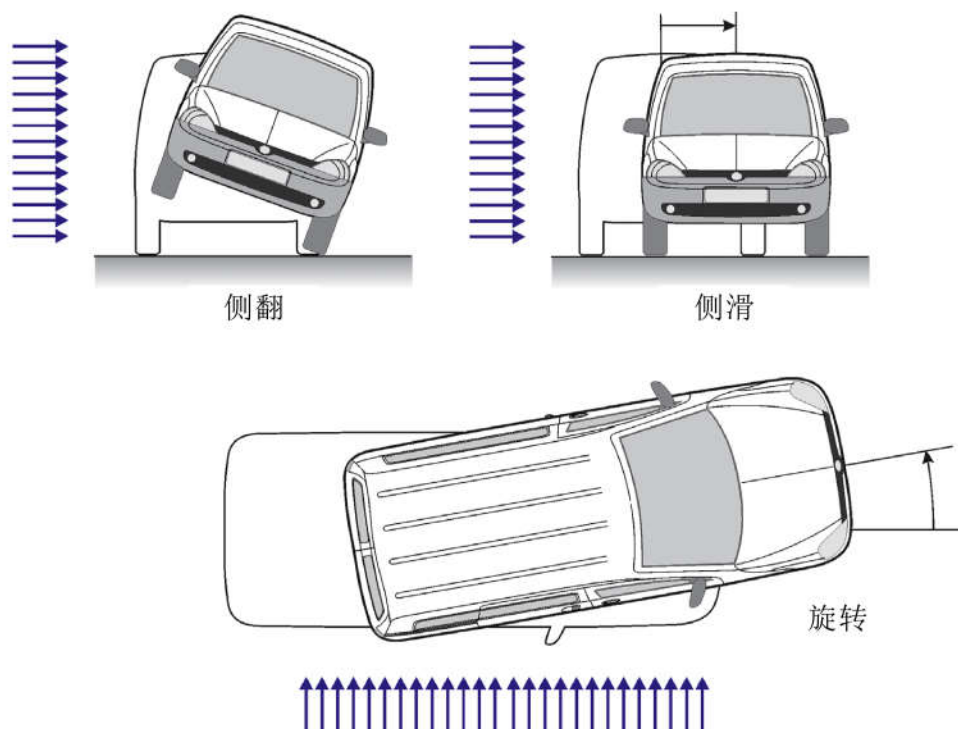


图 1.4 侧向风引起的交通事故类型 (Baker, 1986)

- 接触力在 0.5s 内降为零；
- 汽车的侧向位移在 0.5s 内超过 0.5m；
- 横摆角的绝对值在 0.5s 内超过  $11.5^\circ$  ( $0.2\text{rad}$ )。

这里需要指出的是，Baker 假设典型驾驶员的反应时间是  $0.2 - 0.4\text{s}$ 。因此他指出驾驶员应当不能在 0.5s 内改变方向盘转角输入以减小侧向位移或是抑制横摆角变大。

汽车在侧向风下的驾驶行为通常来说是非常复杂的，它受多种变化因素影响，比如<sup>[32]</sup>：

- 车辆特性；
- 行车条件，如速度和行驶方向；
- 侧向风特性（方向，速度分布，常风或是阵风）；
- 驾驶员的反应。

那么，对于侧向风下的驾驶行为的研究是否包含以上因素取决于所做研究的类型，这将影响所做实验、建立的分析模型或是数值模型的复杂度。文献<sup>[28, 33-36]</sup>的研究包含了上面的前三种因素，但是都没有考虑最后一个因素。这是因为每个驾驶员在各种驾驶条件下都会有不同的反应，所以我们可以总结出以上前三个因素的物理定律，却很难建立驾驶员反应的确切物理模型。

对汽车侧向风稳定性的研究至今已有几十年的历史了，与早期的汽车相比，相关的研究使现代汽车在侧向风干扰下的操纵稳定性能有了很大的提升。先进控制理论及技术的应用推动了高速汽车侧风稳定性的研究，其中主动底盘控制技术起到了重要作用。提高高速汽车侧风稳定性的主动底盘控制系统以转向控制、悬架控制和驱动/制动控制三个方面进行，主要包括四轮转向系统（4WS）、主动悬架系统（ECS）、防抱死制动系统（ABS）、驱动防滑控制系统（TCS）、汽车动态偏航稳定控制系统（ESP）等。这些先进主动底盘控制系统对提高高速汽车侧风稳定性起到了重要作用。

## 1.4 本文研究思路与内容

通过上述分析可知，以主动后轮为控制输入的传统 4WS 控制策略，只可以较好地控制汽车的质心侧偏角或者横摆角速度，对于汽车操纵稳定性的改善是有局限性的。因此本文的研究思路是：1. 选择具有更广阔发展前景的线控 4WS 汽车为被控对象，将前轮转角和后轮转角同时作为控制输入，设计全反馈控制策略。2. 建立合理的汽车动力学模型，为研究的不同阶段提供合理的研究平台。3. 控制目标是提高侧向风干扰下高速行驶 4WS 汽车的操纵稳定性及抗干扰能力。4. 针对不同控制需求，选择合理地先进控制算法设计 4WS 控制器。基于该研究思路，本文的主要研究内容如下：

第一章首先简要介绍了四轮转向的关键技术，并对四轮转向技术研究现状及发展趋势进行总结。其次，对本文所关注的汽车侧向风稳定性问题研究的意义进行说明。本章对所研究对象的背景与意义进行梳理，为接下来的四轮转向系统控制研究作了基础工作。

第二章主要完成侧向风描述及车辆模型建立的工作，为接下来的科学研究提高完善的模型平台。对影响汽车操纵稳定性的气动力进行描述，进而建立了侧向风力的数学模型。车辆的模型的设计可繁可简，本文针对不同的研究需求应当建立不同的模型。在控制器设计阶段，建立了简单的线性二自由度车辆模型；在控制器验证阶段，分别采用了较为复杂的非线性三自由度车辆模型以及精度更高的基于 AMESim 的四轮转向车辆模型，为接下来的仿真实验研究提供了一个良好的模型平台。此外，基于 AMESim 的四轮转向整车模型，将侧向风干扰对高速行驶的汽车的影响进行了分析。

第三章对线性 4WS 汽车进行研究，提出一种基于约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制的四轮转向控制新方法，进而提高汽车在高速行驶的侧向风操纵稳定性。推导并证明出约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器存在的充分条件，并且给出基于线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 的一般求解方法。完成控制方法的推导后，对所研究的 4WS 控制问题进行分析，设计出以跟踪参考模型为基础，前馈控制器和反馈控制器协同作用的控制方案。依据该控制方案，完成各部分控制器的设计和推导工作，并完成仿真实验验证工作。

第四章为了实现对非线性 4WS 汽车的控制，采用干扰观测器控制方法 (Disturbance Observer Based Control, DOBC) 对非线性 4WS 汽车作进一步研究。引用 DOBC 方法提出全信息反馈控制，给出控制器设计的一般步骤。对原有 DOBC 的理论基础部分进行了完善，给出了详细的证明步骤。以 DOBC 方法为基础，设计 4WS 系统反馈控制器、干扰观测器和干扰补偿增益，实现对非线性 4WS 汽车的控制。设计了一系列仿真实验，验证基于 DOBC 方法设计的 4WS 控制方案的有效性。首先选择相对简单模型进行初步验证，在基于 Matlab/Simulink 搭建的三自由度车辆模型进行仿真实验。得到较好的控制效果后，采用了基于多体动力学软件 AMESim 的整车模型作进一步仿真实验。

第五章对全文 4WS 控制研究工作进行了总结，并针对现在研究现状及存在的问题，提出了未来工作的展望。



## 第2章 汽车四轮转向系统描述与分析

为了对高速侧向风干扰下的4WS汽车控制问题进行深入研究，首先应该了解四轮转向系统的物理特性，并针对控制需求及研究方向建立合理的数学模型。本章首先对影响汽车操纵稳定性的气动力进行描述，进而建立了侧向风力的数学模型。然后，对汽车四轮转向模型进行了深入讨论。车辆的模型的设计可繁可简，针对不同的研究需求应当建立不同的模型。本文在控制器设计阶段，选择了简单的线性二自由度车辆模型；在控制器验证阶段，分别采用了较为复杂的非线性三自由度车辆模型以及精度更高的基于AMESim的四轮转向整车模型。最后，本文对车辆高速行驶过程中侧向风干扰的影响进行了分析。全文对四轮转向控制问题的讨论、控制器的设计及仿真与分析都是基于本章建立的数学模型。

### 2.1 侧向风干扰输入的描述

#### 2.1.1 影响汽车操纵稳定性的气动力

当汽车在公路上行驶时，车身周围的空气从汽车上流过，就会产生影响汽车行驶特性的气动力和力矩。气动力主要由汽车的行驶速度、车身外形和风向角决定。作用于行驶车辆上的气动力和力矩主要包括沿三个轴的分力和绕轴的力矩，如图2.1所示。其中，气动阻力是与汽车运动方向相反的空气力，对汽车的行驶特性影响最大，而其他五个分力及力矩对汽车操纵稳定性影响也很大。即使汽车在静风中行驶，也会产生升力及俯仰力矩，并且在汽车遇到强侧向风时，还会产生更大的侧向力、侧倾力矩和横摆力矩<sup>[37]</sup>。

图2.1中各参数物理意义为： $v_r$ 为合成气流相对速度， $\phi$ 为合成气流与汽车轴线夹角。 $D$ 为汽车纵向气动阻力（ $x$ 轴方向）， $S$ 为车身侧向气动阻力（ $y$ 轴方向）， $L$ 为车身垂向气动阻力（ $z$ 轴方向）。 $PM$ 为纵向力矩（绕 $y$ 轴方向）， $RM$ 为横向力矩（绕 $x$ 轴方向）， $YM$ 为横摆力矩（绕 $z$ 轴方向）。

沿 $z$ 轴方向的空气力为气动升力，气动升力和纵倾力矩是由于汽车车身上部和下部气流流速不同，使车身上部和下部形成压力差而产生的。在侧向风作用下高速行驶的轻型汽车，车身的前部很可能产生较大的局部升力。作用于车身的升力会减小轮胎对地面的压力，进而使轮胎侧偏刚度和侧向附着力降低，使得汽车操纵稳定性变差。侧倾力矩对车辆左侧和右侧车轮的重量分配有较大影响，并且汽车的侧倾角也会受到影响。车身侧面形状是决定侧倾力矩的主要因素，通常侧面流线型很好的汽车，它的侧倾力矩会相对较小。在侧向风干扰下高速行驶的汽车，侧向力和横摆力矩对其操纵稳定性具有重要的影响，这也是本课题研究的重点。当气流平行于汽车垂直对称面时，

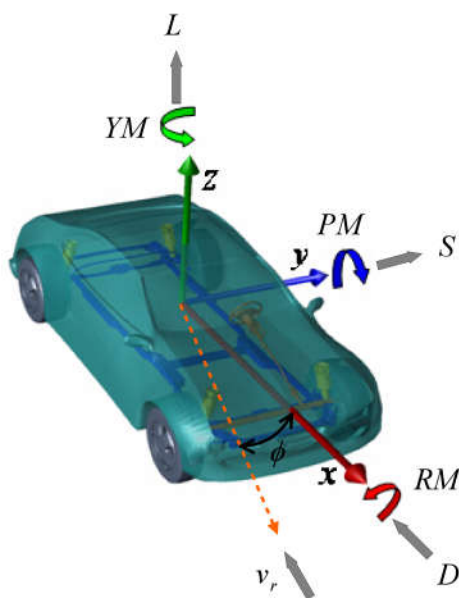


图 2.1 汽车稳定坐标系

作用在该平面内的气动合力可以分解成气动阻力和气动升力分量；但是当整个气流与垂直对称面不平行时，流谱是非对称的，就会产生侧向气动力，且产生的横摆力矩有使汽车绕  $z$  轴转动的趋势<sup>[38]</sup>。作用在车身的非对称气流产生的原因主要有两种：第一种是外界自然风与汽车行驶路线不平行；第二种是汽车转弯时会产生“侧滑角”。

作用在车身的侧向力会影响其行驶的直进性，为了提高车辆的行驶稳定性，不仅要减小侧向力，同时还要使侧向力的作用点（即为风压中心）向汽车重心之后移。但是风压中心后移又会造成侧向力增大。因此，当应用尾翼使风压中心后移时，还应当考虑到它所承受的侧向力带来的问题。横摆力矩对汽车的横摆角具有直接影响，当它有增大横摆角的作用时，汽车就会具有不稳定的气动特性；反之，汽车则会具有稳定的气动特性，该结论可以由如下公式描述：

$$\begin{aligned} \frac{dC_{YM}}{d\psi} < 0 & \quad \text{不稳定} \\ \frac{dC_{YM}}{d\psi} > 0 & \quad \text{稳定} \end{aligned}$$

其中  $C_{YM}$  为横摆力矩系数， $\psi$  为横摆角。当汽车受到侧向风干扰影响时，侧向力会造成轮胎侧偏，导致汽车偏离原来行驶的方向。在这种情况下，通常是驾驶员调整方向盘来修正汽车的行驶方向。但是如果驾驶员需要连续调整方向盘，这会造成驾驶者的过早疲劳，同时也增加了驾驶危险性。当有强侧向风干扰影响时，驾驶员的驾驶安全问题更值得关注。如果驾驶技术不熟练或者经验不足的驾驶员，为了消除侧向风干扰时操作不当，很可能会使汽车偏离行驶方向甚至造成汽车失控现象。



### 2.1.2 侧向风力数学模型

本节将对侧向风干扰产生的侧向力和横摆力矩进行数学建模，作用在汽车上任意方向的自然风的气流速度矢量图如图 2.2 所示。 $v$  为汽车行驶速度， $v_w$  为侧向风速度， $\phi$  为侧向风方向与汽车轴线夹角。由该矢量图可知任意方向的侧向风都可以分解成一个与汽车运动方向一致的速度分量  $v_{wx}$ ，以及一个与汽车运动方向垂直的速度分量  $v_{wy}$ 。因此为了研究方便，在后面对侧向力和侧向力矩的描述中，假设侧向风方向垂直于汽车行驶速度方向，则侧向风速  $v_w$  与汽车行驶速度  $v$  的矢量关系可以简化为如图 2.3 所示。

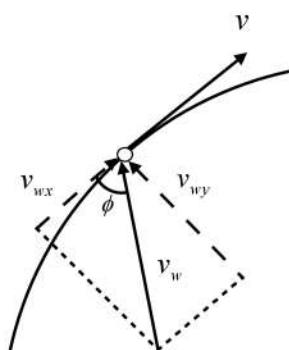


图 2.2 气流速度矢量图

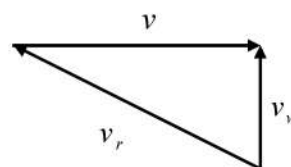


图 2.3 简化气流速度矢量图

由此可知合成气流相对速度可以表示为

$$v_r = \sqrt{v_w^2 + v^2}$$

作用于汽车的气动侧向力和横摆力矩可以表示为<sup>[39]</sup>

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho S C_i v_r^2 \quad (2.1a)$$

$$M_{aero} = \frac{1}{2} \rho L S C_i v_r^2 \quad (2.1b)$$

其中， $\rho$  为空气密度， $S$  为汽车迎风面投影面积， $C_i$  为气动系数， $v_r$  为合成气流相对速度， $L$  为轴距。空气密度  $\rho$ 、汽车迎风面投影面积  $S$  和气动系数  $C_i$  这三个参数的选取将在下一节 AMESim 四轮转向模型建立中详细介绍。

## 2.2 四轮转向汽车模型

### 2.2.1 线性二自由度车辆模型

车辆的模型的设计可繁可简，为了便于实现，在控制器设计阶段通常选择相对简单的车辆模型。汽车的四轮主动转向控制与质心侧偏角和横摆角速度的关系最为密

切，它们可以从不同方面表征车辆的操纵稳定性。因此本文选择线性二自由度车辆模型作为控制算法研究的车辆操纵稳定性模型。理论和实验都证明，在正常车速范围的非紧急状态和小转向角的情况下，该模型能以较高的精度表征车辆转向的实际物理过程，基于它们设计的控制器能够正常工作<sup>[3]</sup>。本文将采用SAE（Society of Automotive Engineers，国际汽车工程师协会）标准坐标系来描述汽车运动，该坐标系定义如下：

- 坐标原点位于汽车质心， $x$ 轴平行于地面并指向车辆行驶方向；
- $y$ 轴平行于地面并指向汽车左侧；
- $z$ 轴垂直于地面并指向汽车的上方。

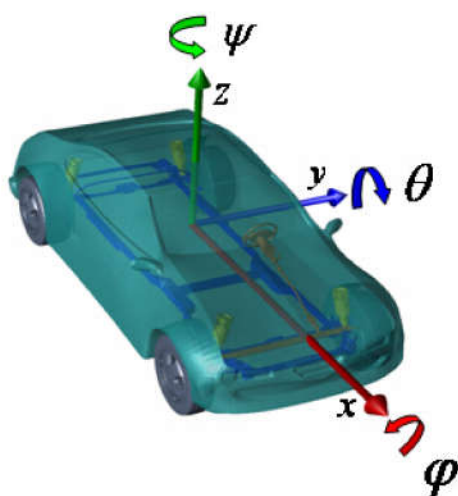


图 2.4 车辆坐标系及主要变量定义

该坐标系包括了汽车运动的六个自由度，即沿  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴三个方向的平动及三个方向的转动，相关运动变量符号的定义如图 2.4 所示。在讨论四轮转向系统的二自由度车辆模型之前，需要作如下假设：

- 忽略转向系统的影响，直接以前、后车轮转角作为输入；
- 忽略悬架的作用，认为汽车只做平行于地面的平动；
- 假设汽车侧向加速度小于  $0.4g$ ，车轮转角小于  $3\sim 5$  度，轮胎侧偏特性处于线性范围内，且左右车轮特性相同；
- 忽略空气阻力作用。

基于以上假设，可以得到只具有侧向运动和横摆运动的二自由度车辆模型，如图 2.5 所示。建立车辆坐标系，原点位于汽车的质心，车辆前进的方向为  $x$  轴正方向，水平向左为  $y$  轴正方向， $z$  轴正方向用右手螺旋定则确定。根据牛顿第二定律，可以得到



二自由度车辆模型的动力学方程为<sup>[40]</sup>:

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + r) &= F_f + F_r \\ I_z \dot{r} &= aF_f - bF_r \end{aligned} \quad (2.2)$$

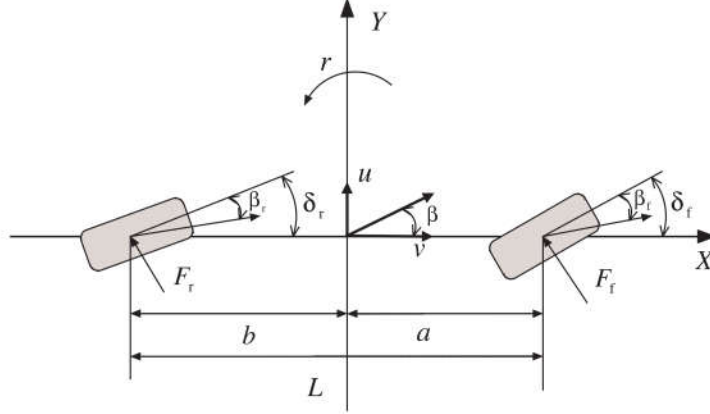


图 2.5 二自由度车辆模型

其中  $m$  为整车质量,  $v$  为车辆质心纵向速度,  $\beta$  为汽车的质心侧偏角,  $r$  为汽车的横摆角速度,  $I_z$  为绕质心的横摆转动惯量,  $a$ 、 $b$  分别为质心到前后轴距离,  $F_f$ 、 $F_r$  分别为前、后轮的侧向力。在低速、小转角车况下, 轮胎侧向力与轮胎侧偏角之间为线性关系, 即

$$\begin{aligned} F_f &= k_f \beta_f \\ F_r &= k_r \beta_r \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中  $k_f$ 、 $k_r$  分别为前后轴侧偏刚度,  $\beta_f$ 、 $\beta_r$  为前后轮侧偏角。由车辆几何特性可知

$$\begin{aligned} \beta_f &= \beta + \frac{ar}{v} - \delta_f \\ \beta_r &= \beta - \frac{br}{v} - \delta_r \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中  $\delta_f$  和  $\delta_r$  为前、后轮转角输入。将式 (2.3) 和 (2.4) 代入式 (2.2) 可得

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + r) &= -(k_f + k_r)\beta - \frac{ak_f - bk_r}{v}r + k_f\delta_f + k_r\delta_r, \\ I_z \dot{r} &= -(ak_f - bk_r)\beta - \frac{a^2k_f + b^2k_r}{v}r + ak_f\delta_f - bk_r\delta_r. \end{aligned} \quad (2.5)$$

写成标准状态空间形式如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中  $x = [\beta \ r]^T$  是状态变量,  $u = [\delta_f \ \delta_r]^T$  是控制输入量,  $y$  为测量输出,  $A \in R^{2 \times 2}$  是系

统矩阵,  $B \in R^{2 \times 2}$  是输入矩阵,  $C \in R^{2 \times 2}$  是输出矩阵, 对应的:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{k_f+k_r}{mv} & \frac{bk_r-ak_f}{mv^2} - 1 \\ \frac{bk_r-ak_f}{I_z} & -\frac{a^2k_f+b^2k_r}{I_z v} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{k_f}{mv} & \frac{k_r}{mv} \\ \frac{ak_f}{I_z} & -\frac{bk_r}{I_z} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

为了便于后面的研究, 此处将侧向风引起的外部干扰考虑进来, 式 (2.2) 可重写为:

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + r) &= F_f + F_r + F_w \\ I_z \dot{r} &= aF_f - bF_r + F_w l_w \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中,  $F_w$  为由侧向风产生的侧风力,  $l_w$  是侧向风作用点距离汽车质心的水平距离。依据状态空间 (2.6) 定义的状态变量及系数矩阵, 可将上式转化成状态空间形式:

$$\dot{x} = Ax + B_f w_f + Bu \quad (2.8)$$

其中,  $w_f = \frac{F_w}{mv}$  为归一化干扰输入,  $B_f = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{l_w mv}{I_z} \end{bmatrix}$  为干扰输入系数矩阵。

## 2.2.2 非线性三自由度车辆模型

本节将建立 4WS 系统的非线性三自由度车辆模型, 该模型将被用于控制器设计的初步验证。该模型包括横摆、侧倾和侧偏三个方向的运动, 并且同时考虑了侧向风干扰的影响。非线性三自由度车辆模型的侧视图和后视图如图 2.6 所示。汽车前轴和后轴分别有一个固结于非簧载质量上的侧倾中心, 侧倾中心是指汽车发生侧倾时, 相对于轮胎接地印迹处不产生任何侧向位移的点<sup>[41]</sup>。连接前后轴侧倾中心的直线, 即为汽车的侧倾轴线, 侧倾轴线是汽车相对于地面侧倾时的一条瞬时轴线。此外, 在建立 4WS 系统三自由度车辆模型过程中, 作了如下假设:

- 忽略汽车俯仰运动和垂向运动;
- 车身侧倾轴是不变的;
- 将悬架简化为等效阻尼器和抗侧倾弹簧;
- 各个轮胎侧偏特性相同, 且左右车轮特性相同;
- 忽略空气阻力。

本节的建模仍然基于 SAE 标准坐标系, 下面需要作如下定义:  $\beta$  和  $r$  分别是汽车的质心侧偏角和横摆角速度。  $m$  为汽车总质量,  $m_s$  为簧载质量。  $h_s$  为簧载质心距侧倾轴的距离,  $h_g$  为簧载质心与地面的垂直距离。  $\varphi$  和  $\dot{\varphi}$  分别是侧倾角和侧倾角加速度,  $I_x$  为簧载质量绕  $x$  轴转动惯量,  $I_z$  为簧载质量绕  $z$  轴横摆转动惯量,  $I_{xz}$  为簧载质量绕  $x$  轴和  $z$  轴的转动惯量之积。  $C_\varphi$  和  $k_\varphi$  分别为汽车悬架侧倾阻尼和侧倾刚度。  $v$  为

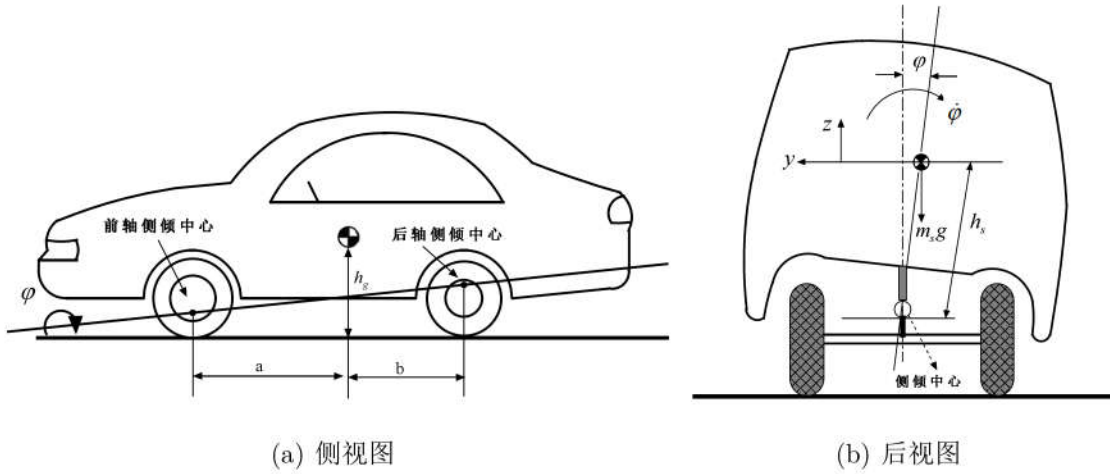


图 2.6 非线性三自由度车辆模型

汽车纵向速度， $a$  和  $b$  分别为前后轴距车辆质心距离，则  $L = a + b$  为轴距。 $F_f$  和  $F_r$  分别为前后轮的侧向力。基于以上定义，可以建立如下三自由度车辆模型的动力学方程<sup>[18]</sup>：

$$mv(\dot{\beta} + r) + m_s h_s \ddot{\varphi} = \Sigma F_y, \quad (2.9a)$$

$$I_z \dot{r} - I_x z \ddot{\varphi} = \Sigma M_z, \quad (2.9b)$$

$$I_x \ddot{\varphi} - I_x z \dot{r} = \Sigma L_x \quad (2.9c)$$

其中  $F_y$ 、 $M_z$  和  $L_x$  为作用于车身的所有外力及力矩之和对汽车侧向、横摆和侧倾运动产生的作用。由于侧向风对 4WS 系统的动态响应具有一定影响，可以得到如下方程：

$$\Sigma F_y = F_f + F_r + F_w, \quad (2.10a)$$

$$\Sigma M_z = aF_f - bF_r + F_w l_w, \quad (2.10b)$$

$$\Sigma L_x = m_s h_s g \sin \varphi + m_s h_s v(\dot{\beta} + r) \cos \varphi - C_\varphi \dot{\varphi} - k_\varphi \varphi - F_w h_w, \quad (2.10c)$$

其中， $F_w$  为侧向风产生的侧风力， $h_w$  为侧风力作用点距侧倾轴的距离， $l_w$  为侧风力作用点距离汽车质心的水平距离。本文利用如下魔术公式<sup>[42]</sup>来计算前后轮的侧向力。魔术公式是用三角函数的组合公式拟合轮胎试验数据，它可以完整的描述出轮胎侧向力的线性和非线性特性。该三自由度车辆模型的非线性特性即是由非线性轮胎模型表现出来的。

$$F_i = D \sin C \arctan[B(1 - E)\alpha_i + E \arctan(B\alpha_i)] \quad (2.11)$$

$F_i$  和  $\alpha_i$  分别表示某个轮胎的侧向力及其对应的轮胎侧偏角。参数  $B$ 、 $C$ 、 $D$  和  $E$  是由轮胎结构和轮胎垂向载荷决定的。如果质心侧偏角  $\beta$  很小且速度  $v$  变化缓慢，前后轮



侧倾角可以被写成

$$\begin{aligned}\alpha_f &= -\beta - \frac{ar}{v} + \delta_f, \\ \alpha_r &= -\beta + \frac{br}{v} + \delta_r.\end{aligned}\quad (2.12)$$

其中,  $\delta_f$  和  $\delta_r$  为前后轮转角。各个轮胎的垂向载荷都包括静态载荷和由汽车侧倾引起的侧向载荷转移量组成<sup>[43]</sup>

$$\begin{cases} F_{zfl} = \frac{mgb}{2L} + \Delta F_{zf} \\ F_{zfr} = \frac{mgb}{2L} - \Delta F_{zf} \\ F_{zrl} = \frac{mga}{2L} + \Delta F_{zr} \\ F_{zrr} = \frac{mga}{2L} - \Delta F_{zr}.\end{cases}\quad (2.13)$$

侧向载荷转移量可以表示为

$$\begin{cases} \Delta F_{zf} = \frac{a_y}{E_f} \left( \frac{m_s l_{rs} h_f}{L} + m_{usf} h_{uf} \right) + \frac{1}{E_f} (-k_{\varphi f} \varphi - C_{\varphi f} \dot{\varphi}) \\ \Delta F_{zr} = \frac{a_y}{E_r} \left( \frac{m_s l_{fs} h_f}{L} + m_{usr} h_{ur} \right) + \frac{1}{E_r} (-k_{\varphi r} \varphi - C_{\varphi r} \dot{\varphi})\end{cases}\quad (2.14)$$

其中,  $m_{usf}$  和  $m_{usr}$  分配到前后轴的非簧载质量,  $l_{fs}$  和  $l_{rs}$  分别是前后轴非簧载质量质心距簧载质量质心的纵向距离。  $h_{uf}$  和  $h_{ur}$  分别非簧载质量质心距前后轴的高度。  $E_f$  和  $E_r$  分别为前轴轴距和后轴轴距,  $C_{\varphi f}$  和  $C_{\varphi r}$  分别为前后悬架的侧倾阻尼,  $k_{\varphi f}$  和  $k_{\varphi r}$  分别为前后悬架的侧倾刚度。

### 2.2.3 基于AMESim建立的四轮转向车辆模型

实际车辆的动力学系统是非常复杂的, 前面两节所建立的数学模型都是在一定的假设下根据主要因素简化得到的, 因此都不可避免的忽略了一些动态特性。而在最后的控制器设计验证阶段, 我们希望建立一个精度较高的车辆模型来进行仿真实验。随着计算机技术迅速发展应运而生的多体动力学仿真软件为提高模型精度提供了可能, 本文则选择基于多体动力学软件 AMESim 建立一个 15 自由度四轮转向车辆模型。LMS Imagine.Lab AMESim (Advanced Modeling Environment for Simulation of Engineering Systems) 软件是一种多学科领域的复杂系统建模、仿真与分析平台。该软件包含大量经过严格验证的基础模型库: 气动、控制、液压、机械、电、磁和热, 同时还包括具有与车辆系统相关的专用模型库: 发动机排放库、发动机冷却库、车辆动力学库及空气调节库等。工程师在系统建模工程中, 需要从各个模型库中选出所需元件, 将各元件连接构成系统, 配置合理的参数即可。这种建模方式使工程师从繁琐的数学建模中解放出来, 但是需要工程师对系统机械结构清楚地了解。应用该软件建模不仅为工程师建模节省了大量时间, 而且可以保证模型的精确性。

本文基于 AMESim 建立的 4WS 整车模型如图 2.7 所示，由图可知该整车模型主要包括了底盘模型、转向传动系统模型、气动模型、悬架模型、轮胎模型和道路模型等多个子模型。下面将对以上各个子模型进行简单介绍。

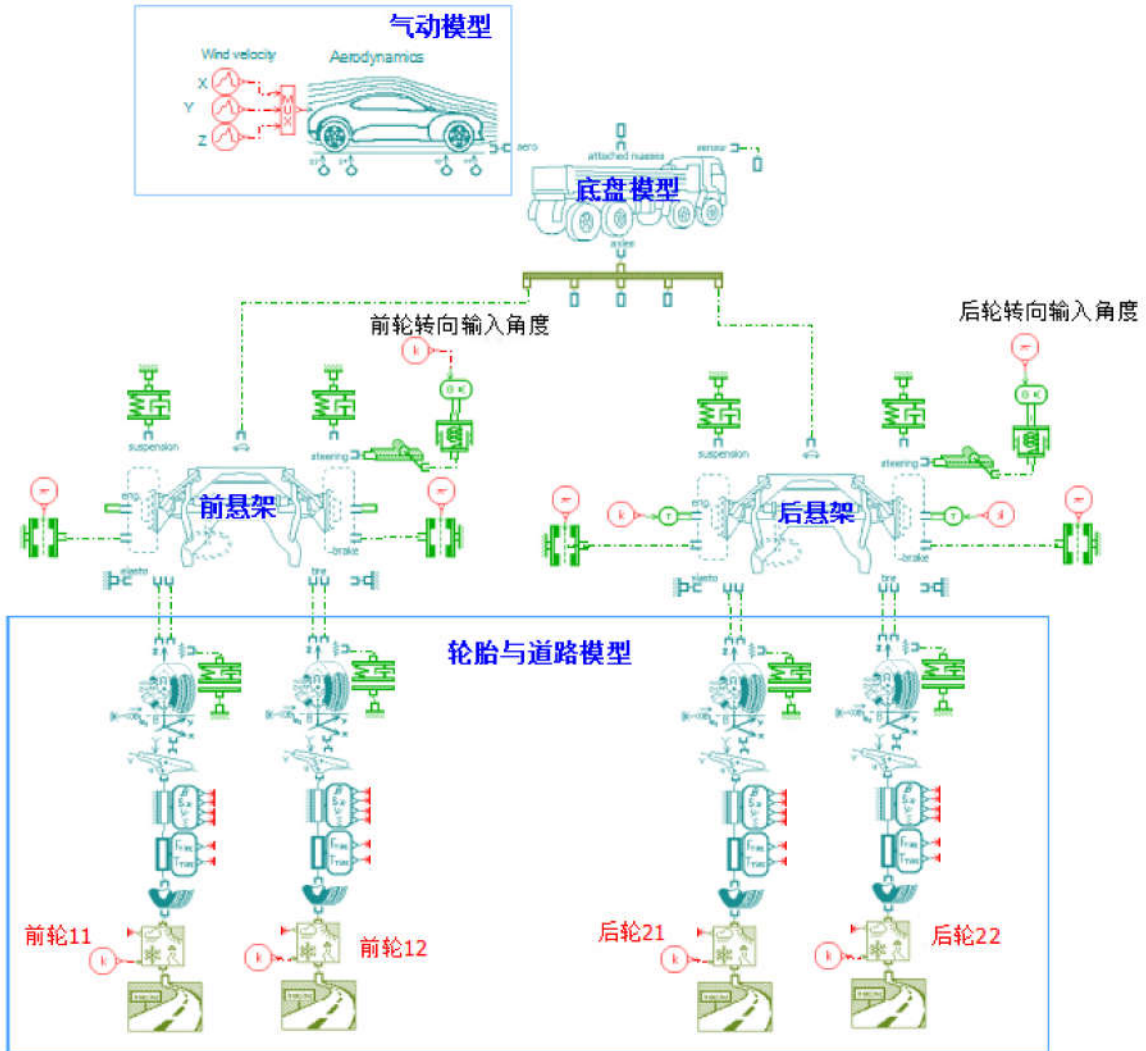


图 2.7 基于 AMESim 的 4WS 整车模型

### 1. 底盘模型

底盘模型是整车模型的核心模块，本文采用的底盘模型如图 2.7 所示。需要指出的是该模型并非只代表卡车底盘模型，如果配置合理的参数同样可以代表普通乘用车和 SUV 等车型的底盘模型。本文所配置的则是普通乘用车底盘参数。之所以采用该模型是因为除了通常的前轮转向桥外，它还可以提供后轮转向桥，这是进行后面的四轮转向研究的基础。

## 2. 转向系统模型

转向系统模型的作用是按照驾驶员的意愿控制汽车直线或者转向行驶。一个简单的转向系统可以由转向齿条的位移输出和速度输出来描述。方向盘转角输入到转向系统，转向系统输出的转向力矩输入到转向器即可实现汽车转向。由于本文研究针对的是四轮转向汽车，因此分别设计了前轮转向系统和后转向系统。

## 3. 气动模型

为了完成汽车在侧向风干扰下的相关实验，在整车模型中加入了气动模型。该模型可以计算作用于车身的外界气动效应。气动模型的作用点定义在气动坐标系（点  $O'$ ）的中心，在伽利略坐标系（ $R_0$ ）的表达式为

$$\vec{F}_{aero} = [X, Y, Z]_{R_0} \quad (2.15a)$$

$$\vec{M}_{aero}(O') = [L, M, N]_{R_0} \quad (2.15b)$$

其中  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  分别代表气动阻力、气动侧向力和气动升力， $L$ 、 $M$  和  $N$  分别代表有气动力产生的侧倾力矩、俯仰力矩和横摆力矩。本文只关注侧向力和横摆力矩的作用，其数学表达式与 2.1.2 节所介绍的式 (2.1) 相同，即

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho S C_i v_r^2 \quad (2.16a)$$

$$M_{aero} = \frac{1}{2} \rho L S C_i v_r^2 \quad (2.16b)$$

气动模型输入为  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴三个方向的风速，即可计算得到合成气流相对速度  $v_r$ 。AMESim 软件是根据经验值查表得到的这两个空气动力学系数，依据汽车侧偏角  $\delta_{aero}$  的变化给出对应的空气动力学系数，即

$$S C_i = S C_i(\delta_{aero})$$

假设空气为理想气体，空气密度  $\rho$  可以利用理想气体公式来计算。下面直接给出空气密度在常压下（大气压 101300Pa）随温度变化值。

## 4. 悬架模型

汽车的悬挂系统是车架与车桥（或车轮）之间的一切传力连接装置的总称。它可以直接与簧载质量部分（底盘模型）相连接，是一个封装的超级元件，即其具有复杂的内部结构。针对选择的底盘模型，悬架模型需要配置车轮对应位置的参数状态变量。它不仅描述独立悬架还可以描述非独立悬架，本文选择的是独立悬架类型。



表 2.1 空气密度温度对照表

温度 (°C)	空气密度 ( $kg/m^3$ )
-20	1.423
-15	1.368
-10	1.342
-5	1.318
0	1.293
5	1.269
10	1.247
15	1.225
20	1.204
25	1.184

## 5. 轮胎及道路模型

轮胎及道路模型整体结构图如图 2.8 所示，它主要由轮胎运动学模型、轮胎带模型、轮胎模型、路感模型和道路模型构成。轮胎运动学模型包含轮胎接地中心处所有运动学因素。轮胎带模型通常位于轮胎运动学模型和轮胎模型之间，它可以计算轮胎模型的特征输入量。轮胎模型产生轮胎和路面间的接触力，这个力同样是利用魔术公式计算的。路感模型可以根据设计者的需求，在设定的时间及轮胎位置设置需要的路面附着系数，默认路面附着系数是 1。道路模型用来描述不同的路面，如平坦路面、斜坡路面和随机路面等。

## 2.3 侧向风对汽车高速行驶性能影响

本节对基于 AMESim 建立的四轮转向车辆模型进行了侧向风干扰仿真实验，并分析侧向风对高速行驶汽车的性能影响。首先进行一组直线行驶侧向风干扰相应实验，实验结果如图 2.9 所示。方向盘转角输入为 0，车速为  $30m/s$ ，侧向风风速为  $10m/s$ 。根据中国气象局风速等级划分<sup>[44]</sup>，风速在  $8.0 - 10.0 m/s$  之间属于五级轻劲风，陆地物象为小树摇摆，湖面泛小波。因此该风速可以被视为日常常见风速。由仿真结果可以看出，汽车的质心侧偏角、横摆加速度和质心侧向加速度都有显著变化，待稳定后维持在一个相对稳定值。

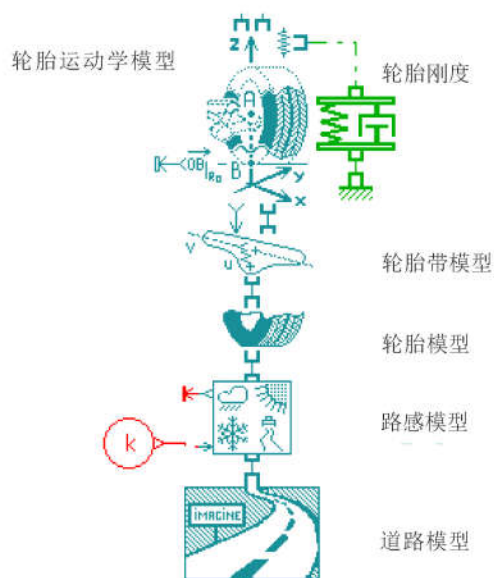


图 2.8 轮胎及道路模型

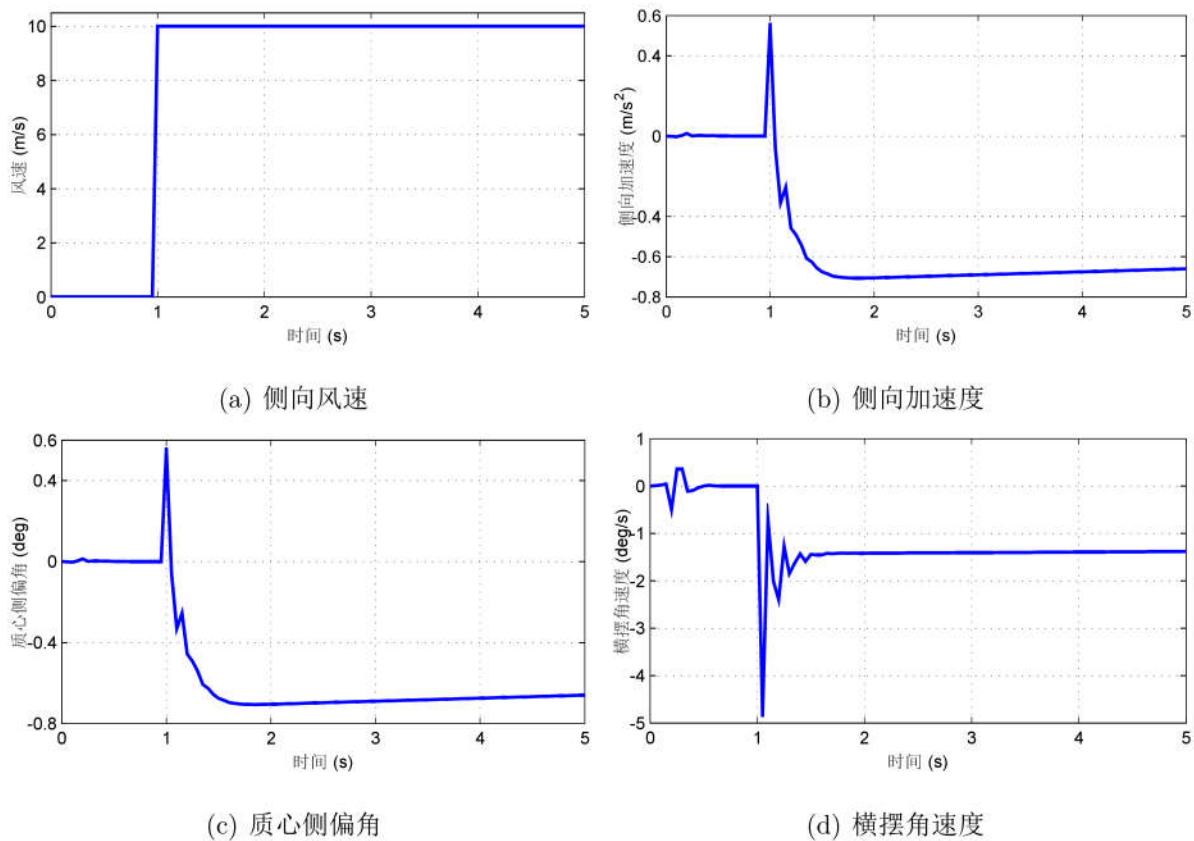


图 2.9 汽车直线行驶侧向风干扰动态响应



接下来进行了一组对比仿真实验，车速同样是  $30\text{m/s}$ ，方向盘转角输入均为  $5^\circ$ ，不同之处是其中一组在  $1 - 4\text{s}$  之间给定侧向风干扰输入，风速为  $5\text{m/s}$ 。虽然风速不高，但由对比仿真结果可以看出，虚线为加入侧向风干扰的汽车动态响应，相较不受侧向风干扰的汽车，受侧向风干扰的汽车操纵稳定性同样受到了严重影响。由此可知，无论在直线或曲线道路高速行驶，侧向风干扰都会影响汽车操纵稳定性，如果驾驶员不能及时地作出合理修正，汽车行驶轨迹将会偏离正常状态，可能对行车安全造成威胁。

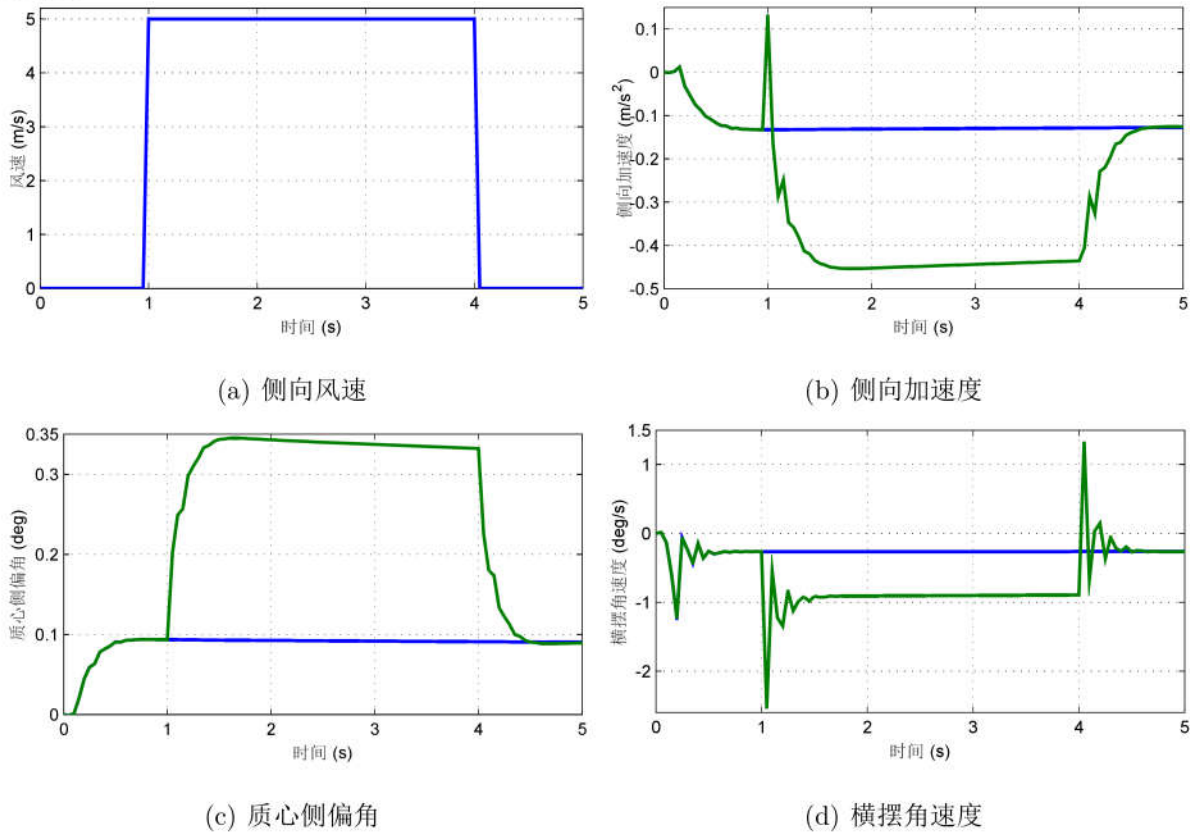


图 2.10 汽车曲线行驶侧向风干扰动态响应

## 2.4 本章小结

本章主要完成工作是建立研究工作所需的侧向风力数学模型及四轮转向模型，并基于所建立的四轮转向模型进行了侧向风干扰动态响应实验，初步分析了侧向风干扰对高速行驶汽车的影响。在研发设计的不同阶段采用不同的被控对象模型是本文的特色之一，本章分别建立了线性二自由度车辆模型、非线性三自由度车辆模型和基于 AMESim 建立的四轮转向车辆模型。这些模型的建立为后面的 4WS 汽车侧向风干扰下操纵稳定性研究提供了良好的模型平台。

## 第3章 基于约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制的 4WS 汽车

本章以跟踪参考模型为控制策略，提出一种基于约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制的四轮转向控制新方法，进而提高汽车在高速行驶的侧向风操纵稳定性。首先，介绍本章的理论基础，给出了约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器存在的充分条件，并且推导出基于线性矩阵不等式（Linear Matrix Inequality, LMI）的一般求解方法。完成控制方法的推导后，对所研究的 4WS 控制问题进行分析，设计合理的控制方案。依据控制方案，完成各部分控制器的设计工作。最后，进行相关仿真实验以验证 4WS 控制系统的有效性。

### 3.1 约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制方法

假设被控对象由如下线性时不变（linear time invariant, LTI）系统描述

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t), \quad (3.1a)$$

$$z_1(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t), \quad (3.1b)$$

$$z_2(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t), \quad (3.1c)$$

$$y(t) = C_3x(t) + D_{31}w(t). \quad (3.1d)$$

满足如下输出约束

$$|z_{2i}(t)| \leq z_{2i,max}, i = 1, 2, \dots, n_{z2}, \quad t \geq 0, \quad (3.2)$$

其中  $x \in R^{n_x}$  为状态变量， $w \in R^{n_w}$  代表外界干扰输入或者不确定性输入， $u \in R^{n_u}$  为控制输入， $z_1 \in R^{n_{z1}}$  为性能输出， $z_2 \in R^{n_{z2}}$  为约束输出， $y \in R^{n_y}$  为测量输出。这里令  $D_{21} = 0$  和  $D_{31} = 0$ ，即假设干扰输入对约束输出和测量输出没有直接影响。此外，还需作如下基本假设：

**假设 3.1** 系统  $(A, B_2, C_3)$  是可稳定和可观测的。

**假设 3.2** 干扰输出信号  $w \in R^{n_w}$  可以是未知的，但必须是能量有界的，即属于如下约束域

$$\mathcal{W} := \left\{ w \in \mathbb{R}^{n_w} \mid \int_0^\infty \|w(\tau)\|_2^2 d\tau \leq w_{max} \right\}, \quad (3.3)$$

对于任意  $t \geq 0$ ，都有  $w \in \mathcal{W}$ 。

定义如下输出反馈控制率  $\mathcal{K}$ ，

$$\dot{\xi}(t) = A_\xi \xi(t) + B_\xi y(t), \quad (3.4a)$$

$$u(t) = C_\xi \xi(t) + D_\xi y(t). \quad (3.4b)$$

其中  $\xi \in R^{n_k}$  是控制器的状态变量,  $n_k$  为控制器的维数,  $A_\xi$ ,  $B_\xi$ ,  $C_\xi$  和  $D_\xi$  为待设计的适当维数的常数矩阵。将该输出反馈控制器 (3.4) 代入到被控对象 (3.1) 中, 即可得到对应的闭环系统

$$\dot{x}_{cl}(t) = A_{cl}x_{cl}(t) + B_{cl}w(t), \quad (3.5a)$$

$$z_1(t) = C_{cl,1}x_{cl}(t) + D_{cl,1}w(t), \quad (3.5b)$$

$$z_2(t) = C_{cl,2}x_{cl}(t) + D_{cl,2}w(t), \quad (3.5c)$$

$$\text{其中 } x_{cl} = \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}, A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2D_\xi C_3 & B_2C_\xi \\ B_\xi C_3 & A_\xi \end{bmatrix}, B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2D_\xi D_{31} \\ B_\xi D_{31} \end{bmatrix}, C_{cl,1} = \begin{bmatrix} C_1 + D_{12}D_\xi C_3 \\ D_{12}C_\xi \end{bmatrix}^T, D_{cl,1} = [D_{11} + D_{12}D_\xi D_{31}], C_{cl,2} = [C_2 + D_{22}D_\xi C_3 \quad D_{22}C_\xi], D_{cl,2} = [D_{21} + D_{22}D_\xi D_{31}].$$

**命题 3.1** 控制目标是设计一个形如式 (3.4) 的输出反馈控制器, 使得闭环系统内部稳定, 且干扰输入  $w$  到性能输出  $z_1$  的  $\mathcal{H}_\infty$  范数最小, 同时满足输出约束  $z_2$ 。

下面我们将在线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequalities, LMI) 优化框架下对上述命题进行讨论, 得出  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器设计步骤及其求解步骤。

对于闭环系统 (3.5), 给定标量  $\gamma > 0$ , 如果存在矩阵  $X_{cl} = X_{cl}^T > 0$  满足如下 LMI,

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl} & X_{cl} B_{cl} & C_{cl,1}^T \\ * & -\gamma I & D_{cl,1}^T \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} \leq 0, \quad (3.6)$$

其中 \* 代表对称位置元素的转置。则干扰输入  $w$  到性能输出  $z_1$  的  $\mathcal{H}_\infty$  范数小于  $\gamma > 0$ <sup>[45]</sup>。定义一个二次型 Lyapunov 函数  $V(x_{cl}) := x_{cl}^T X_{cl} x_{cl}$ , 不等式 (3.6) 与如下不等式等价<sup>[46]</sup>

$$\frac{d}{dt}V(x_{cl}(t)) + \|z_1(t)\|^2 - \gamma^2 \|w(t)\|^2 \leq 0. \quad (3.7)$$

对式 (3.7) 在  $[0, t \geq 0]$  区间进行积分, 可以得到如下耗散积分不等式

$$V(x_{cl}(t)) + \int_0^t \|z_1(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 \int_0^t \|w(\tau)\|^2 d\tau + V(x_{cl}(0)). \quad (3.8)$$

由于  $w \in \mathcal{W}$ , 不等式 (3.8) 表明闭环系统状态轨迹包含于如下椭圆域

$$\Omega(X_{cl}, \alpha) := \left\{ x_{cl} \in R^{n_x} \mid V(x_{cl}) \leq \alpha, \alpha := \gamma^2 w_{max} + V(x_{cl}(0)) \right\}. \quad (3.9)$$

椭圆域  $\Omega(x_{cl}, \alpha)$  包含闭环系统所有状态可达集。下面的引理则可以保证约束条件。

**引理 3.1** 假设存在一个对称正定矩阵  $X_{cl}$  满足矩阵不等式 (3.6)，且  $x_{cl} \in \Omega(X_{cl}, \alpha)$ 。如果下面不等式成立

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha}Z & C_{cl,2} \\ C_{cl,2}^T & X_{cl} \end{bmatrix} \geq 0, \text{ 且 } Z_{ii} \leq z_{2i,max}^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n_{z2}) \quad (3.10)$$

则输出反馈控制率  $\mathcal{K}$  满足不等式约束 (3.2)。

**证明：** 根据 Cauchy-Schwarz 不等式<sup>[47]</sup>，推导可得

$$\begin{aligned} \max_{t \geq 0} |z_{2i}(t)|^2 &= \max_{t \geq 0} |C_{cl,2i}x_{cl}(t)|^2 \\ &\leq \max_{x \in \Omega} |C_{cl,2i}x_{cl}(t)|^2 \\ &= \max_{x \in \Omega} |C_{cl,2i}X_{cl}^{-\frac{1}{2}}X_{cl}^{\frac{1}{2}}x_{cl}(t)|^2 \\ &\leq \|(C_{cl,2}X_{cl}^{-\frac{1}{2}})_i\|_2^2 \cdot \|X_{cl}^{\frac{1}{2}}x_{cl}\|_2^2 \\ &\leq \alpha(C_{cl,2}X_{cl}^{-1}C_{cl,2}^T)_{ii}, \end{aligned}$$

第五个不等式是由  $x_{cl} \in \Omega(X_{cl}, \alpha)$  得到的。由 Schur 补定理<sup>[48]</sup>可知，不等式 (3.10) 等价于

$$\alpha(C_{cl,2}X_{cl}^{-1}C_{cl,2}^T)_{ii} \leq \max_{t \geq 0} |z_i(t)|^2 = z_{2i,max}^2$$

由此可知矩阵不等式 (3.10) 成立，即可保证约束输出 (3.2) 满足。

下面将应用变量替换方法<sup>[49]</sup>将矩阵不等式 (3.10) 和 (3.6) 转化成线性矩阵不等式。将矩阵  $X_{cl}$  和  $X_{cl}^{-1}$  进行如下分块：

$$X_{cl} = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^T & \star \end{bmatrix}, \quad X_{cl}^{-1} = \begin{bmatrix} X & M \\ M^T & \star \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

其中  $\star$  代表该矩阵块是任意的，矩阵  $X$  和  $Y$  是与矩阵  $A$  维数相同的对称矩阵。由等式  $X_{cl}X_{cl}^{-1} = I$  可得  $X_{cl} \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$ ，由此，进一步可得

$$X_{cl}\Pi_1 = \Pi_2$$

其中  $\Pi_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}$ ， $\Pi_2 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$ 。定义如下控制器变量替换公式

$$\hat{A} := NA_\xi M^T + NB_\xi C_3 X + YB_2 C_\xi M^T + Y(A + B_2 D_\xi C_3)X, \quad (3.12a)$$

$$\hat{B} := NB_\xi + YB_2 D_\xi, \quad (3.12b)$$

$$\hat{C} := C_\xi M^T + D_\xi C_3 X, \quad (3.12c)$$

$$\hat{D} := D_\xi. \quad (3.12d)$$

假设  $M$  和  $N$  为满秩矩阵，那么如果给定矩阵变量  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  及  $X, Y$ ，控制器矩阵变量  $A_\xi, B_\xi, C_\xi$  即可由等式 (3.12) 求解得到。更进一步地，如果矩阵  $M$  和  $N$  是可逆方



阵, 那么矩阵变量  $A_\xi, B_\xi, C_\xi$  是唯一的[50]。对于全阶设计, 都可以假设  $M$  和  $N$  是满秩矩阵, 因此利用变量  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  替换矩阵  $A_\xi, B_\xi, C_\xi, D_\xi$  是不失一般性的。

对矩阵不等式 (3.6) 左右乘  $diag(\Pi_1, I, I)$ , 并对矩阵不等式 (3.10) 左右乘  $diag(I, \Pi_1)$ , 即可得到如下不等式组

$$\begin{bmatrix} S_0 & S_1 & B_1 & (C_1 X + D_{12} \hat{C})^T \\ * & S_2 & Y B_1 & (C_1 X + D_{12} \hat{D} C_2)^T \\ * & * & -I & (D_{11} + D_{12} \hat{D} D_{31})^T \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} Z & M_0 & M_1 \\ * & X & I \\ * & * & Y \end{bmatrix} > 0 \text{ with } Z_{ii} \leq z_{2i, \max}^2, \quad (3.14)$$

其中,  $*$  代表对称位置元素的转置,  $S_0 = AX + XA^T + B_2 \hat{C} + (B_2 \hat{C})^T$ ,  $S_1 = \hat{A}^T + A + B_2 \hat{D} C_3$ ,  $S_2 = A^T Y + YA + \hat{B} C_2 + (\hat{B} C_2)^T$ ,  $M_0 = C_2 X + D_{22} \hat{C}$ ,  $M_1 = C_2 + D_{22} \hat{D} C_3$ 。

显然, 对于给定常数  $\alpha$ , 上述不等式组是关于  $X, Y$ , and  $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D})$  的线性矩阵不等式组。半定规划问题

$$\min_{X>0, Y>0, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}} \gamma \quad \text{s.t. LMI s (3.13), (3.14)} \quad (3.15)$$

是凸的且可数值求解的。基于以上推导, 下面将给出本节的主要结论。

**定理 3.1** 如果半定规划问题 (3.15) 存在最优解  $X, Y$ , 和  $(\hat{A}^*, \hat{B}^*, \hat{C}^*, \hat{D}^*)$ , 则输出反馈控制器 (3.4) 使得[51]

- 1) 闭环系统对于所有能量有界干扰信号的抗干扰能力为  $\gamma^*$ ;
- 2) 如果干扰能量满足条件 (3.9), 则系统满足时域硬约束 (3.2)。

证明: 1). 如果存在矩阵  $X > 0, Y > 0$ , 及  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  满足 LMI (3.13), 则耗散积分不等式 (3.7) 成立。假定初始条件  $x(0) = 0$ , 由不等式 (3.7) 可以得到

$$\frac{\|z_1\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma^*$$

2). 如果干扰能量满足条件 (3.9), 则椭圆域  $\Omega(X_{cl}, \alpha)$  包含闭环系统所有状态可达集。这就反过来保障了 LMI (3.14) 存在可行性解, 即可得到系统满足时域硬约束 (3.2) 的结论。

**注 3.1** 由于  $(A, B)$  是可稳定的, 则可以找到参数  $\alpha > 0$  使得 LMI 最优化问题存在可行性解[52]。

在得到凸优化问题 (3.15) 存在最优解  $(\gamma^*, X^*, Y^*, \hat{A}^*, \hat{B}^*, \hat{C}^*, \hat{D}^*)$  后, 可以通过如下步骤构造得到控制器矩阵变量。根据等式  $X_{cl} X_{cl}^{-1} = I$ , 可知  $MN^T = I - XY$ , 在计

算得到矩阵  $X$  和  $Y$  的值后, 可以通过奇异值分解得到非奇异矩阵  $M$  和  $N$ , 进而, 控制器矩阵可以通过如下等式计算得到<sup>[53]</sup>。

$$D_\xi^* := \hat{D}, \quad (3.16a)$$

$$C_\xi^* := (\hat{C}^* - D_\xi C_3 X) M^{-T}, \quad (3.16b)$$

$$B_\xi^* := N^{-1}(\hat{B}^* - Y B_2 D_\xi), \quad (3.16c)$$

$$A_\xi^* := N^{-1}(\hat{A}^* - N B_\xi C_3 X - Y B_2 C_\xi M^T - Y A X - Y B_2 D_\xi C_3 X) M^{-T}. \quad (3.16d)$$

### 3.2 4WS 控制问题描述

汽车在转向过程中, 过大或者过小的横摆力矩会导致车辆的过多转向或者不足转向。4WS 汽车可以通过对汽车的侧向运动和横摆运动进行控制, 实现汽车运动轨迹保持和车身姿态的控制, 进而提高汽车的操纵稳定性和主动安全性。此外, 在遭遇外界干扰(如侧向风)时, 4WS 系统能主动控制车轮转角, 调节各个车轮的轮胎力, 使汽车具有较好的主动安全性和抗干扰能力。传统的 4WS 转向汽车主要指带有主动后轮转(RWS)向系统的汽车, 其控制策略主要包括前馈控制和反馈控制两种类型。无论是前馈还是反馈控制, RWS 汽车仅将后轮转角作为唯一的控制量, 被控量一般是汽车质心侧偏角或者横摆角速度, 控制目标为保证汽车稳态质心侧偏角为零或改善横摆角速度瞬态响应, 因此 RWS 系统只能改善汽车的部分操纵性能。线控转向(Steering by Wire, SBW)技术的出现, 为更好地完善 4WS 汽车控制问题提供了可能。线控转向系统取消了转向盘与转向轮之间的机械连接, 可以自由设计汽车转向的力传递特性, 使得同时控制汽车前轮和后轮转角输入更易于实现, 为更好的解决 4WS 控制问题提供了可能。

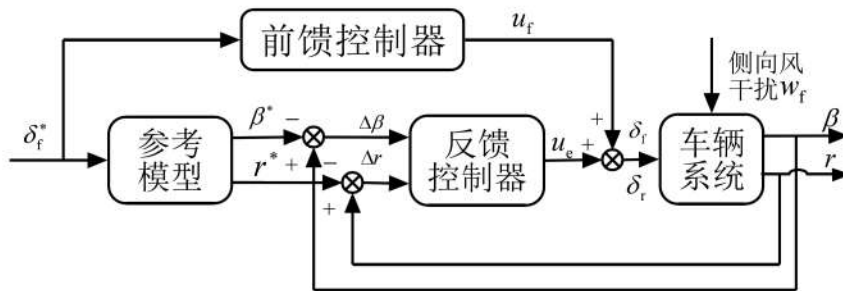


图 3.1 4WS 系统控制框图

本文即是以这种线控 4WS 汽车为研究对象, 将前轮转角和后轮转角同时选作主动控制输入, 设计一种全反馈型控制器, 4WS 系统的控制方案如图 3.1 所示。同时选取质心侧偏角  $\beta$  和横摆角速度  $r$  作为控制变量, 基于模型跟踪的控制策略设计前馈和反馈控制器, 以保证被控车辆同时具有驾驶员期望的理想侧偏角和横摆角速度。由图 3.1



可以看出,  $\delta_f^*$  为将驾驶员输入的方向盘转角经过转换后得到前轮转角输入。参考模型给定理想的质心侧偏角和横摆角速度, 理想横摆角速度与车辆实际的横摆角速度之差及理想质心侧偏角与车辆实际质心侧偏角之差作为反馈控制器的输入。反馈控制器的作用是尽量减少实际车辆与参考模型的状态偏差, 与前馈控制器共同决策出所需的前轮转角和后轮转角, 以完成转向过程的横摆率跟踪任务, 同时尽量减少车辆质心侧偏角, 以保持车身良好姿态。前馈控制器是根据理想参考模型的给定逆推得到的。针对侧向风干扰下高速行驶 4WS 汽车, 为了更好地兼顾执行机构输出饱和与侧向风干扰的影响, 反馈控制器采用约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制方法。整体控制输入  $u$  由前馈控制输入  $u_f$  和反馈控制输入  $u_e$  构成<sup>[54]</sup>:

$$u = \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} = u_f + u_e \quad (3.17)$$

### 3.3 控制器的设计

#### 3.3.1 车辆参考模型

在汽车的质心侧偏角较小的情况下, 由线性二自由度车辆模型决定的横摆角速度对汽车来说是最稳定的, 因此可以将线性二自由度车辆模型的转向特性作为理想的转向特性。根据汽车理论, 可构造汽车的理想横摆角速为<sup>[55]</sup>

$$r^* = \frac{v}{L(1 + kv^2)} \frac{1}{1 + \tau_r s} \delta_f^* \quad (3.18)$$

其中

$$k = \frac{m}{L^2} \left( \frac{a}{k_r} - \frac{b}{k_f} \right)$$

式中  $r^*$  为汽车理想横摆角速度;  $\delta_f^*$  为理想车辆模型的前轮转角;  $k$  为汽车稳定性因子;  $\tau_r$  为惯性环节时间常数。参照理想横摆角速度近似一阶系统的设计方法, 可以定义理想质心侧偏角为<sup>[55]</sup>

$$\beta^* = \frac{k_\beta}{1 + \tau_\beta s} \delta_f^* \quad (3.19)$$

其中  $\beta^*$  为车辆理想质心侧偏角,  $k_\beta$  为比例增益, 通常可以取一个非常小的正数, 在理想情况下可设为 0 值, 本文即取  $k_\beta = 0$ ,  $\tau_\beta$  为理想侧偏角响应时间常数。

取状态变量为  $x_d = [\beta^* \ r^*]$ , 以前轮转角  $u_d = \delta_f^*$  作为输入, 可以得到参考模型的状态空间表达式为

$$\dot{x}_d = A_d x_d + B_d u_d \quad (3.20)$$

$$\text{其中, } A_d = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_\beta} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} \frac{k_\beta}{\tau_\beta} \\ \frac{k_r}{\tau_r} \end{bmatrix}, k_\beta = 0, k_r = \frac{1}{1 + kv^2} \frac{v}{L}.$$

### 3.3.2 前馈控制器设计

前馈控制器的作用是给定前后轮转角输入的工作点，使 4WS 系统处于小偏差调节状态。采用线性二自由度车辆模型 (2.6)，对其进行 *Laplace* 变换，得到对应的传递函数矩阵：

$$G = C(sI - A)B \quad (3.21)$$

设计前馈控制器  $C_f(s)$ ，使得二自由度车辆模型的动态响应与车辆参考模型的理想动态响应一致，即应当满足如下关系式：

$$GC_f \cdot \delta_f^* = x_d = \begin{bmatrix} \beta^* \\ r^* \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

将式 (3.18)、(3.19) 和 (3.21) 代入式 (3.22)，求解等式 (3.22)，可得到前后轮主动转向前馈控制规律为

$$C_f = \begin{bmatrix} \frac{I_z v s + a k_f L + b m v^2}{v k_f L} \cdot \frac{v}{L(1 + k v^2)} \cdot \frac{1}{1 + \tau_r s} \\ \frac{-I_z v s - b k_r L + a m v^2}{v k_r L} \cdot \frac{v}{L(1 + k v^2)} \cdot \frac{1}{1 + \tau_r s} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

进而，得到前馈控制输入

$$u_f = C_f \cdot \delta_f^* \quad (3.24)$$

### 3.3.3 约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制器

为了提高 4WS 系统的抗干扰能力，反馈控制采用约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制。根据 3.1 节的讨论可知，约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制方法可以提高能量有界信号作用下线性系统的抗干扰能力，并且可以处理时域硬约束。对于高速行驶汽车侧向风干扰下的操纵稳定性问题，侧向风干扰可以作为 4WS 系统的能量有界信号干扰输入，而执行机构输出饱和的限制则是系统的时域硬约束。下面将对 4WS 汽车的约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器进行设计。定义如下状态误差变量：

$$e = x - x_d = \begin{bmatrix} \beta - \beta^* \\ r - r^* \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

由式 (2.8)、(3.17) 和 (3.20) 可得：

$$\dot{e} = Ae + Bu_e + B_f w_f + (Ax_d + Bu_f) - (A_d x_d + B_d u_d) \quad (3.26)$$

根据式 (3.22) 和 (3.24) 可知

$$G \cdot u_f = x_d \quad (3.27)$$

将式 (3.21) 代入上式，并且进行 *Laplace* 逆变换可以得到

$$\dot{x}_d = Ax_d + Bu_f \quad (3.28)$$



将式 (3.28) 和 (3.20) 带入式 (3.26)，可以将等式 (3.26) 后两项消去，进而得到误差跟踪状态方程的简化形式：

$$\dot{e} = Ae + B_f w_f + Bu_e \quad (3.29)$$

反馈控制器的设计目的是希望转向过程中，实际车辆模型的输出能够跟踪理想车辆模型的输出，以保证二者状态跟踪误差为最小。因此将实际车辆模型与理想车辆模型的状态偏差做为性能输出：

$$z_1 = C_1 e + D_{11} w + D_{12} u_e \quad (3.30)$$

其中  $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $D_{11}$ 和 $D_{12}$ 为相应维数的零矩阵。

考虑到执行机构输出阈值的限制，前后轮转角控制输入不能超过允许的最大值，即

$$\begin{aligned} |\delta_f| &\leq \delta_{fmax} \\ |\delta_r| &\leq \delta_{rmax} \end{aligned} \quad (3.31)$$

因此将前后轮转角输入作为约束输出：

$$z_2 = C_2 e + D_{21} w + D_{22} u_e \quad (3.32)$$

其中  $D_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $C_2$ 和 $D_{12}$ 为相应维数的零矩阵。

综上所述，该控制策略的目标是找到一个稳定的 $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器，满足如下条件：

- (1) 最小化性能输出  $z_1$ ，使汽车可以跟踪上参考模型的质心侧偏角  $\beta^*$  和横摆角速度  $r^*$ ，以提高汽车的跟踪性能和操纵稳定性；
- (2) 限定约束输出  $z_2$  中的各个变量在允许范围内，以满足4WS 系统的时域硬约束。

至此已经完成 4WS 汽车约束 $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制问题的讨论，根据 3.1 节的求解步骤，基于 LMI 工具即可完成约束 $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器的求解，相应的状态空间矩阵  $A_\xi$ 、 $B_\xi$ 、 $C_\xi$ 、 $D_\xi$  具体结果如下所示，

$$\begin{aligned} A_\xi &= \begin{bmatrix} -2.04 & -5.55 \\ -2.81 & -7.68 \end{bmatrix}, & B_\xi &= \begin{bmatrix} 0 & -1.78 \\ 0 & 2.80 \end{bmatrix}, \\ C_\xi &= \begin{bmatrix} -5.66 & -1.54 \end{bmatrix}, & D_\xi &= \begin{bmatrix} 0 & -4.94 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

### 3.4 仿真与分析

为了验证基于约束 $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器的四轮转向系统的有效性，利用 Matlab/Simlink 进行了相关的动力学仿真实验，所采用的车辆参数见附录一。为了对比控

制效果，同时进行了同结构参数的前轮转向 (FWS) 汽车和经典的比例控制 4WS 控制仿真实验。比例控制前、后轮转角的关系为<sup>[56]</sup>：

$$K = \frac{\delta_f}{\delta_r} = \frac{-b + \frac{mav^2}{k_r L}}{a + \frac{mbv^2}{k_f L}} \quad (3.33)$$

### 3.4.1 方向盘角阶跃实验

汽车方向盘角阶跃响应是评价汽车操纵稳定性的一个基本实验，本文分别在低速和高速两种情况下进行了方向盘角阶跃实验。首先采用  $v = 10\text{m/s}(= 36\text{km/h})$  较低行驶车速，前轮转角输入为  $4^\circ$  的角阶跃输入，起跃时间为  $1\text{s}$ ，总仿真时间为  $5\text{s}$ 。

由图 3.2 仿真结果可以看出， $\mathcal{H}_\infty$  控制的 4WS 汽车和比例控制 4WS 汽车的质心侧偏角稳态值都接近零值，相对于传统前轮转向 FWS 汽车稳态值  $0.0173\text{ rad}$  减少了很多。但是，比例控制 4WS 汽车在  $1\sim 1.5\text{s}$  之间有明显的瞬态振荡和超调，无振荡超调的  $\mathcal{H}_\infty$  控制的 4WS 汽车体现出了明显优势。对于横摆角速度， $\mathcal{H}_\infty$  控制的 4WS 汽车的横摆角速度稳定值接近于传统前轮转向 FWS 汽车，这可以保证驾驶员的驾驶感觉不会发生较大的变化。而比例控制 4WS 汽车横摆角速度稳定值相对于传统前轮转向 FWS 汽车有明显上升，会导致驾驶员少打方向盘。

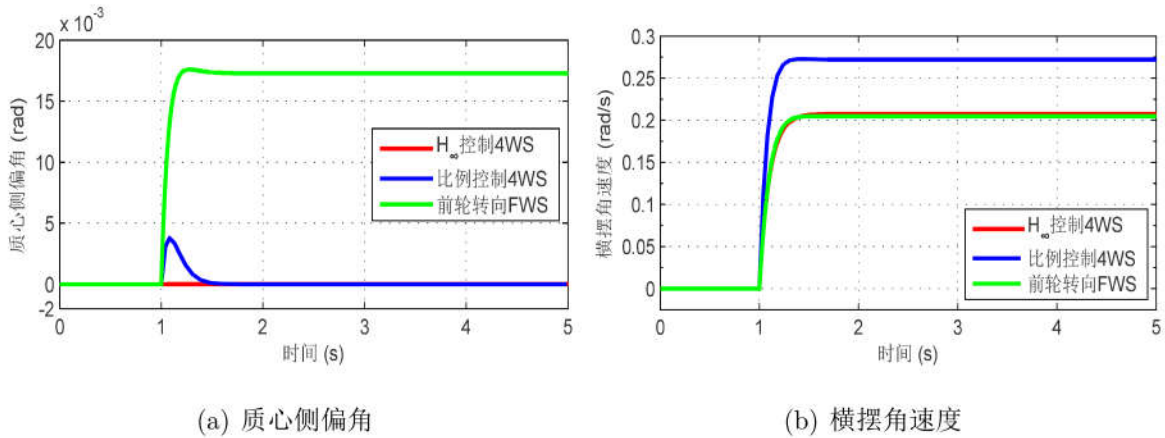
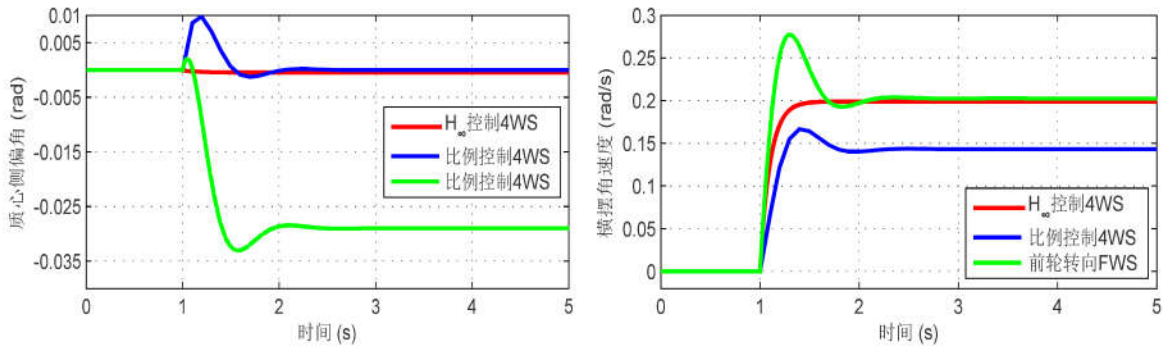


图 3.2 方向盘角阶跃响应曲线 ( $v = 10\text{m/s}(= 36\text{km/h})$ )

下面采用  $v = 30\text{m/s}(= 108\text{km/h})$  较高行驶车速，其他仿真条件与上一组仿真实验相同。由图 3.3 仿真结果可以看出， $\mathcal{H}_\infty$  控制的 4WS 汽车质心侧偏角稳态值接近零值，调节时间很短，且无瞬态振荡和超调；同时， $\mathcal{H}_\infty$  控制的 4WS 汽车横摆角速度稳定值也几乎与传统前轮转向 FWS 汽车保持一致，并且没有传统前轮转向 FWS 汽车的瞬态振荡和超调。由此可以看出，无论低速还是高速， $\mathcal{H}_\infty$  控制的 4WS 汽车的瞬态过渡过程都很平稳，没有振荡和超调，提供驾驶员熟悉的驾驶感觉，可以保证汽车的平稳转向。

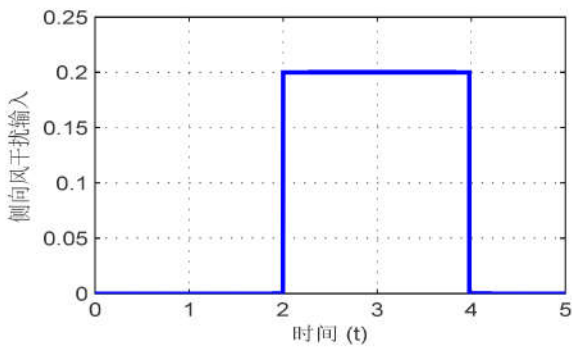


(a) 质心侧偏角 (b) 横摆角速度

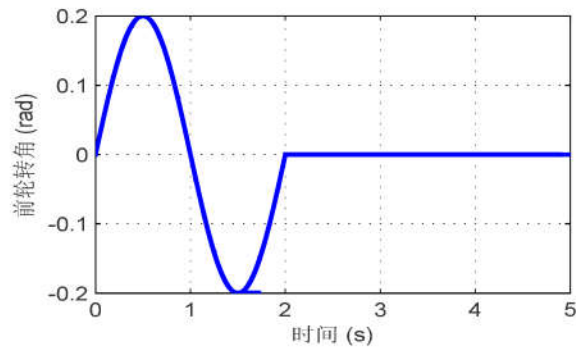
**图 3.3 方向盘角阶跃响应曲线 ( $v = 30m/s(= 108km/h)$ )**

### 3.4.2 方向盘正弦输入实验

为了进一步验证 $H_\infty$ 控制器的控制效果，又进行了附加外部干扰的方向盘正弦输入仿真实验。仿真给定的前轮转角输入为如图 3.4 所示的正弦输入，所采用的车速  $v = 30m/s(= 108km/h)$ 。为了将外部干扰（如侧向风干扰）考虑进来，在仿真时间为 2~4s 之间给汽车一个幅值为 0.2 的脉冲干扰输入，如图 4.29 所示。为了对比基于约束 $H_\infty$ 控制的 4WS 的控制效果，同时将相同结构参数的传统的 FWS 汽车和比例控制 4WS 汽车的仿真结果进行了比较，如图 3.6 所示。由仿真结果可以看出，在 0~2s 之间， $H_\infty$  控制的 4WS 汽车的质心侧偏角始终保持接近于零的大小，其横摆角速度也都很好的跟踪了前轮转向 FWS 汽车的横摆角速度。比例控制 4WS 汽车也可以将质心侧偏角保持在较小值，而其横摆角速度要小于前轮转向 FWS 汽车，因而改变了驾驶员的驾驶感觉与操作强度。在 2~4s 之间，由于外部干扰的影响，比例控制 4WS 汽车和前轮转向控制 FWS 汽车都产生不合理的质心侧偏角和横摆角速度，使车辆不能保持良好的



**图 3.4 侧向风干扰输入**



**图 3.5 驾驶员转向输入**



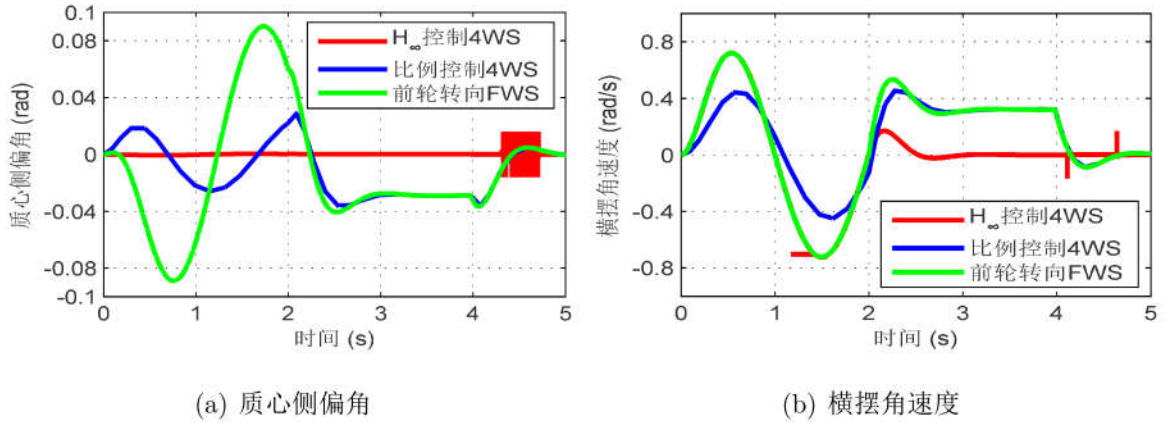


图 3.6 方向盘正弦输入响应曲线

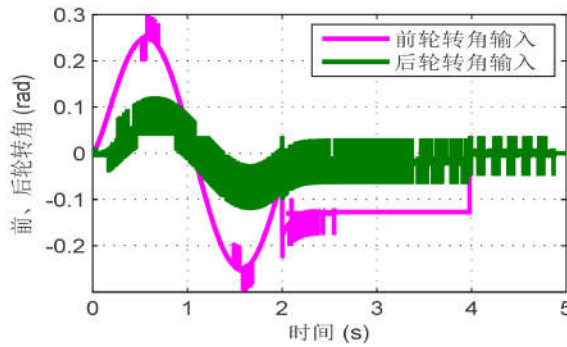


图 3.7 前、后轮转角约束输出曲线

跟踪性能，影响汽车操纵稳定性。而对比而言，在此时段，4WS 汽车仍然可以保持很小的质心侧偏角和良好的操纵稳定性，对侧向风的抗扰能力具有明显优势。同时，由图 3.7 可以看出，4WS 汽车的前、后轮转角控制输在 2~4s 之间为抵抗侧向风干扰影响产生较大变化，但是在整个仿真过程中执行机构输出均限定在合理范围内。

### 3.5 本章小结

本章以约束  $H_\infty$  控制方法为基础，依据模型跟踪控制策略，设计 4WS 前馈控制器和反馈控制器。在保证车辆质心侧偏角为零的前提下，同时可以使横摆加速度实时跟踪上理想的横摆角速度。将  $H_\infty$  控制的 4WS 车辆与比例控制 4WS 车辆和 FWS 车辆进行相同车辆参数配置及相同工况条件下的对比仿真实验。通过仿真实验验证了约束  $H_\infty$  控制方法可以有效提高汽车的操纵稳定性，并且在抑制外界干扰的能力方面具有明显的优势，前、后轮转角控制输入也均限定在合理范围内。



## 第4章 基于干扰观测器控制方法的非线性4WS汽车

上一章我们讨论了基于约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制的4WS汽车，仿真实验表明这种鲁棒控制方法可以有效提高4WS汽车在高速侧向风干扰下的操纵稳定性。上一章节的讨论中我们只关注了线性4WS汽车，因为约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制方法针对的被控对象是一类约束线性时不变系统。本章将基于相同的4WS控制方案，采用干扰观测器控制方法（disturbance observer based control, DOBC），对非线性4WS汽车作进一步研究。DOBC方法也是一种鲁棒控制方法，它不仅可以提高系统对外界干扰的鲁棒性，而且可以处理在控制器设计阶段建模过程中忽略的非线性未建模动态。本章首先介绍所采用的DOBC方法及控制器的设计步骤，并给出了详细的证明过程。然后，对基于DOBC方法的4WS汽车进行讨论，并给出控制策略。最后，进行相关仿真实验研究并对实验结果进行分析。

### 4.1 基于DOBC的全信息反馈控制

考虑具有如下一般形式的线性系统

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_d w_d, \quad (4.1a)$$

$$y = Cx. \quad (4.1b)$$

其中  $x \in R^{n_x}$  为状态变量， $u \in R^{n_u}$  为控制输入， $y \in R^{n_y}$  为测量输出， $w_d \in R^{n_w}$  代表干扰输入。这里的干扰输入  $w_d$  是干扰的一般性概念，可以包括外部干扰、高阶未建模动态、参数变化以及等式(4.1)不能体现的非线性动态。

对于系统(4.1)，可用如下状态空间干扰观测器<sup>[57-61]</sup>来测量系统干扰

$$\begin{cases} \dot{p} = -LB_d(p + Lx) - L(Ax + Bu), \\ \hat{w}_d = p + Lx, \end{cases} \quad (4.2)$$

其中  $\hat{w}_d$  是干扰估计， $p$  是辅助向量， $L$  是待设计的观测器增益矩阵。

基于以上干扰估计，提出一种复合控制律

$$u = K_x x + K_d \hat{w}_d \quad (4.3)$$

其中  $K_x$  为线性系统反馈控制增益。设计干扰补偿增益  $K_d$  以消除干扰输入对输出稳态的影响。

为了保证闭环系统的稳定性，需要作如下适当假设。

**假设 4.1** 干扰的导数是有界的，即对于任意  $t \geq 0$ ， $\|\dot{w}_d(t)\| \leq \alpha$ ，其中  $\alpha$  为已知常数。

**假设 4.2**  $(A, B)$  是可控的。

下面定理保证了干扰观测器 (4.2) 的跟踪性能。

**定理 4.1** 假设系统 (4.1) 中的扰动  $w_d(t)$  满足假设 4.1, 如果选取干扰观测器 (4.2) 中的观测器增益矩阵  $L$  使得  $-LB_d$  是Hurwitz 的, 那么, 干扰观测器 (4.2) 的干扰估计  $\hat{w}_d$  就可以渐近跟踪上干扰  $w_d$ , 但存在偏差。

证明: 定义干扰观测器 (4.2) 的干扰估计误差为

$$e_d = \hat{w}_d - w_d \quad (4.4)$$

根据系统 (4.1) 和干扰观测器 (4.2), 整理可得如下等式

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= \dot{\hat{w}}_d - \dot{w}_d \\ &= \dot{p} + L\dot{x} - \dot{w}_d \\ &= -LB_d\hat{w}_d - L(Ax + Bu) + L(Ax + Bu + B_d w_d) - \dot{w}_d \\ &= -LB_d(\hat{w}_d - w_d) - \dot{w}_d \\ &= -LB_d e_d - \dot{w}_d \end{aligned} \quad (4.5)$$

求解上述状态方程可以得到

$$e_d(t) = e^{-LB_d t} e_d(0) - \int_0^t e^{-LB_d(t-\tau)} \dot{w}_d d\tau \quad (4.6)$$

根据范数性质及假设 4.1, 可以得到如下不等式

$$\begin{aligned} \|e_d(t)\| &\leq \|e^{-LB_d t} e_d(0)\| + \left\| \int_0^t e^{-LB_d(t-\tau)} \dot{w}_d d\tau \right\| \\ &\leq \|e^{-LB_d t} e_d(0)\| + \alpha \int_0^t \|e^{-LB_d(t-\tau)}\| d\tau \end{aligned} \quad (4.7)$$

因为  $-LB_d$  是Hurwitz 的, 则存在  $M \geq 1, \beta < 0$ , 使得<sup>[62]</sup>

$$\|e^{-LB_d t}\| \leq M e^{\beta t}, \quad t \geq 0.$$

进一步整理不等式 (4.7) 可得

$$\begin{aligned} \|e_d(t)\| &\leq M e^{\beta t} \|e_d(0)\| + \alpha \int_0^t M e^{\beta(t-\tau)} d\tau \\ &= M e^{\beta t} \|e_d(0)\| - \frac{\alpha M}{\beta} (1 - e^{\beta t}) \\ &= M \left( \|e_d(0)\| + \frac{\alpha}{\beta} \right) e^{\beta t} - \frac{\alpha M}{\beta} \end{aligned} \quad (4.8)$$

因为  $\beta < 0$  且  $\alpha$  和  $M$  均大于零, 则  $\|e_d(t)\|$  是有界的, 并且当  $t \rightarrow \infty$  时,

$$\|e_d(t)\| \rightarrow -\frac{\alpha M}{\beta} \quad (4.9)$$

由此可知, 干扰观测器 (4.2) 的干扰估计  $\hat{w}_d$  可以渐近跟踪上干扰  $w_d$ , 但存在偏差。

**注 4.1** 定理 4.1 给出了干扰观测器 (4.2) 的干扰估计  $\hat{w}_d$  与干扰  $w_d$  的偏差差估计值, 由式 (4.9) 表明干扰观测器的估计误差取决于外界干扰  $\|\dot{w}_d\|$  的大小, 以及系统的特性。

**推论 4.1** 如果  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{w}_d(t) = 0$ , 同样选取干扰观测器 (4.2) 中的观测器增益矩阵  $L$  使得  $-LB_d$  是 Hurwitz 的, 则干扰观测器 (4.2) 可以无静差的跟踪上干扰  $w_d$ 。

证明: 由定理 4.1 可知, 对于任意  $t \geq 0$ ,  $e_d(t)$  都是有界的。不失一般性, 假设  $\|e_d(t)\| \leq S$ 。因为  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{w}_d(t) = 0$ , 则对于任意常数  $\varepsilon > 0$ , 存在  $T_0$  使得当  $t \geq T_0$  时,  $\|\dot{w}_d(t)\| \leq h := -\frac{\varepsilon\beta}{2M}$ 。

以  $T_0$  为初始条件, 状态方程 (4.5) 的解 (4.6) 可以重写为

$$e_d(t) = e^{-LB_d(t-T_0)}e_d(T_0) - \int_{T_0}^t e^{-LB_d(t-\tau)}\dot{w}_d d\tau \quad (4.10)$$

因为  $-LB_d$  是 Hurwitz 的且  $\|\dot{w}_d(t)\| \leq h$ , 则

$$\begin{aligned} \|e_d(t)\| &\leq \|e^{-LB_d(t-T_0)}\| \|e_d(T_0)\| + h \int_{T_0}^t \|e^{-LB_d(t-\tau)}\| d\tau \\ &\leq M e^{\beta(t-T_0)} \|e_d(T_0)\| + hM \int_{T_0}^t \|e^{\beta(t-\tau)}\| d\tau \\ &\leq M S e^{\beta(t-T_0)} - \frac{hM}{\beta} (1 - e^{\beta(t-T_0)}) \\ &= -\frac{hM}{\beta} + (MS - \frac{hM}{\beta}) e^{\beta(t-T_0)} \end{aligned} \quad (4.11)$$

由  $h = -\frac{\varepsilon\beta}{2M}$  容易验证:

$$-\frac{hM}{\beta} \leq \frac{\varepsilon}{2}. \quad (4.12)$$

进一步地, 当  $t \geq T_0 + \frac{1}{\beta} \ln \frac{\varepsilon}{2MS+\varepsilon}$  时,

$$(MS - \frac{hM}{\beta}) e^{\beta(t-T_0)} \leq \frac{\varepsilon}{2} \quad (4.13)$$

对任意  $\varepsilon > 0$ , 存在  $t \geq T = \max\{T_0, T_0 + \frac{1}{\beta} \ln \frac{\varepsilon}{2MS+\varepsilon}\}$ , 使得

$$\|e_d(t)\| \leq \varepsilon \quad (4.14)$$

故  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_d(t) = 0$ 。

**定理 4.2** 假设系统 (4.1) 中的扰动  $w_d(t)$  满足假设 4.1。如果存在  $K_x$ ,  $L$  和  $K_d$  满足

- (1)  $-LB_d$  和  $A + BK_x$  是 Hurwitz 的;
- (2)  $BK_d + B_d = 0$ 。

则

- (a) 系统 (4.1) 在 DOBC 控制律 (4.3) 作用下是输入到状态稳定的;

(b) 系统状态  $x(t)$  是有界的。

证明：(a) 根据系统 (4.1)、复合控制律 (4.3) 和误差系统 (4.5), 可以得到闭环系统的状态空间表达式

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_x & BK_d \\ 0 & -LB_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BK_d + B_d & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_d \\ \dot{w}_d \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

因为  $BK_d + B_d = 0$ , 则上式可以改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_x & BK_d \\ 0 & -LB_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \dot{w}_d \quad (4.16)$$

因为  $-LB_d$  和  $A + BK_x$  都是 Hurwitz 的, 由此可知

$$\begin{bmatrix} A + BK_x & BK_d \\ 0 & -LB_d \end{bmatrix}$$

也是 Hurwitz 的。因此, 只要选择合适的矩阵  $K_x$  和  $L$ , 闭环系统 (4.15) 是输入到状态稳定的<sup>[63]</sup>。

(b) 因为闭环系统 (4.15) 是输入到状态稳定的, 则存在  $KL$  函数  $\beta(\cdot, \cdot)$  和  $K$  函数  $\gamma(\cdot)$ , 使得

$$\left\| \begin{bmatrix} x(t) \\ e_d(t) \end{bmatrix} \right\| \leq \beta \left( \left\| \begin{bmatrix} x(0) \\ e_d(0) \end{bmatrix} \right\|, t \right) + \gamma \left( \sup_{0 \leq \tau \leq t} \left\| \begin{bmatrix} w_d \\ \dot{w}_d \end{bmatrix} \right\| \right), \quad t \geq 0.$$

因为干扰  $w_d$  及其倒数  $\dot{w}_d$  都是有界的, 则对于任意  $t \geq 0$ ,  $x(t)$  是有界的<sup>[63]</sup>。

**注 4.2** 由定理4.2, 无论干扰  $w_d$  是否有界, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 系统状态  $x(t)$  可以到达平衡点的某个邻域。该邻域的大小仅取决于扰动导数  $\|\dot{w}_d\|$  以及增益矩阵  $K_x$ 、 $K_d$  和  $L$ 。

**推论 4.2** 假设系统 (4.1) 满足假设 4.1 和假设 4.2, 并且  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{w}_d(t) = 0$ 。如果存在  $K_x$ ,  $L$  和  $K_d$  满足

(1)  $-LB_d$  和  $A + BK_x$  是 Hurwitz 的;

(2)  $BK_d + B_d = 0$ 。

则  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ , 即系统的干扰可以完全被抑制。

证明：因为  $x(t)$  是有界的, 不失一般性, 假设  $\|x(t)\| \leq H$ ,  $H > 0$ 。因为  $A + BK_x$  是 Hurwitz 的, 则存在  $M_0 \geq 1$  和  $\beta_0 < 0$ , 使得

$$\|e^{A+BK_x t}\| \leq M_0 e^{\beta_0 t}, \quad t \geq 0$$



由于  $BK_d + B_d = 0$ ，则闭环系统状态空间表达式 (4.15) 可以改写为

$$\dot{x} = (A + BK_x)x + BK_d e_d, \quad (4.17a)$$

$$\dot{e}_d = -LB_d e_d - \dot{w}_d. \quad (4.17b)$$

由推论 4.1 可知  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_d(t) = 0$ ，则对于任意常数  $\varepsilon > 0$ ，存在  $T_0$  使得当  $t \geq T_0$  时， $\|x(t)\| \leq h_0 := -\frac{\varepsilon\beta_0}{2M_0}$ 。与推论 4.1 证明类似，

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq H_0 e^{\beta_0(t-T_0)} \|e_d(T_0)\| + hM_0 \int_{T_0}^t \|e^{\beta_0(t-\tau)}\| d\tau \\ &\leq M_0 H e^{\beta_0(t-T_0)} - \frac{hM_0}{\beta_0} (1 - e^{\beta_0(t-T_0)}) \\ &= -\frac{hM_0}{\beta_0} + (M_0 H - \frac{hM_0}{\beta_0}) e^{\beta_0(t-T_0)} \end{aligned} \quad (4.18)$$

由  $h_0 := -\frac{\varepsilon\beta_0}{2M_0}$  容易验证：

$$-\frac{hM}{\beta} \leq \frac{\varepsilon}{2}. \quad (4.19)$$

进一步地，当  $t \geq T_0 + \frac{1}{\beta_0} \ln \frac{\varepsilon}{2M_0 H + \varepsilon}$  时，

$$(M_0 H - \frac{hM_0}{\beta_0}) e^{\beta_0(t-T_0)} \leq \frac{\varepsilon}{2} \quad (4.20)$$

则对任意  $\varepsilon > 0$ ，存在  $T = \max\{T_0, T_0 + \frac{1}{\beta_0} \ln \frac{\varepsilon}{2M_0 H + \varepsilon}\}$ ，使得当  $t \geq T_0$  时

$$\|x(t)\| \leq \varepsilon \quad (4.21)$$

故  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ 。

**注 4.3** 由定理 4.2 可知，无论干扰  $w_d$  是否有界，只要满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{w}_d(t) = 0$ ，当  $t \rightarrow \infty$  时，系统干扰可以完全被抑制

下面是基于 DOBC 全信息反馈控制方法设计的一般步骤：

- (1) 在不考虑系统干扰输入的前提下，设计一个反馈控制器  $K_x$  使  $A + BK_x$  是 Hurwitz 的；
- (2) 设计一个线性状态空间干扰观测器 (4.2) 来测量干扰；
- (3) 设计一个干扰补偿增益  $K_d$  以消减或消除干扰对状态的稳态影响；
- (4) 整合反馈控制器和反馈补偿器，构成 DOBC 控制率。

## 4.2 4WS 汽车的 DOBC 控制器设计

下面利用 DOBC 控制方法实现 4WS 汽车的鲁棒控制。为了实现对非线性 4WS 汽车的控制，本节的整体控制方案在上一章 3.2 节的四轮转向控制方案图 3.1 基础上作了相应改进，新的非线性 4WS 系统控制框图如图 4.1 所示。仍然选取质心侧偏角和横摆角速度为控制变量，以参考模型为基础，采用反馈控制器和前馈控制器相结合

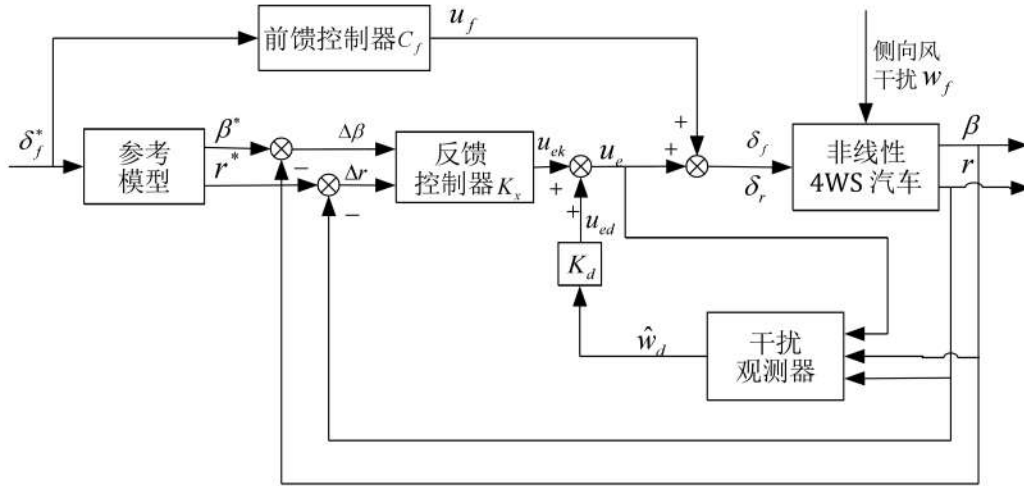


图 4.1 非线性 4WS 系统控制框图

方法，实现四轮转向的操纵稳定性控制。参考模型给理想质心侧偏角和横摆角速度，理想横摆角速度与车辆实际的横摆角速度之差及理想质心侧偏角与车辆实际质心侧偏角之差作为反馈控制器的输入。前馈控制器的作用是给定前后轮转角输入的工作点，使 4WS 系统处于小偏差调节状态。与上一章相同，在控制器设计阶段，本章仍然采用可以表征汽车操纵稳定性特性的线性二自由度车辆模型。这里参考模型和前馈控制器的设计与 3.2 节相同，但在反馈控制的设计上进行了改进。为了实现非线性 4WS 系统的控制，基于 DOBC 方法对反馈控制器进行设计。新的反馈控制输出  $u_e$  由反馈控制器输出和反馈补偿增益输出构成，

$$u_e = u_{ek} + u_{ed} = K_x x + K_d \hat{w}_d \quad (4.22)$$

由图 4.1 可知，控制方案中增加了一个干扰观测器，它的作用是估计 4WS 系统中的干扰，这里的干扰主要包括侧向风干扰  $w_f$ 、参数摄动（汽车速度变化）和二自由度车辆模型忽略的非线性动态部分。干扰补偿增益  $K_d$  的作用是抑制干扰在系统输出通道上的影响。由于干扰补偿增益可以处理 4WS 系统中的主要干扰，因此反馈控制器的设计可以选择一个相对简单的控制方法。本文采用线性最优控制理论，在不考虑外界干扰及参数摄动情况下，设计一个反馈控制器使得闭环系统稳定，并且保证实际车辆质心侧偏角和横摆加速度跟踪上参考模型的期望值。该 DOBC 方法的特点就是反馈控制器  $K_x$  的设计和干扰增益  $K_d$  的设计是两个相对独立的过程。由于干扰观测器可以处理系统中的各种干扰因素，这就很大程度上简化了反馈控制器的设计过程，实现了利用线性控制器对侧向风干扰下的非线性 4WS 汽车的控制。参考模型和前馈控制器的设计与上一章相同，这里就不再赘述了，下面将依据 4.1 节的理论知识，对反馈控制器和干扰观测器进行设计。

### 4.2.1 反馈控制器的设计

根据 DOBC 方法设计的一般步骤，首先在不考虑 4WS 系统集总干扰的前提下，设计反馈控制。由 3.3.3 节的讨论可知，误差跟踪状态方程的简化形式为：

$$\dot{e} = Ae + B_f w_f + Bu_e \quad (4.23)$$

其中  $e = x - x_d = \begin{bmatrix} \beta - \beta^* \\ r - r^* \end{bmatrix}$  为定义的误差变量， $w_f$  为侧向风干扰输入， $u_e$  为反馈控制输入。

暂时不考虑侧向风干扰影响，重新定义误差跟踪状态方程为：

$$\dot{e} = Ae + Bu_{ek} \quad (4.24)$$

其中  $u_{ek}$  为反馈控制器输入。下面应用线性最优控制理论设计 LQR 控制器，使得状态误差最小，也就是使实际车辆质心侧偏角和横摆加速度跟踪上参考模型的期望值。选取如下性能指标

$$J = \int_0^{\infty} (e^T Q e + u_{ek}^T R u_{ek}) dt \quad (4.25)$$

其中  $Q \geq 0$  和  $R \geq 0$  为加权矩阵。本文选取加权矩阵

$$Q = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

通过求解 Riccati 方程可以得到最优反馈控制器

$$K_x = \begin{bmatrix} 8.97 & 2.60 \\ 9.13 & -3.48 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

### 4.2.2 干扰观测器的设计

下面将通过设计干扰观测器来处理忽略的 4WS 系统的侧向风干扰  $w_f$ 。除此之外，该干扰观测器还将建模时忽略的非线性动态和系统参数摄动（汽车速度变化）考虑进来。与非线性车辆模型相比，线性二自由度车辆模型不可避免地忽略一些高阶非线性项，因此在状态误差方程（4.23）中添加一个高阶非线性项  $O(e, u_e, w_f)$ ，

$$\dot{e} = Ae + B_f w_f + Bu_e + O(e, u_e, w_f). \quad (4.28)$$

为了简化起见，将非线性动态项合并至侧向风干扰项，

$$w_d = B_f w_f + O(e, u_e, w_f). \quad (4.29)$$

将式（4.29）代入到式（4.28），可得

$$\dot{e} = Ae + Bu_e + B_d w_d. \quad (4.30)$$

其中,  $B_d = I$  为  $2 \times 2$  单位矩阵。对于系统 (4.30), 可以设计状态观测器

$$\begin{cases} \dot{p} = -LB_d(p + Le) - L(Ae + Bu_e), \\ \hat{w}_d = p + Le. \end{cases} \quad (4.31)$$

$\hat{w}_d$  为干扰估计向量。 $p$  是辅助向量,  $L$  是待设计的观测器增益矩阵。根据基于 DOBC 的全信息反馈控制设计的一般步骤可以求得反馈补偿增益为

$$K_d = \begin{bmatrix} -0.62 & -0.11 \\ -0.44 & 0.10 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

进而可以得到反馈补偿输出

$$u_{ed} = K_d \hat{w}_d. \quad (4.33)$$

## 4.3 仿真与分析

本节将通过一些仿真实验对所设计的 4WS 控制方案的有效性进行验证, 所采用的车辆参数见附录一。为了对比控制效果, 选择相同结构参数的前轮转向 (FWS) 汽车和经典的比例控制 4WS 汽车进行对比仿真实验。比例控制前、后轮转角的关系见第三章等式 3.33。

### 4.3.1 基于非线性三自由度车辆模型的仿真实验

首先选择相对简单模型进行初步验证, 在基于 Matlab/Simulink 搭建的三自由度车辆模型进行仿真实验。设定前轮转角输入  $\delta_f^* = 0.0174(1^\circ)$ , 汽车行驶速度  $v = 30m/s(108km/h)$ 。侧向风干扰输入如图 4.2 所示。

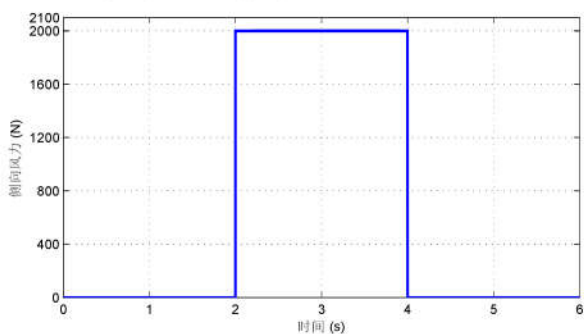


图 4.2 侧向风干扰输入

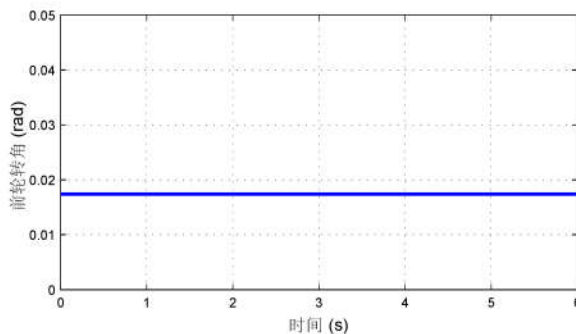


图 4.3 给定参考前轮转角

由图 4.4 仿真结果可知, 基于 DOBC 控制的 4WS 汽车可以快速达到稳态值, 稳态增益为  $-0.00504rad$ , 并且没有产生超调。由于比例控制的 4WS 汽车并不能处理模型不确定性, 其质心侧偏角的动态响应不是很好。尽管基于 DOBC 控制的 4WS 汽车的横摆角速度存在较小超调, 但是其稳态值接近于 FWS 汽车。与比例控制的 4WS 汽车相比, 本文所设计的 4WS 汽车可以提供给驾驶员较为熟悉的驾驶感觉。除此之外, 基



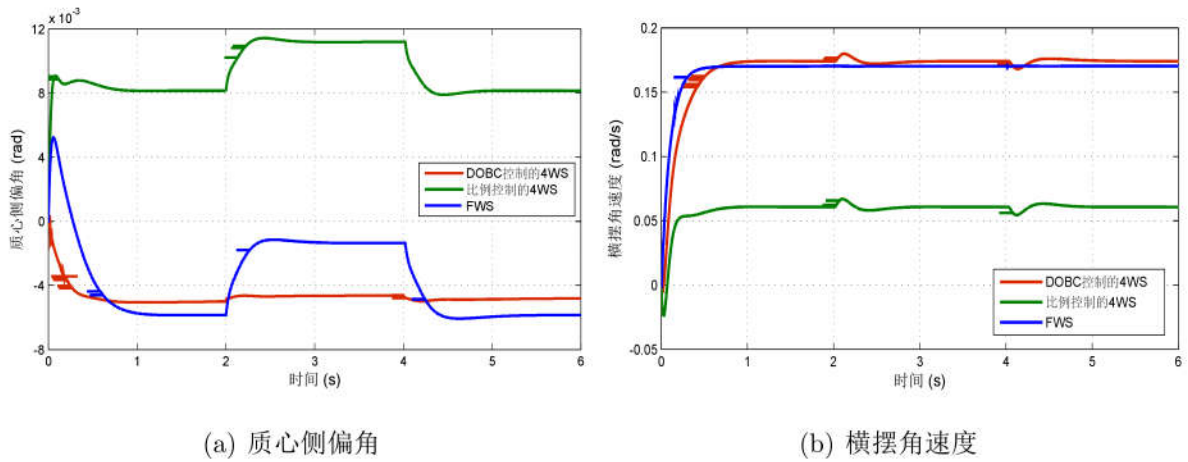


图 4.4 方向盘角阶跃响应曲线

于 DOBC 控制的 4WS 汽车在抵抗侧向风干扰上表现出了明显优势。相较于其他两种汽车，基于 DOBC 控制的 4WS 汽车在 2~4s 之间的侧向风干扰下仍然可以保证较为稳定的质心侧偏角和横摆角速度。由此可见，所设计的控制器具有良好的控制效果，初步验证了控制器的有效性。

### 4.3.2 基于 AMESim 整车模型的仿真实验

基于 Matlab 建立的汽车非线性模型只包含了与研究问题关系最为密切的一些要素，车辆自由度数目有限。因此，为了更好地评价基于 DOBC 控制的 4WS 汽车的控制效果，本节采用了基于多体动力学软件 AMESim 的整车模型作进一步仿真实验，其控制方案图如图 4.5 所示。基于 AMESim 建立的整车模型为 15 自由度车辆模型，模型精度的提高为 4WS 问题研究提供了更好的实验平台。同样选择了相同结构参数的前轮转向 (FWS) 汽车和经典的比例控制 4WS 汽车进行对比仿真实验，相关模型参数见附录一。

#### 1. 双移线工况下高低速对比仿真实验

在没有侧向风干扰的情况下，选择在双移线工况下进行低速和高速 4WS 汽车仿真实验。低速车速为 20km/h (5.6m/s)，双移线道路的给定方向盘转角输入如图 4.6(a) 所示，幅值为  $51^\circ$ ，仿真时间为 10s。

由图 4.6(b) 和图 4.6(c) 仿真结果可以看出，基于 DOBC 控制的 4WS 汽车和经典比例控制的 4WS 汽车都保持了较小的质心侧偏角，DOBC 控制的 4WS 汽车的控制效果略优于比例控制的 4WS 汽车。而对于横摆角速度，DOBC 控制的 4WS 汽车较好的跟踪上了 FWS 汽车的横摆角速度。而比例控制的 4WS 汽车大于 FWS 汽车，可能会造成驾驶员不足转向。图 4.6(d) 为 DOBC 控制的 4WS 汽车前后轮转角控制输入，由仿真结

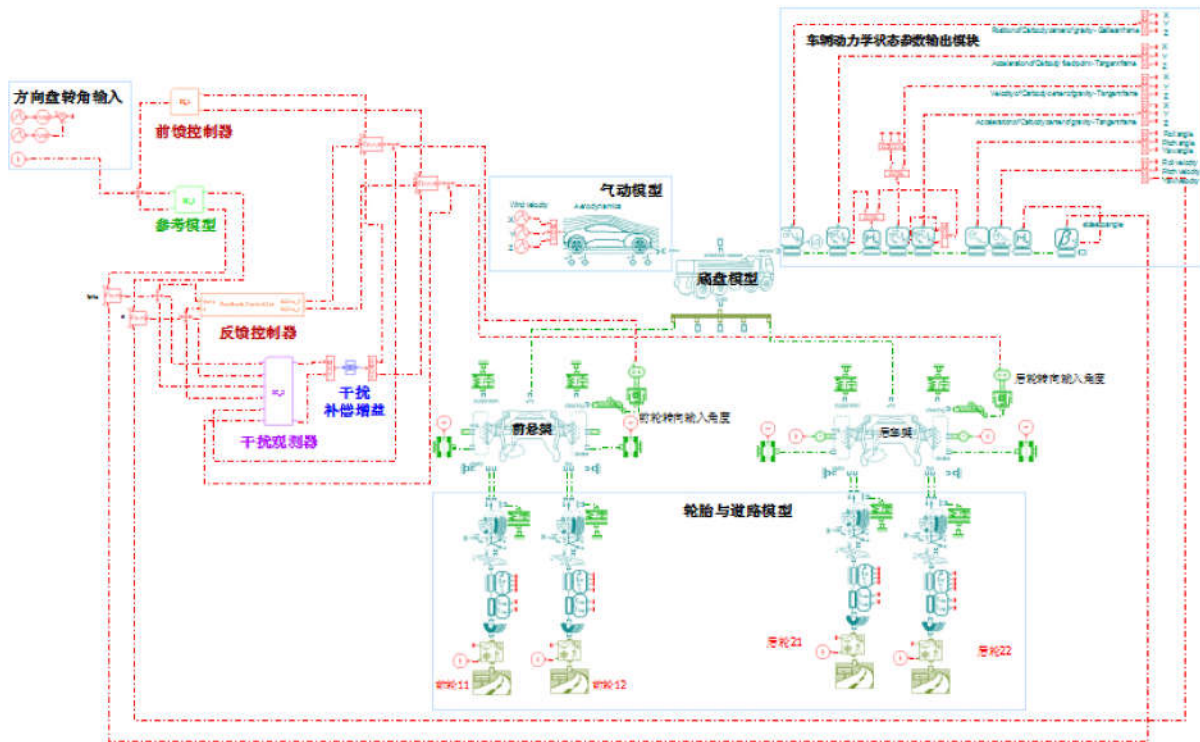


图 4.5 车辆坐标系及主要变量定义

果可以看出低速转弯时，4WS 汽车的前轮和后轮是反向转向的，这有效改善了汽车的操纵性。最后需要说明的是，在仿真前 2s 的时段，三种汽车的质心侧偏角和横摆角速度，以及 DOBC 控制的 4WS 汽车前后轮转角都存在一定程度的震荡，这是由于 AMESim 整车模型初始速度直接设置成 20km/h，车辆模型没有缓慢起步的过渡过程，而车辆模型存在惯性造成的，是合理的仿真结果。后面的相关实验也会存在相同的问题，以后就不再赘述了。

高速车速为 80km/h (22.2m/s)，考虑到汽车性能，给定相对较小的方向盘转角，相应的双移线道路方向盘转角输入如图 4.7(a) 所示，幅值为 10°，仿真时间为 10s。由图 4.7(b) 和图 4.7(c) 仿真结果可以看出，高速行驶的基于 DOBC 控制的 4WS 汽车仍然具有良好的操纵稳定性。可以保持较小的质心侧偏角，并且提供给驾驶员熟悉的操纵感觉。由图 4.6(d) 可知，高速下 DOBC 控制的 4WS 汽车前后轮转角控制输入是同向的，这保证汽车良好的车身姿态。

综上所述，在双移线道路工况下，无论高速还是低速行驶，DOBC 控制的 4WS 汽车都较好的跟踪上了车辆参考模型，保持较小的质心侧偏角，提供与 FWS 汽车相近的横摆角速度。低速时，4WS 汽车给后轮附加一个与前轮反向的输入转角，使得其转向中心比前轮汽车更靠近车体，进而减小了汽车的转向半径，内轮差更小，转向性能也更好。高速时，4WS 汽车给后轮附加一个与前轮同向的输入转角，使后轮也产生侧偏



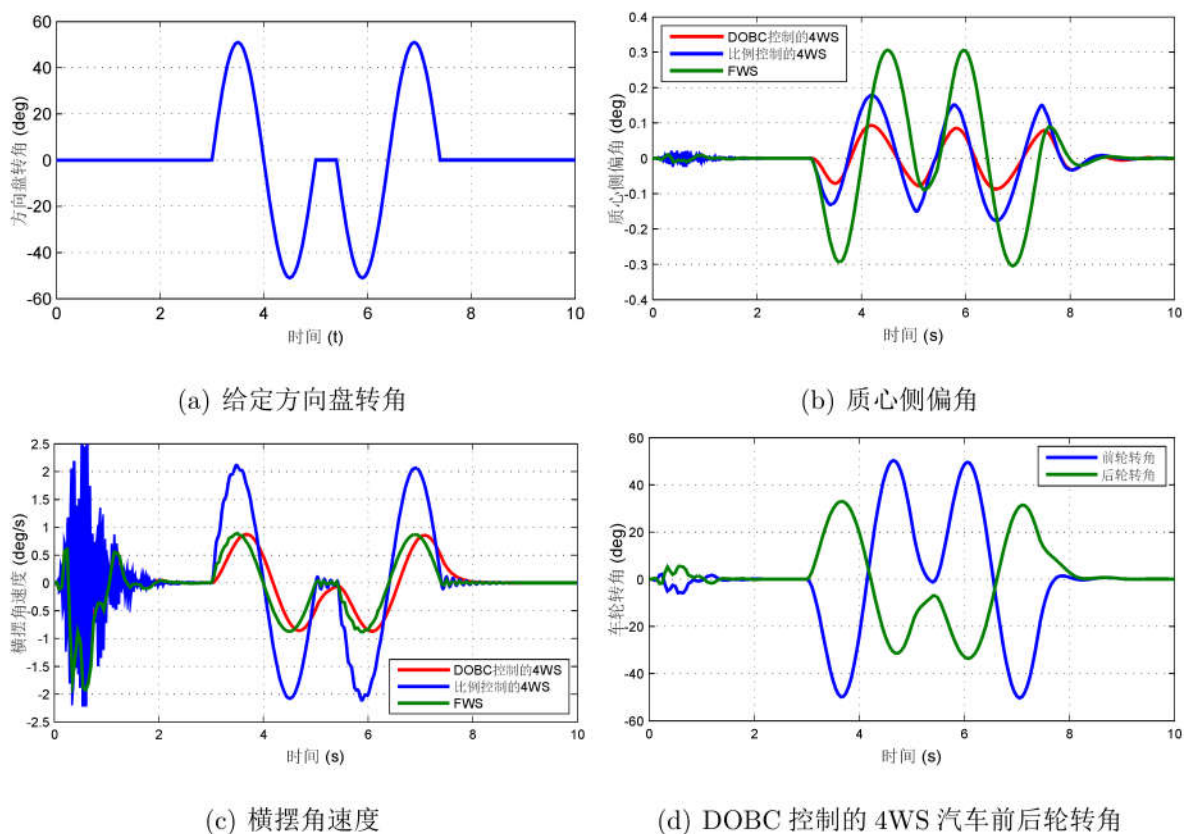


图 4.6 双移线工况下低速 20km/h 仿真实验

角，与前轮产生的侧偏角叠加，进而可以抑制汽车的自转运动，可以基本保持汽车的质心侧偏角为零，即车身方向与车辆前进方向一致的稳定转向状态，

## 2. 高速侧向风干扰下的仿真实验

### 直线行驶工况

为进一步验证控制器的抗干扰能力，进行一系列高速侧向风干扰下的仿真实验。首先选择最为常见的直线行驶工况，仿真车速为 100km/h (27.8m/s)，分别在单侧侧向风和双侧对称侧向风干扰输入下进行仿真实验，两种类型侧向风干扰输入如图 4.8 所示。

图 4.9 和 4.10 分别是单侧和双侧侧向风干扰下，DOBC 控制的 4WS 汽车、比例控制的 4WS 汽车和传统的 FWS 汽车直线行驶的动态响应对比曲线。由仿真结果可以看出，汽车在直线行驶时，无论在单侧侧向风还是双侧侧向风干扰输入下，基于 DOBC 控制的 4WS 汽车只有在侧向风作用初期和风向改变初期产生超调，经过短暂地调节即可达到稳态，保证了较小的质心侧偏角。其横摆角速度虽然也受到了侧向风的一定影

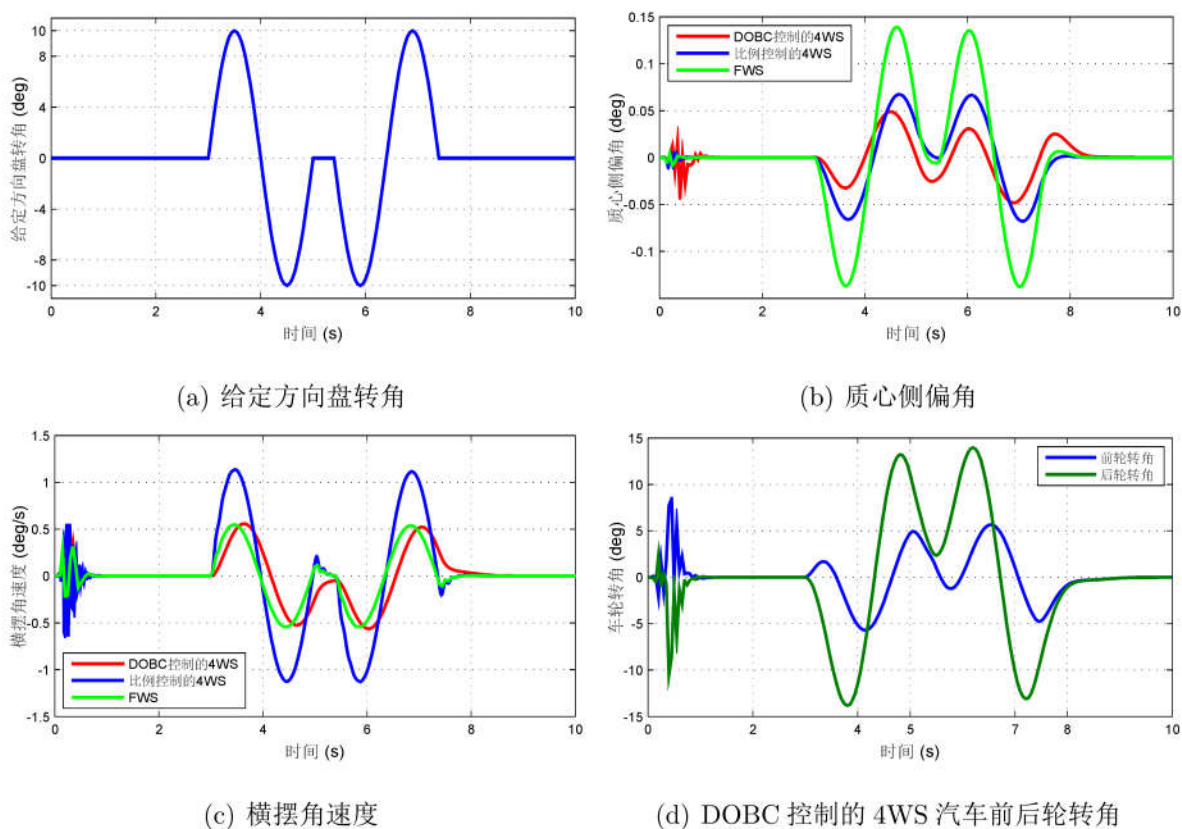


图 4.7 双移线工况下高速 80km/h 仿真实验

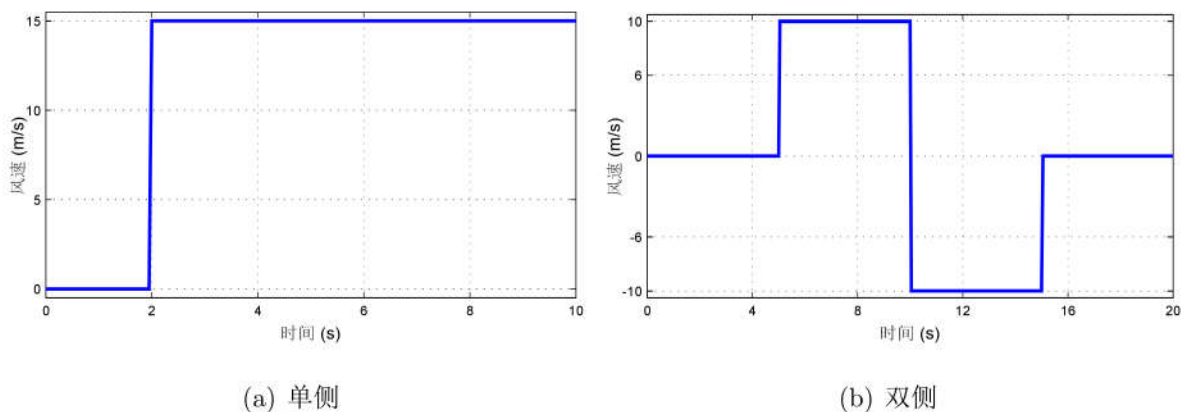


图 4.8 直线工况下侧向风干扰输入

响，但是相对于比例控制的 4WS 汽车和 FWS 汽车，超调量显著减小，调节时间也被缩短了，改善了汽车瞬态响应过程，从而降低了驾驶难度，减小了驾驶员心理负担。而比例控制的 4WS 汽车的动态响应与 FWS 汽车的动态响应相似，不能减小侧向风干扰对汽车行驶性能的影响，质心侧偏角的稳态值远远大于 DOBC 控制的 4WS 汽车的质



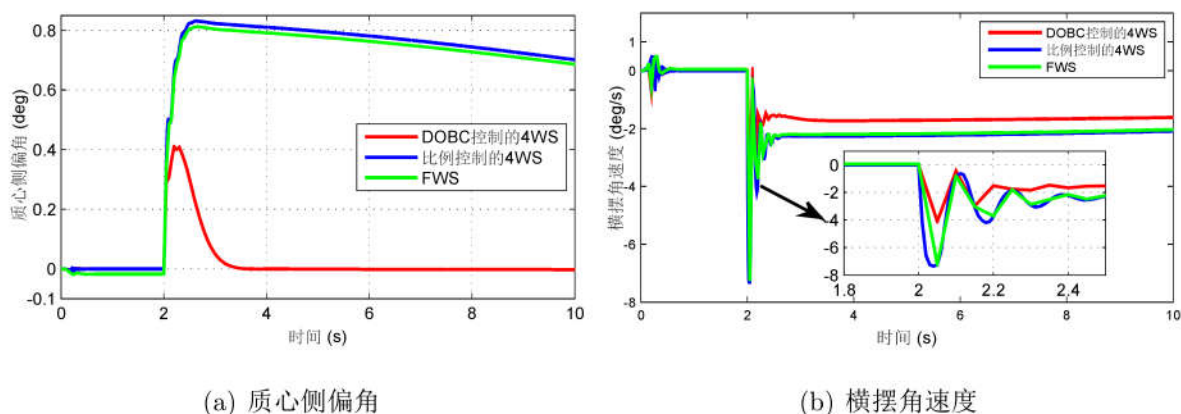


图 4.9 单侧侧向风干扰下汽车动态响应

心侧偏角稳态值，汽车的车身姿态受到较大影响。

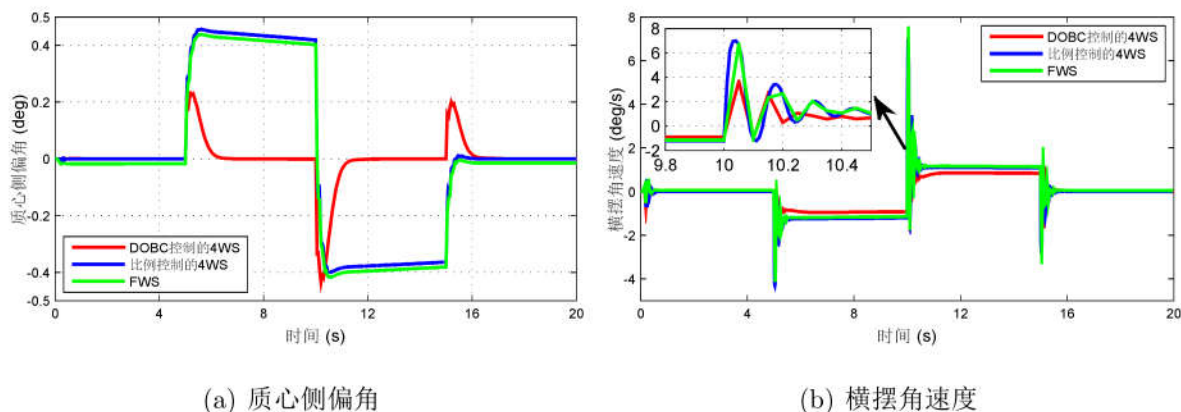


图 4.10 双侧侧向风干扰下汽车动态响应

### 方向盘转角连续正弦波输入工况

方向盘转角连续正弦波输入实验是评价汽车操纵稳定性的一种典型实验，因此下面将对汽车在侧向风干扰下的方向盘转角连续正弦波输入实验进行仿真分析。汽车车速仍然选取  $100\text{km/h}$ ，方向盘转角连续正弦波输入如图 4.11(a) 所示，周期为  $10\text{s}$ ，幅值为  $10^\circ$ 。侧向风干扰输入如图 4.11(b) 所示，仿真时间为  $20\text{s}$ 。同样选取了同结构参数的 FWS 汽车和经典的比例控制 4WS 汽车进行了仿真对比仿真实验，仿真结果如图 4.11(c) 和 4.11(d) 所示。由仿真结果可知，前  $10\text{s}$  无侧向风干扰作用时段，与 FWS 汽车相比，比例控制的 4WS 汽车和基于 DOBC 控制的 4WS 汽车都可以保持较小的横摆角速度，但 DOBC 控制的 4WS 汽车的控制效果要稍好，质心侧偏角最小。对于该时段的横摆角速度，DOBC 控制的 4WS 汽车的横摆角速度可以很好的跟踪上 FWS 汽车的横摆角速度，进而保持了驾驶员较为熟悉的驾驶感觉，而比例控制的 4WS 汽车的横摆

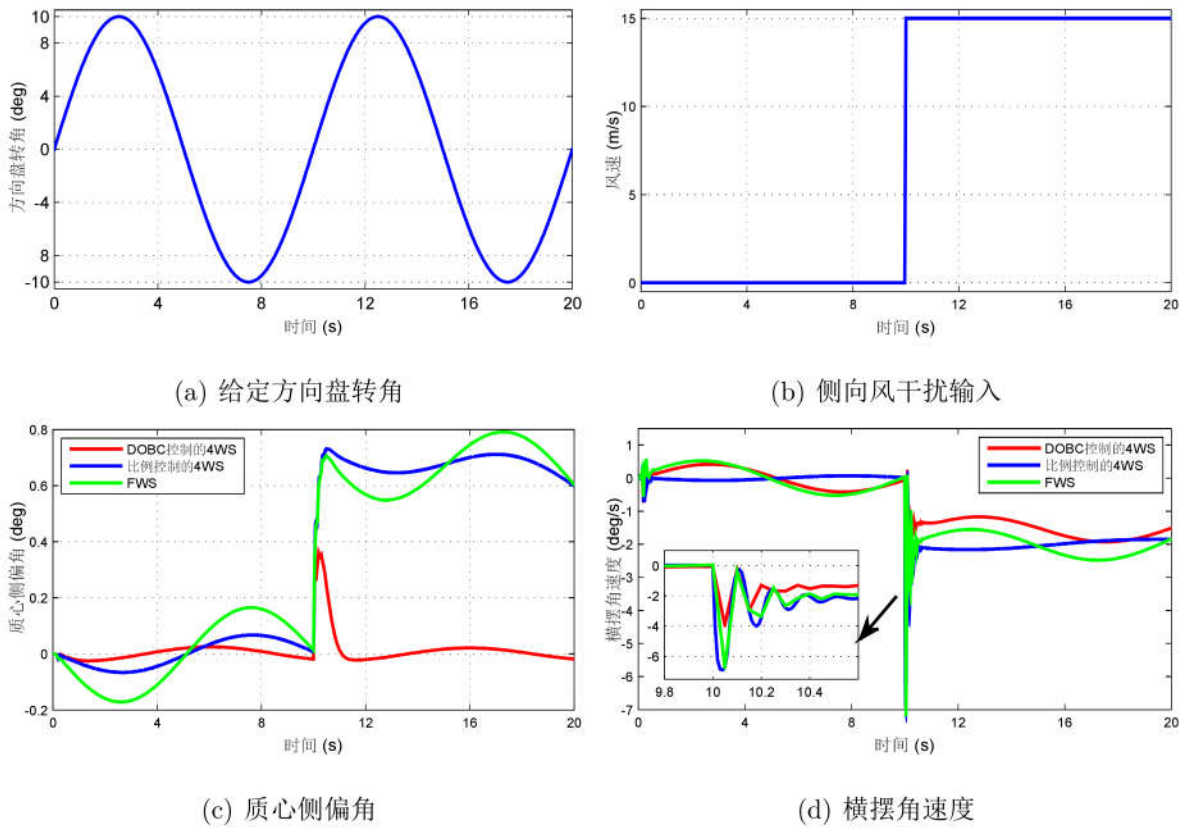


图 4.11 连续正弦输入动态仿真实验

角速度明显变小了。在第 10s 后，侧向风作用的瞬间，DOBC 控制的 4WS 汽车产生了一定的超调，但是仍然远小于其他两种类型汽车的质心侧偏角，并且在非常短的时间内将质心侧偏角减小，保持汽车在稳定状态，这里也体现出 DOBC 控制的 4WS 汽车在抗侧向风干扰方面的优越性。对于此时段的横摆角速度，DOBC 控制的 4WS 汽车较好地改善了瞬态响应，减小了超调和调节时间，稳态值也更接近于无侧向风干扰时段，相对减小了驾驶员的操纵难度。

通过以上仿真分析可知，DOBC 控制方法可以较好地控制非线性 4WS 汽车，基本保持质心侧偏角接近于 0 值，提高了汽车的瞬态响应性能，弥补了比例控制的 4WS 汽车横摆角速度变化较大的缺陷，保证了汽车的操纵稳定性。在抵抗侧向风干扰方面，DOBC 的 4WS 汽车更表现出了明显的优势。无论单侧还是双侧侧向风干扰输入作用下，DOBC 的 4WS 汽车都可以保持汽车的稳定性，并减小驾驶员的操纵难度。因此，DOBC 控制方法可以很好的处理忽略的汽车非线性动态，并且对于外部干扰体现出了强鲁棒性。

## 4.4 本章小结

本章基于 DOBC 控制方法提出 4WS 控制策略，实现对非线性 4WS 汽车的控制。首先对 DOBC 控制方法进行简要介绍，给出应用 DOBC 控制方法设计控制器的一般步骤。然后，应用该方法设计 4WS 控制器。进而，进行相关仿真实验与分析。遵循由简入繁的原则，首先选择简单的非线性三自由的车辆模型进行控制器的初步验证。然后又基于精度较高的 AMESim 整车模型进行仿真实验。通过一系列仿真实验，验证了基于 DOBC 控制的 4WS 汽车在多种工况和不同侧向风干扰下都可以保持良好的操纵稳定性。

## 第5章 全文工作总结

四轮转向 (four wheel steering, 4WS) 是一种有效改善车辆操纵稳定性的主动底盘控制技术, 可以在低速时改善汽车的操纵性, 在高速时提升汽车的稳定性。传统 4WS 控制策略通常是只将后轮转向作为控制输入, 只可以较好地控制汽车的质心侧偏角或者横摆角速度, 对于汽车操纵稳定性的改善是有局限性的。基于线控转向 (steering by wire, SBW) 技术的全反馈型 4WS 系统可以自由设计前后轮转角输入, 即将前轮和后轮转角同时作为控制输入, 为更好的解决 4WS 控制问题提供了可能。侧向风是汽车行驶过程中一种很常见的干扰, 高速汽车侧向风稳定性控制是汽车操纵稳定性研究领域的一个重要分支。本文以基于 SBW 技术的全反馈型 4WS 系统为被控对象, 对侧向风干扰下的高速行驶汽车的操纵稳定进行研究。本文主要完成如下工作:

- 1) 为了对高速侧向风干扰下的 4WS 汽车控制问题进行深入研究, 针对不同需求建立合理的数学模型是科学研究的基础。对影响汽车操纵稳定性的气动力进行描述, 进而建立了侧向风力的数学模型。车辆的模型的设计可繁可简, 针对不同的研究需求应当建立不同的模型。在控制器设计阶段, 本文建立了简单的线性二自由度车辆模型; 在控制器验证阶段, 分别采用了较为复杂的非线性三自由度车辆模型以及精度更高的基于 AMESim 的四轮转向车辆模型, 为接下来的仿真实验研究提供了一个良好的模型平台。此外, 基于 AMESim 的四轮转向整车模型, 将侧向风干扰对高速行驶的汽车的影响进行了分析。
- 2) 以跟踪参考模型为控制策略, 提出一种基于约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制的四轮转向控制新方法, 进而提高汽车在高速行驶时的侧向风操纵稳定性。推导并证明出约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器存在的充分条件, 并且给出基于线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 的一般求解方法。完成控制方法的推导后, 对所研究的 4WS 控制问题进行分析, 设计出以跟踪参考模型为基础, 前馈控制器和反馈控制器协同作用的控制方案。依据该控制方案, 完成各部分控制器的设计和推导工作。通过仿真实验验证了约束  $\mathcal{H}_\infty$  控制方法可以有效提高汽车的操纵稳定性, 并且在抑制外界干扰的能力方面具有明显的优势, 前、后轮转角控制输入也均限定在合理范围内。因此所提出的约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制方法可以有效提高线性系统的抗干扰能力, 并且可以处理被控系统中出现的时域硬约束。
- 3) 为了实现对非线性 4WS 汽车的控制, 采用干扰观测器控制方法 (disturbance observer based control, DOBC) 对非线性 4WS 汽车作进一步研究。DOBC 方法也是一种鲁棒控制方法, 它不仅可以提高系统对外界干扰的鲁棒性, 而且可以处理在控制器设计阶段建模过程中忽略的非线性未建模动态。以 DOBC 方法为



基础,设计 4WS 系统反馈控制器、干扰观测器和干扰补偿增益,实现对非线性 4WS 汽车的控制。

- 4) 设计了一系列仿真实验,验证基于 DOBC 方法设计的 4WS 控制方案的有效性。首先选择相对简单模型进行初步验证,在基于 Matlab/Simulink 搭建的三自由度车辆模型进行仿真实验。得到较好的控制效果后,采用了基于多体动力学软件 AMESim 的整车模型作进一步仿真实验。双移线工况下高低速对比仿真实验表明,DOBC 控制的 4WS 汽车低速时给后轮附加一个与前轮反向的输入转角,减小了汽车的转向半径,内轮差更小,转向性能也更好。高速时,4WS 汽车给后轮附加一个与前轮同向的输入转角,使后轮也产生侧偏角,与前轮产生的侧偏角叠加,进而可以抑制汽车的自转运动,可以基本保持汽车的质心侧偏角为零。高速侧向风干扰下的仿真实验表明,无论单侧还是双侧侧向风干扰输入作用下,DOBC 的 4WS 汽车都可以保持汽车的稳定性,并减小驾驶员的操纵难度。

本文具有如下几个创新点:

- 1) 提出约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制方法,推导并证明出约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器存在的充分条件,并且给出基于线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)的一般求解方法。针对具有时域硬约束的线性时不变系统,约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制器可以最小化干扰输入到性能输出的  $\mathcal{H}_\infty$  范数,进而提高系统的抗干扰能力。
- 2) 设计 4WS 控制方案以提高高速行驶汽车的侧向风抗干扰能力。以跟踪参考模型为控制策略,将前馈控制和反馈控制相结合,同时控制前、后轮转角,以实现实际车辆模型对参考模型的状态跟踪。兼顾抗干扰能力与执行机构输出饱和,将约束  $\mathcal{H}_\infty$  输出反馈控制应用于反馈控制器的设计。实现了对汽车质心侧偏角和横摆角速度的同时控制,提高了汽车的操纵稳定性和侧向风抗干扰能力,同时提供给驾驶员熟悉的驾驶感觉。
- 3) 对基于干扰观测器的控制方法进行深入学习,理解了该方法的基本研究思路。引用 DOBC 方法提出全信息反馈控制,给出控制器设计的一般步骤。对原有 DOBC 的理论基础部分进行了完善,给出了详细的证明步骤。
- 4) 为了更好地模拟实际车辆的动态响应,选择对非线性 4WS 汽车进行研究。鉴于被控对象存在非线性且闭环系统需具有强抗干扰能力的特点,将 DOBC 方法应用于非线性 4WS 系统控制中。基于多体动力学软件 AMESim 建立 15 自由度整车模型设计了仿真实验,提高了非线性 4WS 汽车的操纵稳定性。

## 参考文献

- [1] Furukawa Y, Yuhara N, Sano S, et al. A review of four-wheel steering studies from the viewpoint of vehicle dynamics and control[J]. *Vehicle System Dynamics*, 1989, 18(1-3):151–186.
- [2] Shibahata Y. Progress and future direction of chassis control technology[J]. *Annual Reviews in Control*, 2005, 29(1):151–158.
- [3] 郭孔辉. 汽车操纵动力学[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1991.
- [4] Nagai M. Perspectives of research for enhancing active safety based on advanced control technology[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2007, 45(5):413–431.
- [5] Ye M, Wang Q, Jiao S. Robust control for the electrohydraulic steering system of a four-wheel vehicle[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014:1–12.
- [6] 郭孔辉, 轧浩. 车辆四轮转向系统的控制方法[J]. *吉林工业大学学报*, 1998, 4:1–4.
- [7] Wang W T. Four-wheel steering vehicle modeling and simulation based on ADAMS[J]. *Advanced Materials Research*, 2013, 690:2796–2799.
- [8] Marino R, Scalzi S, Cinili F. Nonlinear PI front and rear steering control in four wheel steering vehicles[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2007, 45(12):1149–1168.
- [9] Quan M M, Zhai Y, Jiang Y, et al. An improved pure pursuit algorithm for Four-wheel-steering autonomous driving vehicle[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 511:958–962.
- [10] 杜峰. 基于线控技术的四轮主动转向汽车控制策略仿真研究[D]. 西安: 长安大学, 2009.
- [11] Marino R, Scalzi S, Cinili F. Nonlinear PI front and rear steering control in four wheel steering vehicles[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2007, 45(12):1149–1168.
- [12] Alfi A, Farrokhi M. Hybrid state-feedback sliding-mode controller using fuzzy logic for four-wheel-steering vehicles[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2009, 47(3):265–284.
- [13] Lv H, Liu S. Closed-loop handling stability of 4WS vehicle with yaw rate control[J]. *Strojniski Vestnik*, 2013, 10(59):595–603.
- [14] Ono E, Takanami K, Iwama N, et al. Vehicle integrated control for steering and traction systems by  $\mu$ -synthesis[J]. *Automatica*, 1994, 30(11):1639–1647.
- [15] Ackermann J. Robust decoupling, ideal steering dynamics and yaw stabilization of 4WS cars[J]. *Automatica*, 1994, 30(11):1761–1768.

- [16] Abe M. Vehicle dynamics and control for improving handling and active safety: from four-wheel steering to direct yaw moment control[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 1999, 213(2):87–101.
- [17] Horiuchi S, Yuhara N, Takei A. Two degree of freedom/ $H_\infty$  controller synthesis for active four wheel steering vehicles[J]. Vehicle System Dynamics, 1996, 25(S1):275–292.
- [18] You S S, Chai Y H. Multi-objective control synthesis: an application to 4WS passenger vehicles[J]. Mechatronics, 1999, 9(4):363–390.
- [19] Yin G D, Chen N, Wang J X, et al. A study on  $\mu$ -synthesis control for four-wheel steering system to enhance vehicle lateral stability[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2011, 133(1):011002.
- [20] Jia Y. Robust control with decoupling performance for steering and traction of 4WS vehicles under velocity-varying motion[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2000, 8(3):554–569.
- [21] Koumboulis F N, Skarpetis M G. Robust triangular decoupling with application to 4WS cars[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(2):344–352.
- [22] 朱智超, 田丽娟. 线控四轮转向系统的研究综述及技术总结[J]. 轻型汽车技术, 2012, 5:7–12.
- [23] 于蕾艳, 林逸, 施国标. 四轮线控转向系统的转向控制策略研究[J]. 计算机仿真, 2008, 4:278–281.
- [24] 杜峰, 魏朗, 李玉民. 模型跟踪四轮主动转向汽车的 $H_\infty$ 控制[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2008, 28(3):112–116.
- [25] Canale M, Fagiano L. Stability control of 4WS vehicles using robust IMC techniques[J]. Vehicle System Dynamics, 2008, 46(11):991–1011.
- [26] 李彬, 喻凡. 四轮主动转向的模型跟踪控制[J]. 上海交通大学学报, 2009, 10:1531–1535.
- [27] 米奇克, 瓦伦托维茨. 汽车动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [28] Baker C. A simplified analysis of various types of wind-induced road vehicle accidents[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1986, 22(1):69–85.
- [29] Maruyama Y, Yamazaki F. Driving simulator experiment on the moving stability of

- an automobile under strong crosswind[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2006, 94(4):191–205.
- [30] Kee J D, Rho J H, Kim K H, et al. High speed driving stability of passenger car under crosswind effects[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2014, 15(5):741–747.
- [31] 丁能根, 康乐, 王健,等. 侧向风干扰下的汽车主动前轮转向最优控制[J]. *北京理工大学学报*, 2013, 39(2):161–165.
- [32] Batista M, Perkovič M. A simple static analysis of moving road vehicle under crosswind[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, 128:105–113.
- [33] Abe M. *Vehicle handling dynamics: theory and application*[M]. Britain: Butterworth-Heinemann, 2015.
- [34] Cheli F, Belforte P, Melzi S, et al. Evaluating of cross wind aerodynamic effects on heavy vehicles through a numerical-experimental approach[J]. *Veh. Syst. Dyn. Suppl*, 2006, 44:791–804.
- [35] Guo W, Xu Y. *Dynamic analysis of moving road vehicle under a sudden crosswind*[C]//*Key Engineering Materials*. Germany: Trans Tech Publ, 2003, 243:141–146.
- [36] Sterling M, Quinn A, Hargreaves D, et al. A comparison of different methods to evaluate the wind induced forces on a high sided lorry[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2010, 98(1):10–20.
- [37] 傅立敏. *汽车空气动力学*[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [38] 海贵春, 谷正气, 王和毅,等. 侧风对汽车高速行驶性能影响的仿真研究[J]. *湖南大学学报: 自然科学版*, 2006, 33(2):40–43.
- [39] Xu Y, Guo W. Dynamic behaviour of high-sided road vehicles subject to a sudden crosswind gust[J]. *Wind and Structures*, 2003, 6(5):325–346.
- [40] 孔辉. *汽车操纵动力学*[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1991.
- [41] 张辉. *四轮转向汽车的控制研究和操纵动力学仿真分析*[D]. 上海: 上海交通大学, 2007.
- [42] Pacejka H. *Tire and vehicle dynamics*[M]. Amsterdam: Elsevier, 2005.
- [43] 张辉. *基于主动四轮转向系统的高速汽车侧风稳定性控制研究*[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.



- [44] 聂若鹰. 风力等级划分参考表[J]. 气象水文海洋仪器, 2007, 1:67.
- [45] 俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [46] 于树友, 陈虹. 基于滚动优化的 $H_\infty$ /广义 $H_2$ 主动悬架控制[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2007, 37(5):1164–1169.
- [47] Buskes G, Van Rooij A. Almost f-algebras: commutativity and the Cauchy-Schwarz inequality[J]. Positivity, 2000, 4(3):227–231.
- [48] Ouellette D V. Schur complements and statistics[J]. Linear Algebra and its Applications, 1981, 36:187–295.
- [49] Chen H, Sun P Y, Guo K H. A multi-objective control design for active suspensions with hard constraints[C]//American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003. Colorado: IEEE, 2003, 5:4371–4376.
- [50] Blondel V D, Megretski A. Essentials of robust control[M]. New Jersey: Prentice hall, 1998.
- [51] Yu S, Wang J, Chen H. Output feedback  $H_\infty$  control of constrained linear systems[C]//Control Conference (ASCC), 2015 10th Asian. Kota Kinabalu: IEEE, 2015:1–6.
- [52] 于树友, 马苗苗, 陈虹. 基于LMI优化的 $H_\infty$ /广义 $H_2$ 输出反馈主动悬架控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(B07):25–29.
- [53] 陈虹, 马苗苗, 孙鹏远. 主动悬架 $H_2$ /广义 $H_2$ 输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5):790–794.
- [54] 王菁, 于树友, 陈虹. 基于约束 $H_\infty$ 输出反馈的四轮转向模型跟踪控制[J]. 信息与控制, 2016.
- [55] Masao N, Yutaka H, Sachiko Y. Integrated control of active rear wheel steering and direct yaw moment control[J]. Vehicle System Dynamics, 1997.
- [56] 安部正人. 汽车的运动和操纵[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [57] Chen W H, Ballance D J, Gawthrop P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J]. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 2000, 47(4):932–938.
- [58] Chen W H. Disturbance observer based control for nonlinear systems[J]. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on, 2004, 9(4):706–710.
- [59] Chen W H. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1):161–166.

- [60] Yang J, Zolotas A, Chen W H, et al. Robust control of nonlinear MAGLEV suspension system with mismatched uncertainties via DOBC approach[J]. ISA Transactions, 2011, 50(3):389–396.
- [61] Chen W H, Ballance D J, Gawthrop P J, et al. Nonlinear PID predictive controller[J]. Control Theory and Applications, IEE Proceedings-, 1999, 146(6):603–611.
- [62] Blondel V D, Megretski A. Unsolved problems in mathematical systems and control theory[M]. New Jersey: Princeton University Press, 2009.
- [63] Khalil H K, Grizzle J. Nonlinear systems[M]. New Jersey: Prentice hall New Jersey, 1996.

## 附录 A

表 A-1 仿真模型参数设置

模型参数	数值
重力加速度常数 $g$	$9.80665 \text{ m/s}^2$
整车质量 ( $m$ )	$1500 \text{ kg}$
簧载质量侧倾转动惯量 ( $I_x$ )	$450 \text{ kg/m}^2$
簧载质量横摆转动惯量 ( $I_z$ )	$6000 \text{ kg/m}^2$
簧载质量转动惯量积 ( $I_{xz}$ )	$1000 \text{ kg/m}^2$
前轴侧倾刚度 ( $k_f$ )	$21000 \text{ N/m}$
后轴侧倾刚度 ( $k_r$ )	$21000 \text{ N/m}$
整车质心到前后轴水平距离 ( $a$ 、 $b$ )	$1.1 \text{ m}$ 、 $1.4 \text{ m}$
前后悬架侧倾阻尼	$30000 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 、 $20000 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$
前后悬架侧倾刚度	$2000 \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s})$ 、 $1500 \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s})$
前后轮距	$1.45 \text{ m}$ 、 $1.45 \text{ m}$
侧风力作用点距侧倾轴的距离 $h_w$	$0.3 \text{ m}$
侧风力作用点距汽车质心的水平距离 $l_w$	$0.2 \text{ m}$
空气密度 (大气压 $101300 \text{ Pa}$ , $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ) ( $\rho$ )	$1.2204 \text{ kg/m}^3$

## 作者简介及研究成果

### 作者简介:

王菁, 女, 1989年10月19日生人, 汉族, 吉林大学在读工学硕士; 2009年至2013年于吉林大学通信工程学院进行本科学习, 专业自动化, 2013年于吉林大学通信工程学院系统工程专业攻读硕士研究生。

### 参加的科研项目:

1. 2013.09至2013.12期间参加教育部“长江学者和创新团队发展计划”创新团队“汽车控制的理论、方法与关键技术”(项目批准号: IRT1017)
2. 2013.09至今参加973课题“跨尺度微重力补偿实现的基座控制”(项目批准号: 2012CB821202);
3. 2016.01至今参加国家自然科学基金国际(地区)合作与交流重点项目“面向安全性的电动化汽车能效滚动优化”(项目批准号: 61520106008)。

### 发表的学术论文:

1. 王菁, 于树友, 陈虹. 基于约束 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈的四轮转向模型跟踪控制[J]. 信息与控制, 2016, 45(1): 53-59. (核心期刊)
2. S Yu, **J Wang**, H Chen . Output feedback  $\mathcal{H}_\infty$  control of constrained linear systems[C]// Control Conference (ASCC), 2015 10th Asian. IEEE, 2015. (EI 检索国际会议)
3. Yu S, Wang F, **Wang J**, et al. Full-car active suspension based on  $H_2$ /generalised  $H_2$  output feedback control[J]. International Journal of Vehicle Design, 2015, 68(1-3): 37-54. (SCI)
4. Yu S, **Wang J**, et al. Disturbance Observer Based Control for 4WS Vehicle with Model Reference[J]. Submitted to the IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2016.



## 致谢

行文至此，终于即将完成我的硕士论文了，我的硕士生涯也走到了尾声。七年前，怀揣着梦想步入吉大校园的情景还历历在目，如今的我却早已蜕去了一身稚气，即将步入社会面对新的挑战。回首往昔，百感交集，一路走来遇到过很多挫折与困难，但时常觉得自己终究是幸运的，因为得到了太多的关爱与帮助。

本文是在我的导师于树友副教授的悉心指导下完成的。于老师严谨的治学态度，精益求精的工作作风，朴实无华、平易近人的人格魅力给我留下了深刻印象，也时刻影响着我对学习研究的态度。经历这三年的磨砺，我想我得到的不仅仅是科学知识，更重要的是学会了解决问题的方法和对待任务的态度。于老师对待科学研究精益求精，处世为人平易近人，无论对我的学习还是生活上都给予了很多帮助，在这里真心感谢导师的指导与照顾！

还要感谢在这个校园与我结识的每一位老师和同学，谢谢你们陪我度过这段既漫长又短暂，但却一定是幸福而难忘的大学生活。感谢课题组提供的优越学习资源，课题组良好的学习氛围是我成长的源泉。感谢课题组的每一位老师和同学，谢谢各位在论文选题以及预答辩期间提供的宝贵意见，是你们让我不断进步，谢谢你们在我遇到困难时无私地帮助。感谢好朋友小余余同学，谢谢你愿意在我遇到各种小问题时帮助我，还有陪我一起吐槽烦闷的时光。谢谢我的挚友曹萌萌，很幸运在这所校园遇到一个像你这样志趣相投又真的能理解我的人，谢谢你的一路相伴，也希望你能早日顺利毕业。

最后，一定要感谢我最可爱的家人们，谢谢你们对我的鼓励与关爱，这是我最温暖的动力。谢谢我的爸爸妈妈，无论何时都默默地站在我的背后鼓励我支持我，给予我最多的疼爱，这是我最幸运也是最幸福的事情。希望你们健健康康，一切都好。

感谢这段美丽的岁月，感谢遇到的每一个你，祝福我们每个人都能不负己心，不负此生！