

分类号: TP273
研究生学号: 2014522080

单位代码: 10183
密级: 公开



吉林大学

硕士学位论文

(学术学位)

三容系统的液位控制

Liquid Level Control of a Three-tank System

作者姓名: 王严

专 业: 制理论与控制工程

研究方向: 先进控制理论与方法

指导教师: 于树友副教授

培养单位: 通信工程学院

2017年6月

三容系统的液位控制

Liquid Level Control of a Three-tank System

作者姓名：王严

专业名称：控制理论与控制工程

指导教师：于树友副教授

学位类别：工学硕士

答辩日期：2017年 月 日

未经本论文作者的书面授权，依法收存和保管本论文书面版本、电子版本的任何单位和个人，均不得对本论文的全部或部分内容进行任何形式的复制、修改、发行、出租、改编等有碍作者著作权的商业性使用（但纯学术性使用不在此限）。否则，应承担侵权的法律责任。

吉林大学硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交学位论文，是本人在指导教师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：王平

日期：2017年6月5日

摘要

多容器流程系统在现代农业、工业、化工、石油等重要领域中有着广泛的应用，如锅炉、储油罐、精馏塔等等，这些对象往往具有多输入、多输出、时变、强耦合、非线性等特点，并且随着设备的老化，在实际生产中容器可能会出现泄漏的情况。三容水箱系统能够模拟多容器流程系统中的复杂对象，并且具有广阔的应用前景，因此本文对三容水箱系统的液位控制方法进行了详细的研究。本文主要进行了以下几个方面的研究：

在 Matlab/Simulink 软件环境下搭建三容水箱系统的仿真模型。根据三容水箱系统的结构特点并联系工程实践，描述系统的控制目标。

研究约束 H_{∞} 输出反馈控制方法，将其应用于三容水箱系统，使得水箱能够跟踪固定的液位高度，对漏水进行处理，并且满足控制输入约束。

研究基于干扰观测器的控制方法(Disturbance Observer Based Control, DOBC)，将其应用于三容水箱系统，使得水箱在能够跟踪固定的液位高度和对漏水进行处理的基础上，还可以处理系统的高阶未建模动态和参数摄动。

针对以上两种鲁棒控制方法，本文分别进行了仿真和实物实验，结果表明这两种方法均有效。

在以上工作的基础上，本文考虑使三容水箱系统跟踪变化的液位高度，分别研究了基于微分平坦、多面体以及多次求解控制器的控制策略，通过仿真以及分析讨论这三种方法的可行性。

关键词：

三容水箱系统，约束 H_{∞} 输出反馈控制，干扰观测器控制，实物实验

Abstract

Multiple flow system has been widely used in the modern agriculture, industry, chemical industry, oil and other important areas, such as boilers, oil storage tanks, rectifying column and so on. These objects are oftentimes-varying, strong coupling, nonlinear, multiple input and multiple output. As the aging equipment the system leakage may occur. Three-tank system can simulate complex multiple flow system, and has a broad application prospect. In this paper, two control methods of Three-tank system are carried on the detailed research. This article mainly has carried on the following several aspects of research:

Study of three-tank system including the mathematical model, the simulation model is established in Matlab/Simulink. Describe the control objectives of Three-tank system according to the characteristics.

Research on Constrained H_∞ Output Feedback control method. Applied the control method to the Three-tank system, the system can track the target levels, deal with the leakages, and satisfy the control input constraints.

Research on Disturbance Observer Based Control method (DOBC). Applied the control method to the Three-tank system, the system can track the target levels, deal with the leakages, high-order unmodeled dynamics and parameter perturbation.

In this paper, the simulations and physical experiments of DOBC and Constrained H_∞ Output Feedback control method are carried out, the results show that these two methods are effective. In addition, considering the Three-tank system tracking changing liquid levels, control methods based on Differential Flatness, Polyhedron and repeatedly solve the controller are also researched. The feasibility is discussed through simulations and analysis.

Keywords:

three-tank system, constrained H_∞ output feedback, disturbance observer based control, physical experiment

目录

| | |
|---|----|
| 第 1 章绪论..... | 1 |
| 1.1 课题研究背景及意义..... | 1 |
| 1.2 多容水箱研究现状..... | 2 |
| 1.3 鲁棒控制研究现状..... | 5 |
| 1.4 本文主要研究内容..... | 6 |
| 第 2 章三容水箱系统介绍..... | 9 |
| 2.1 三容水箱结构特点..... | 9 |
| 2.2 三容水箱数学模型..... | 10 |
| 2.3 三容水箱实验平台..... | 12 |
| 2.4 本章小结..... | 15 |
| 第 3 章基于约束 H_{∞} 输出反馈的控制..... | 17 |
| 3.1 约束 H_{∞} 输出反馈控制方法..... | 17 |
| 3.2 三容系统的约束 H_{∞} 输出反馈控制器设计..... | 21 |
| 3.3 仿真及实验..... | 22 |
| 3.3.1 仿真结果..... | 23 |
| 3.3.2 实验结果..... | 24 |
| 3.4 本章小结..... | 26 |
| 第 4 章基于干扰观测器的控制..... | 27 |
| 4.1 干扰观测器控制方法..... | 27 |
| 4.2 三容系统的 DOBC 控制器设计..... | 31 |
| 4.2.1 反馈控制器设计..... | 32 |
| 4.2.2 干扰观测器设计..... | 34 |
| 4.3 仿真及实验..... | 34 |
| 4.3.1 仿真结果..... | 35 |
| 4.3.2 实验结果..... | 37 |
| 4.4 本章小结..... | 39 |

| | |
|---------------------------|----|
| 第 5 章对液位跟踪控制策略的探索 | 41 |
| 5.1 基于微分平坦的策略..... | 41 |
| 5.2 在线求解控制器的策略..... | 44 |
| 5.3 基于多面体型线性微分包含的策略 | 46 |
| 5.4 本章小结..... | 47 |
| 第 6 章全文总结与展望..... | 49 |
| 参考文献..... | 51 |
| 作者简介及在学期间所取得的科研成果 | 57 |
| 致 谢 | 59 |

第 1 章绪论

1.1 课题研究背景及意义

在现代农业、工业、化工、石油等重要领域的生产过程中，所需的生产原料、中间产物、催化剂或者最终的产品在容器内往往是液态或者流化的状态，那么控制容器内的液位高度就显得尤为重要。

目前，火力发电厂及工业企业主要采用锅炉作为动力或者供热设备，保证电能及热能的不间断供应才能使得食品、纺织、造纸、制药等企业顺利进行生产。工业锅炉和电站锅炉都具有多个输入量和输出量，并且各个量之间相互关联，存在较强的耦合现象。汽包液位是判定锅炉的工作状态是否良好的最重要的指标，如果汽包液位过高，则不能进行充分的汽水分离，导致锅炉的机械结构被损坏。如果汽包液位过低，则不能进行顺利的汽水循环，导致干锅，情况严重时将发生爆炸，造成设备损失和人员伤亡，后果非常严重^[1]。储油罐是用于原油生产以及运输的重要设备，对油罐内液位高度的控制是否合理，将直接影响到企业的财产安全和工作人员的生命安全。如果油罐内的液位长期过高则容易发生危险，如果长期过低则会减少设备的使用寿命，如果液位经常波动则会使得罐壁上附着的干油逐渐增多，对存油和清洗造成困难^[3]。对工矿企业来说，容器内液位高度是否合理，会关系到生产状况。控制精馏塔时，液位高低及精度会对成本以及质量造成影响。液位控制技术甚至与人们的生活质量息息相关，假如民用水塔内的水位过低，会导致居民用水困难^[4]。对饮料以及酒水等进行灌装时，需实时监测罐内液位高度，保证安全生产^[8]。

由此可见，液位系统已经广泛存在于各行各业，因此液位控制技术对实际生产以及人们的日常生活都起着至关重要的作用。综合考虑生产过程的安全性、企业所付出的成本以及产品的质量等等因素，要求对液位的控制必须有效、准确、迅速、平稳的进行。

三容水箱系统可以模拟多容器流程系统中的多输入、多输出、时变、强耦合、非线性系统，并能够模拟过程控制中的复杂对象^[9]，前文介绍的工业锅炉、电站锅炉、储油罐、精馏塔等等工业设备均可由三容水箱来模拟。因此，三容水箱系统有着非常高

的工程应用价值，研究三容水箱系统的液位控制方法具有非常重要的实际意义。

1.2 多容水箱研究现状

由于多容水箱可以用来模拟工业过程中的多容器流程系统，在实际中有着广阔的应用背景，因此非常具有研究价值，目前国内外的很多公司以及高校对多容水箱系统均有研究。

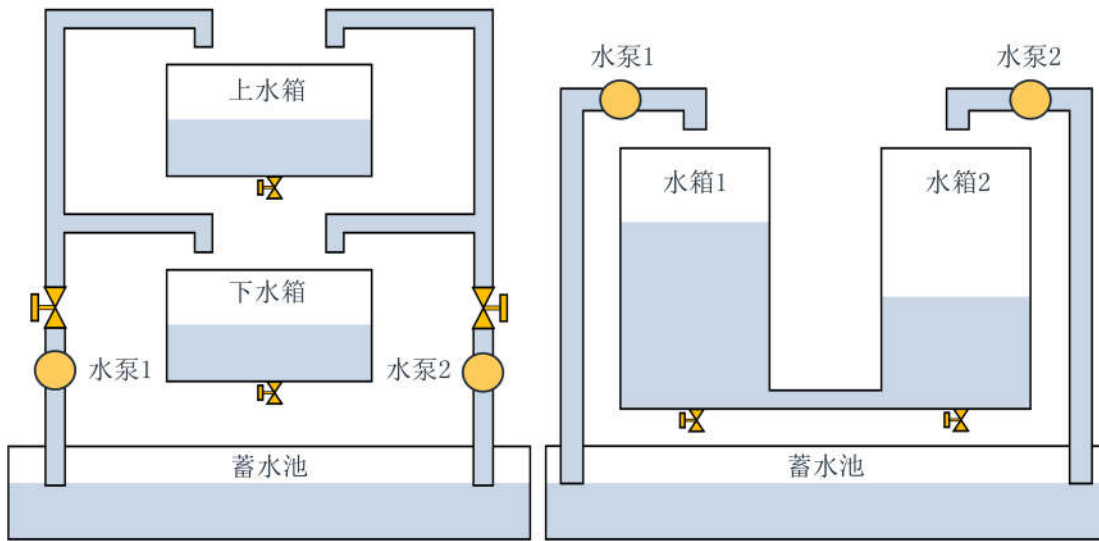


图 1.1 垂直排列两容水箱图 1.2 水平排列两容水箱

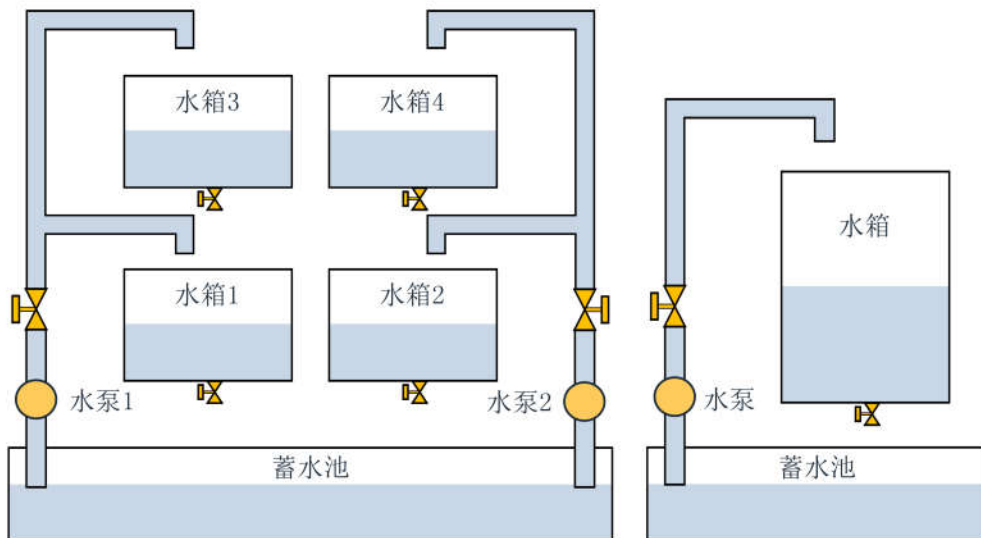


图 1.3 四容水箱图 1.4 单容水箱

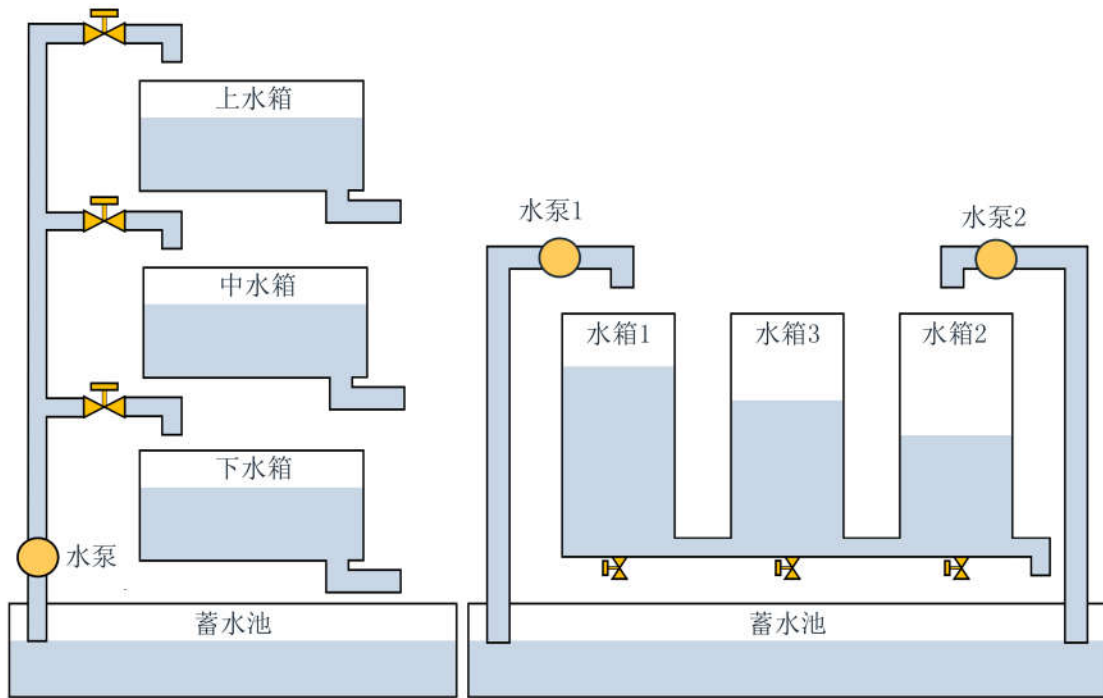


图 1.5 垂直排列三容水箱图 1.6 水平排列三容水箱

常见的多容水箱系统主要分为以下几类：单容水箱^[10]，垂直排列的两容、三容水箱^[4]，水平排列的两容、三容水箱^[13]，四容水箱^[18]等，它们结构图分别如图 1.1-1.6 所示。

目前，在研究多容水箱的领域里面，针对三容水箱和四容水箱的研究偏多，因为相对于其他类型的水箱，三容和四容水箱的结构比较复杂，具有较强的耦合性、非线性，控制难度比较大。有些大学曾引入德国 Amira 公司开发出的一款三容水箱实验装置，但其价格过于昂贵。国内固高科技公司与香港城市大学曾经联合设计 CWT 液位控制设备，经过学者们的不断研究，在教学和科研方面都取得了优异的成绩。浙江中控公司设计制造的 CS-4000 四容水箱具有实时监测液位高度、流量、温度等功能，涉及通信、控制、计算机等多个学科领域。这些实验装置为学者们提供了研究先进理论的实际应用以及验证算法的平台，推动了先进控制算法、新型软硬件应用以及工业过程控制的研究进程。

近年来沈阳理工大学、北方工业大学、合肥工业大学、吉林大学、德国的 Stuttgart University、印度的 St Joseph's College 等国内外高校在研究多容水箱系统方面已经取得了不少科研成果。

文献[18]自主设计了一款四容水箱系统实验装置，主要硬件包括工控机、采集卡、压力传感器、隔膜泵等，软件部分使用 Matlab/GUI 来实现，并将内模和鲁棒控制方法应用于该系统，获得了良好的控制效果。文献[27]将模型预测控制应用于四容水箱系统，较好的处理了环路之间的耦合以及系统中的约束。文献[28]研究了准无限时域非线性模型预测控制和零终端状态约束非线性模型预测控制，为了验证控制算法，在四容水箱系统实验平台上进行了实物实验，实验结果表明，非线性模型预测控制本身并不能自然的保证系统闭环稳定，但是使用准无限时域和零终端状态约束的非线性模型预测控制则可以使系统获得闭环稳定，其中准无限时域非线性模型预测控制器需要的计算时间较短，并且具有较好的控制性能。调节四容水箱系统中的两个阀门，可以将系统设定为最小相位系统或者非最小相位系统，文献[21]针对四容水箱系统设计了分散式、解耦式以及基于内模的 PI 控制器，实验结果表明，相对于分散式和解耦式 PI 控制器，基于内模的 PI 控制器对最小相位和非最小相位状态下的四容水箱系统均有良好的性能。

文献[13]根据物料平衡原理对三容水箱系统进行机理建模，采用小波变换方法对数据进行去噪，再使用递推最小二乘法对参数进行估计，获得三容水箱系统的数学模型，最后将 PID 控制和串级预测控制方法应用于三容水箱系统，并在基于 VB 和 OPC 的三容水箱实验系统上进行实物实验，结果表明模型预测控制中的动态矩阵控制方法，可以获得响应较快、超调较小的良好效果。文献[16]提出了一种滚动优化 H_{∞} 的控制的策略，使用线性矩阵不等式工具，将控制目标转化成求解半定规划问题，最后在三容水箱实验平台上验证了该算法的有效性。在生产实践中，PID 方法获得了广泛的应用，但是由于常规的 PID 方法只适用于单输入单输出系统。文献[14]指出传统 PID 控制在工业过程控制中有一定的局限性，因此将神经网络 PID 控制方法应用于三容水箱系统，并设计了单神经元 PID 控制器、RBF 神经网络 PID 控制器以及 BP 神经网络 PID 控制器，通过在 Matlab 中进行仿真将三种方法进行对比，仿真结果表明 BP 神经网络 PID 控制效果较好，具有较强的信息处理能力、自适应性和鲁棒性。文献[25]主要研究了针对三容水箱系统的软件设计，使用 SQL Server 数据库编写了三容系统的控制监控软件，将内模 PID 控制策略以 .NET 程序集的方式进行实现，经过实物实验，证明该测控软件有良好效果，具有实际应用价值。

1.3 鲁棒控制研究现状

在总结国内外研究多容水箱现状的过程中,我们发现学者们采用过的方法众多,但是在跟踪液位的同时也考虑扰动的研究方法比较少见。在生产实践中,由于设备老化或者其他因素造成损坏,可能会出现由于容器破损导致液体泄漏的情况,因此本文将水箱存在泄漏的情况考虑进来,选定了两种鲁棒控制方法进行研究——约束 H_∞ 输出反馈控制方法和基于干扰观测器的控制方法。

H_∞ 理论最初是由 Zames^[11]在 1980 年代提出的,这种方法通过最小化传递函数的 H_∞ 范数来抑制干扰,从而使系统达到最佳状态,它可以处理能量有界的干扰信号,能够将干扰对系统的影响最小化,并且保证闭环系统的稳定性。文献[12]中采用了鲁棒 H_∞ 输出反馈控制器,并提出了利用线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)来求解优化问题方案,这种方法不仅方便并且具有很好的灵活性,因此,多数 H_∞ 输出反馈控制问题都通过该方法来解决。文献[31]中为分数阶系统设计了 H_∞ 输出反馈控制器,并且应用了一个扩展的有界实引理。文献[32]针对线性时不变系统提出了一种采用约束 H_∞ 输出反馈的方法,通过对车辆四分之一悬架系统的仿真表明该方法有效,文献[33]将此种方法应用于四容水箱系统,同样获得良好的效果。约束 H_∞ 输出反馈控制方法只需要输出量作为反馈,并不要求测得系统的所有变量,而且最终求得的控制形式简单,便于广泛应用,因此本文选用了约束 H_∞ 输出反馈控制方法。

近年来鲁棒控制中的基于干扰观测器的控制方法(Disturbance Observer Based Control, DOBC)正在悄然兴起。在鲁棒控制中存在一类不确定性系统,它们的干扰和不确定性不满足匹配条件,文献[34]采用了基于干扰观测器的控制方法来处理这类系统,并将这种方法应用于磁悬浮悬架系统,仿真结果表明这种方法显著提升了系统的抗干扰性和鲁棒性。文献[35]提出了基于扰动观测器的跟踪控制方法,使用一个可伸缩的机械臂作为被控对象,仿真结果表明该方法对外部干扰表现出优越的性能。文献[36]为了提高四轮转向汽车的操纵稳定性,提出了一种基于模型参考的控制策略,其中使用了干扰观测器来估计被忽略的高阶非线性项和系统本身的参数摄动,仿真结果显示四轮转向汽车对侧风和参数不确定性表现出很强的鲁棒性。对于控制问题,很多时候我们仍然需要使用系统的线性模型来进行控制器设计,然而在线性化系统的过程中,不可

避免的要忽略一些高阶的非线性项，必然导致系统有一些动态是未被建模的，而且在实践中，被控对象内部的参数并不是一成不变的，导致系统存在参数摄动。由于基于干扰观测器的控制方法可以解决以上的问题，因此，本文选择此种鲁棒控制方法作为应用在三容水箱系统上的第二个算法。

1.4 本文主要研究内容

本文主要研究了三容水箱系统的两种液位跟踪控制方法，同时考虑水箱发生泄漏的情况，通过在 Matlab/Simulink 环境下进行建模仿真以及在基于工控机和数据采集卡的三容水箱系统实验平台上进行实物实验，对控制器的有效性进行验证，本文的每章具体研究内容如下：

第 1 章，通过大量阅读和整理国内外文献，结合生产实践，分析多容水箱系统的研究背景与意义。简要介绍多容水箱的主要类型和国内外的研究现状。讨论使用鲁棒控制方法的原因，概括 H_∞ 方法和基于干扰观测器的控制方法的研究现状。

第 2 章，说明三容水箱系统的结构特点及其数学模型，描述三容水箱系统的控制目标。在 Matlab/Simulink 环境下，搭建三容水箱系统的仿真模型。简要介绍本文所使用的三容水箱系统实验装置，给出主要参数和实验过程中的重要事项。

第 3 章，研究约束 H_∞ 输出反馈控制方法的理论知识，利用线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)工具求解优化问题的方法，给出约束 H_∞ 输出反馈控制器的设计步骤。分析三容水箱系统基于约束 H_∞ 输出反馈控制方法的总体控制结构，对控制器进行具体设计。为了验证控制器的有效性，分别进行仿真和实验，给出相应的参数，并进行详细的分析。

第 4 章，在考虑水箱发生泄漏的基础上，同时又考虑系统的未建模动态和参数摄动对控制效果的影响，研究基于干扰观测器控制方法(Disturbance Observer Based Control, DOBC)的理论知识，给出控制器的设计步骤。分析三容水箱系统的控制问题，给出基于干扰观测器控制的总体结构。设计三容水箱系统的干扰观测器和线性二次型调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)作为反馈控制器。通过仿真和实验，验证基于干扰观测器控制方法的有效性。

第 5 章，基于以上研究内容，对三容水箱系统的控制策略进行进一步的研究，讨

论将基于微分平坦、多面体以及多次求解控制器的控制策略，应用于三容水箱系统的可行性问题。

第 6 章，对全文研究工作进行总结，并提出对未来工作的展望。

第 2 章三容水箱系统介绍

多容器流程系统是过程控制中的一种典型的被控对象，在生产实践中有着广阔的应用背景，使得对其控制算法的研究受到了国内外很多研究机构和学者的关注[13]。三容水箱系统可以模拟过程控制中的复杂对象，因此研究其液位控制方法，有着非常重要的实际意义。

本文主要研究三容水箱系统的液位控制方法，并对所采用的控制方法进行分析及应用，因此，首先需要搭建三容水箱系统的仿真模型。仿真模型是验证对三容水箱系统设计的控制器性能的主要依据，同时能够避免实际的实验系统被损坏。由于仿真模型太过于理想化，并不能体现出实际系统的特点，因此还需要在实验设备上进一步的验证。

2.1 三容水箱结构特点

三容水箱系统的结构如图 2.1 所示，水箱主体部分主要由两个水泵、三个水箱、三个漏水阀门以及一个蓄水池构成。

水泵 1 和水泵 2 从蓄水池中抽取水源分别给水箱 1 和水箱 2 直接供水，由于水的压力，水箱 3 可以通过其底部左右两侧的联通管从水箱 1 和水箱 2 中获得水源，同时三个水箱中又有一部分水通过水箱 2 底部右侧的联通管流回到蓄水池中。水箱 1、水箱 2 和水箱 3 的底部分别有一个阀门，能够实现对水箱发生泄漏情况的模拟。

三容水箱系统是典型的多输入多输出系统，输入量是水泵 1 和水泵 2 的流量，输出通常为水箱 1 和水箱 2 中的液位高度。由于水箱 3 的底部与水箱 1 和水箱 2 的底部互相联通，并且水箱 2 底部的联通是常开的状态，导致系统的动态响应过程所需时间比较长，两个输入与两个输出量互相之间存在较强的耦合现象，系统内部也存在着较强的非线性。

由于三容水箱系统具有上述特点，因此其控制目标通常可以描述为：设计一个控制器，在尽可能短的时间内，能够使得三容水箱系统达到并且一直稳定在期望的平衡状态。

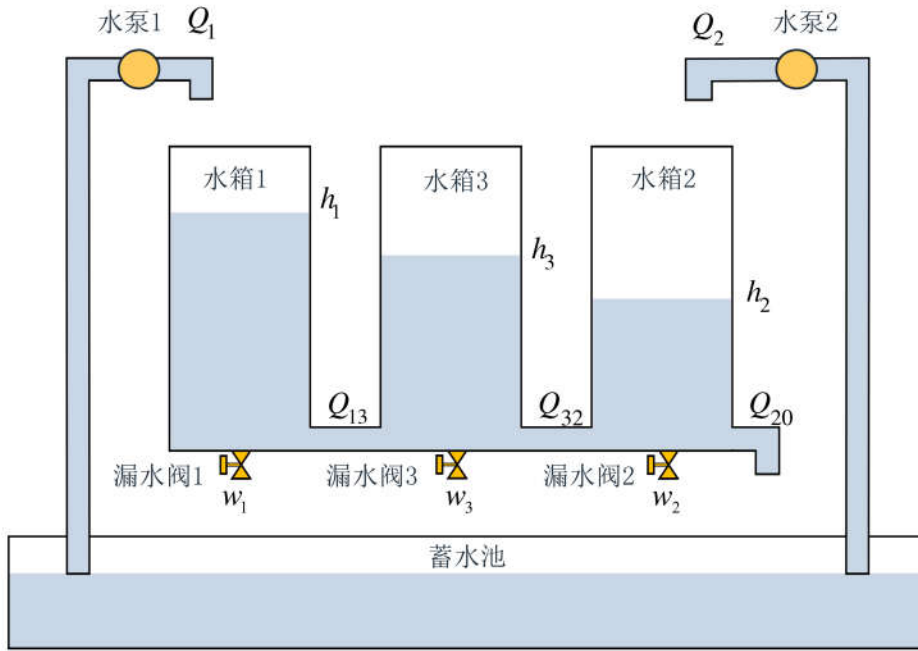


图 2.1 三容水箱结构图

从实践的角度考虑，通常水泵的流量会有一个最大值，也就是施加在水泵两端的电压不能超过额定电压，否则会导致水泵被烧坏，这就意味着系统存在控制输入约束。有时在实际的工业过程控制中会出现我们不期望的情况，比如在反应进行中原料发生泄漏，那么我们希望尽可能减少泄漏带来的损失。

综合上述的实际情况，我们希望控制目标还包括以下两点：控制器可以满足控制输入约束，同时能够处理干扰。

2.2 三容水箱数学模型

考虑存在泄漏的情况，根据物料平衡原理，三容水箱系统可以由如下微分方程描述：

$$\begin{cases} S \frac{dh_1}{dt} = Q_1 - Q_{13} - Q_{w1} \\ S \frac{dh_2}{dt} = Q_2 + Q_{32} - Q_{20} - Q_{w2} \dots\dots\dots(2.1) \\ S \frac{dh_3}{dt} = Q_{13} - Q_{32} - Q_{w3} \end{cases}$$

其中 Q_1 和 Q_2 分别为水泵 1 和水泵 2 的流量， Q_{13} 代表从水箱 1 到水箱 3 中的水流量， Q_{32}

代表从水箱 3 到水箱 2 中的水流量， Q_{20} 代表从水箱 2 流出的水流量， Q_{w1} 、 Q_{w2} 、 Q_{w3} 分别代表从漏水阀门 1、2、3 泄漏出去的水流量， h_1 、 h_2 和 h_3 分别为水箱 1、2、3 中的液位高度， w_1 、 w_2 和 w_3 分别为漏水阀门 1、2、3 的横截面积， S 代表水箱 1、2、3 的横截面积。根据 Torricelli 规则有：

$$\begin{cases} Q_{13} = a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) (2g|h_1 - h_3|)^{1/2} \\ Q_{32} = a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) (2g|h_3 - h_2|)^{1/2} \dots\dots\dots (2.2) \\ Q_{20} = a_{z2} S_n (2gh_2)^{1/2} \end{cases}$$

其中 a_{z1} 、 a_{z2} 、 a_{z3} 是流量系数， g 是重力加速度， S_n 是水箱底部联通管的横截面积。本文中假设 $h_1 \geq h_3 \geq h_2$ 。

设三容水箱系统在平衡点处的液位高度为 $h_0 = (h_{01}, h_{02}, h_{03})^T$ ，流量为 $Q_0 = (Q_{01}, Q_0^f)$ 。令 $x_i = (h_i - h_{0i}) / h_{0i}$ ($i=1, 2, 3$)， $u_i = (Q_i - Q_{0i}) / Q_{0i}$ ($i=1, 2$)，带入系统的微分方程(2.1)(2.2)进行归一化，然后在平衡点处进行泰勒展开，获得系统的连续线性状态空间方程如下：

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \dots\dots\dots (2.3)$$

其中，系统矩阵分别为：

$$A = \begin{bmatrix} \frac{a_{z1} S_n g}{S\sqrt{2g(h_{01} - h_{03})}} & 0 & \frac{a_{z1} S_n g h_{03}}{Sh_{01}\sqrt{2g(h_{01} - h_{03})}} \\ 0 & -\frac{a_{z3} S_n g}{S\sqrt{2g(h_{03} - h_{02})}} - \frac{a_{z2} S_n g}{S\sqrt{2gh_{02}}} & \frac{a_{z3} S_n g h_{03}}{Sh_{02}\sqrt{2g(h_{03} - h_{02})}} \\ \frac{a_{z1} S_n g h_{01}}{Sh_{03}\sqrt{2g(h_{01} - h_{03})}} & \frac{a_{z3} S_n g h_{02}}{Sh_{03}\sqrt{2g(h_{03} - h_{02})}} & -\frac{a_{z1} S_n g}{S\sqrt{2g(h_{01} - h_{03})}} - \frac{a_{z3} S_n g}{S\sqrt{2g(h_{03} - h_{02})}} \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} \frac{Q_{01}}{Sh_{01}} & 0 \\ 0 & \frac{Q_{02}}{Sh_{02}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} -\frac{a_{z1}\sqrt{2gh_{01}}}{Sh_{01}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a_{z2}\sqrt{2gh_{02}}}{Sh_{02}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{a_{z3}\sqrt{2gh_{03}}}{Sh_{03}} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$u = [u_1 \quad u_2]^T$ 是系统的输入变量，即两个水泵的流量归一化后的量， $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$ 是系统的状态变量，即三个水箱内部液位高度归一化后的量， $w = [w_1 \quad w_2 \quad w_3]^T$ 是系统的干扰输入变量，即水箱底部漏水阀门 1、2、3 的横截面积。

根据三容水箱系统的数学模型便可以进行控制器的设计，为了验证控制方法的有效性还需进行仿真分析，因此，本文根据上述数学模型在 Matlab/Simulink 中建立了仿真模型。

2.3 三容水箱实验平台

本文所使用的三容水箱系统是为专门模拟实际的工业过程控制而设计的实验平台，在设计过程中参考了国内外众多非常成熟的设计方案。本实验平台集成了计算机、通信和控制等先进技术，具有性能稳定、运行流畅以及方便操作等特点，能够有效的实现控制算法的验证。

三容水箱系统实验平台的结构如图 2.3 所示。本实验平台由软件及硬件两部分组成。其中硬件系统主要包括水箱体、传感器、执行器、数据采集卡以及工控机等。软件系统是基于 Matlab 平台，在 M 文件中编写程序进行调用数据采集卡的硬件接口、处理传感器数据、编写控制算法的程序、向执行器硬件发送控制指令、监测系统重要变量以及显示实验结果曲线等。

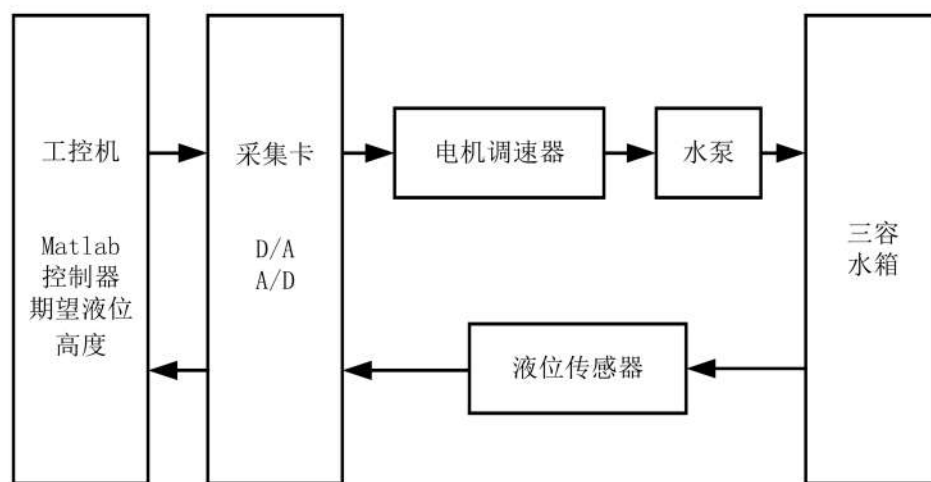


图 2.3 三容水箱系统主要模块

三容水箱系统实验平台的顺利运行需要硬件系统与软件系统协同工作。传感器实

时检测三个水箱的液位高度并输出相应大小的模拟电信号，数据采集卡将传感器的模拟信号转换成具有一定精度的数字信号，Matlab 将接收到的数字信号送入控制器程序经过一系列的运算获得理想的控制量，数据采集卡将控制量由数字信号转换成模拟电信号并送入电机调速模块，稳压电源按照调速信号的指令驱动水泵提供相应的水流量，最终使水箱获得理想的液位高度。

下面将详细介绍三容水箱系统实验平台的各个模块。

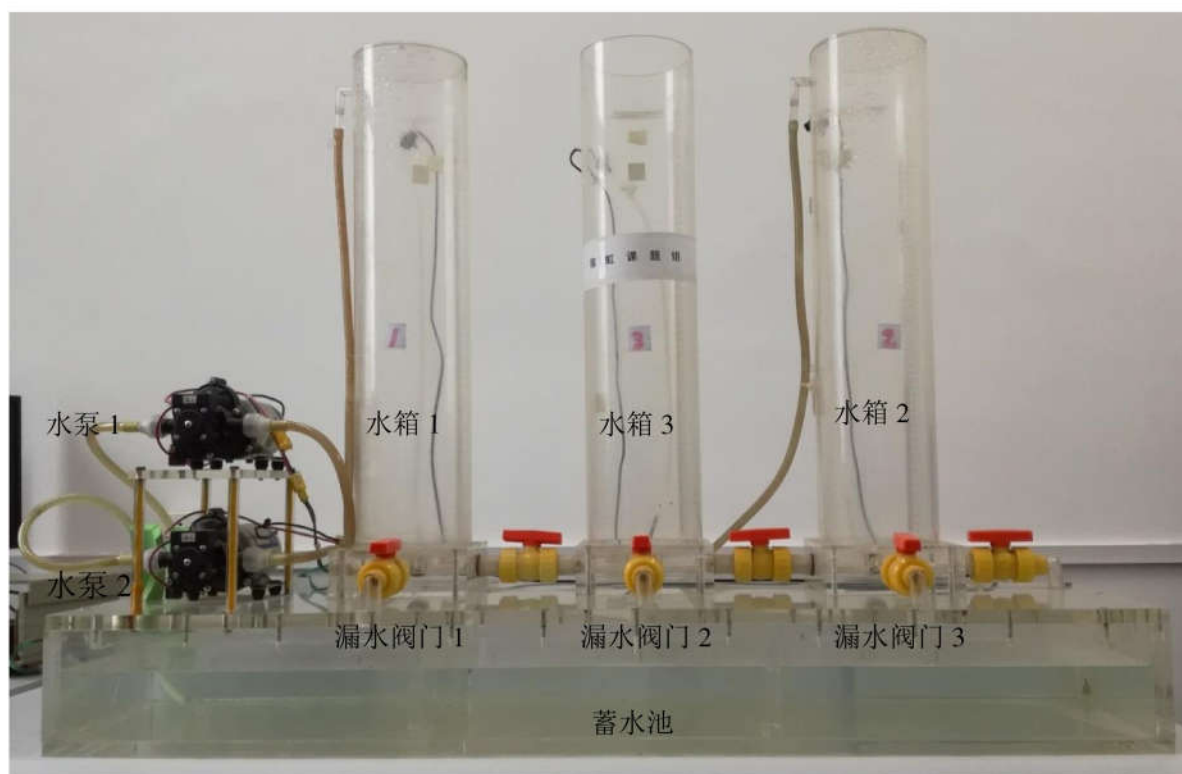


图 2.4 三容水箱体

图 2.4 是三容水箱体的实物图，三容水箱的主体由三个空心圆柱体（水箱）与一个空心长方体（蓄水池）组成，蓄水池上部从左到右依次为水箱 1、水箱 3 和水箱 2，各水箱之间、各水箱与蓄水池之间都由球状阀门连接，水箱 1 左侧是两个水泵。三容水箱主体的部分参数如下表所示。

由三容水箱实物图 2.4 可知，在三个水箱之间底部的联通管上各有一个阀门，这三个阀门与实验过程并没有关系，但与水箱的流量系数 a_{ij} ， $(i=1,2,3)$ 有关，随着水箱不断地被使用，这三个流量系数是变化的，因此在每次实验之前需要进行重新标定。

本实验装置使用的数据采集卡的型号是 Adventech PCI-1710。采集卡与 610L 计算机主板连接，另一端通过 PCL-10168 电缆线连接 ADAM-3968 端子板，外部硬件通过端子板可以方便地与采集卡进行通信。

表 2.1 三容水箱的主要参数

| | |
|----------------------|-------------------------|
| 水箱最大高度 h_{\max} | 60cm |
| 水箱横截面积 S | 153.9380cm ² |
| 漏水阀门横截面积 $w_{1,2,3}$ | 0.5cm ² |
| 蓄水池容积 | 50544cm ³ |
| 联接管横截面积 S_n | 0.5cm ² |

传感器是 Freescale MPX5010DP CASE867C-05 差压传感器。它的工作原理是：检测两个压力输入口的气压，将差值与最大压力值进行比较，输出为 0V-5V 的模拟电压信号。

通过对传感器的标定，确定水箱实际的液位高度与传感器输出电压的关系为： $h_i = a_i v_{hi} + b_i$ ，($i=1,2,3$)，其中 a_i 是固定不变的值， b_i 是受环境影响的变化值，在每次实验之前需要进行标定。三个传感器的 a_i 分别为： $a_1 = 24.22$ ， $a_2 = 23.87$ ， $a_3 = 22.99$ 。

执行器部分包括电机调速模块以及水泵。DTS-V-10-24FS 电机调速模块接收 0V-5V 的控制电压，输出 0V-12V 的直流电。水泵采用的是 SHURFLO 公司的 2088-343-135 隔膜增压泵。

通过对执行器的标定，发现执行器所接收的电压 v_{Qi} 与水泵的实际流量 Q_i 之间的线性度不是很好，但可以近似的将他们的关系表示成 $Q_i = k_i v_{Qi}$ 的形式，其中 ($i=1,2$)，在每次实验之前需要重新标定 k_i 的值。

工控机是三容水箱系统实验平台的核心，所有硬件以及软件均由工控机调配。本实验装置采用研华科技的 IPC-610L 工控机，本款工控机内含 Intel Core i7 处理器、H61 芯片组、2 个 DIMM 插槽、DDR3 1066/1333 16GB 内存，功能强大，是能够顺利进行实验以及准确验证先进控制算法的重要保障。

2.4 本章小结

本章首先简述了三容水箱的结构、特点以及典型控制问题；然后介绍三容水箱的精确数学模型，同时将其进行线性化获得模型的状态空间形式，建立基于 Matlab/Simulink 的仿真模型；最后介绍了三容水箱系统的实验装置构成、各项参数以及系统的运行机制。

第 3 章基于约束 H_∞ 输出反馈的控制

本章在三容水箱系统模型的基础之上，将一种鲁棒控制理论——基于约束 H_∞ 输出反馈的控制方法应用于三容水箱系统。本章首先给出针对约束线性系统的一种约束 H_∞ 输出反馈控制方法的理论基础，给出利用线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 方法进行控制问题的求解；然后针对三容水箱系统的控制问题进行分析，设计相应的控制器；最后在 Matlab/Simulink 环境下进行仿真，在三容水箱系统的实验平台上进行控制器有效性的验证。

3.1 约束 H_∞ 输出反馈控制方法

考虑如下的线性时不变系统，

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t), \\ z_1(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t), \\ z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t), \dots \dots \dots (3.1) \\ y(t) &= C_3 x(t) + D_{31} w(t), \end{aligned}$$

遵从如下的输出约束，

$$|z_{2i}(t)| \leq z_{2i, \max}, i = 1, 2, \dots, n_{z2} \dots \dots \dots (3.2)$$

这里 $x(t) \in R^{n_x}$ 是系统状态， $z_1(t) \in R^{n_{z1}}$ 是性能输出， $z_2(t) \in R^{n_{z2}}$ 是约束输出， $y(t) \in R^{n_y}$ 是测量输出， $u(t) \in R^{n_u}$ 是控制输入， $w(t) \in R^{n_w}$ 是系统受到的外界干扰或者具有不确定性的输入量。假设扰动信号 $w(t)$ 不会直接影响系统的约束输出 $z_2(t)$ 和测量输出 $y(t)$ ，因此矩阵 D_{21} 和 D_{31} 都是零矩阵。另外，还需要声明以下假设：

假设 3.1 系统 $A B_u C_3$ 是可稳的并且可观测。

假设 3.2 扰动输入量 $w(t) \in R^{n_w}$ 的具体形式可以是不确定的，但是必须能量有界，也就是满足如下紧集

$$W := \left\{ w \in R^{n_w} \mid \int_0^\infty \|w(\tau)\|_2^2 d\tau \leq w_{\max} \right\}, \dots \dots \dots (3.3)$$

对于任何 $t \geq 0$ ，都有 $w(t) \in W$ 。

考虑如下反馈控制律 K ，

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= A_k \xi(t) + B_k y(t), \dots\dots\dots(3.4) \\ u(t) &= C_k \xi(t) + D_k y(t), \end{aligned}$$

其中 $\xi(t) \in R^{n_k}$ 是反馈控制律的状态变量， A_k 、 B_k 、 C_k 和 D_k 是需要被计算的具有适当维数的常数矩阵。

将控制器(3.4)代入到线性时不变系统(3.1)中，则闭环系统如下，

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= A_{cl} x_{cl}(t) + B_{cl} w(t), \\ z_1(t) &= C_{cl,1} x_{cl}(t) + D_{cl,1} w(t), \dots\dots\dots(3.5) \\ z_2(t) &= C_{cl,2} x_{cl}(t) + D_{cl,2} w(t), \end{aligned}$$

其中， $x_{cl}(t) = \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}$ ， $B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_k D_{31} \\ B_k D_{31} \end{bmatrix}$ ， $C_{cl,1} = \begin{bmatrix} C_1 + D_{12} D_k C_3 \\ D_{12} C_k \end{bmatrix}^T$ ， $D_{cl,1} = [D_{11} + D_{12} D_k D_{31}]$ ，

$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_k C_3 & B_2 C_k \\ B_k C_3 & A_k \end{bmatrix}$ ， $C_{cl,2} = [C_2 + D_{22} D_k C_3 \quad D_{22} C_k]$ ， $D_{cl,2} = [D_{21} + D_{22} D_k D_{31}]$ 。

约束 H_∞ 输出反馈控制方法的控制目标可以描述为：设计一个反馈控制律(3.4)，可以保证闭环系统(3.5)的内部稳定，使得从扰动输入 $w(t)$ 到性能输出 $z_1(t)$ 的 H_∞ 范数最小，并且满足系统的约束输出 $z_2(t)$ 。

为了实现以上的控制目标，即求解出反馈控制律 K ，本文将以线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 方法为工具，描述为了获得反馈控制律 K 所需要求解的优化问题，最终总结出基于约束 H_∞ 输出反馈控制理论的控制器的设计过程以及求解步骤。

考虑闭环系统(3.5)，对于一个给定的标量 $\gamma > 0$ ，我们希望从扰动输入 $w(t)$ 到性能输出 $z_1(t)$ 的 H_∞ 性能小于标量 γ ，那么需要假设存在一个正定对称的矩阵 X_{cl} 满足如下的线性矩阵不等式，

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl} & X_{cl} B_{cl} & C_{cl,1}^T \\ * & -\gamma I & D_{cl,1}^T \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} \leq 0, \dots\dots\dots(3.6)$$

这里用*代替对角线上方相应元素的对称转置。

定义一个二次型李雅普诺夫函数: $V(x_{cl}) := x_{cl}^T X_{cl} x_{cl}$, 则不等式(3.6)和如下不等式等价^[24],

$$\frac{d}{dt}V(x_{cl}(t)) + \|z_1(t)\|^2 - \gamma^2 \|w(t)\|^2 \leq 0, \dots\dots\dots (3.7)$$

将式(3.7)从0到t进行积分, 则得到下式,

$$V(x_{cl}(t)) + \int_0^t \|z_1(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 \int_0^t \|w(\tau)\|^2 d\tau + V(x_{cl}(0)), \dots\dots\dots (3.8)$$

这里 $t \geq 0$ 。紧集(3.3)和不等式(3.8)意味着下式所表示的椭圆域中包含了系统所有的状态轨迹,

$$\Omega(X_{cl}, \alpha) := \{x_{cl} \in R^{n_x} \mid V(x_{cl}) \leq \alpha, \alpha := \gamma^2 w_{max} + V(x_{cl}(0))\}. \dots\dots\dots (3.9)$$

为了能够保证约束条件, 假设存在一个矩阵 X_{cl} , 满足 $X_{cl} = X_{cl}^T > 0$ 以及矩阵不等式(3.6), 并且 $x_{cl} \in \Omega(X_{cl}, \alpha)$ 。如果不等式

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} Z & C_{cl,2} \\ C_{cl,2}^T & X_{cl} \end{bmatrix} \geq 0, \dots\dots\dots (3.10)$$

同时 $Z_{ii} \leq z_{2i, \max}^2$, ($i=1, 2, \dots, n_{z_2}$), 则由 Schu 补定理可知, 矩阵不等式(3.10)与 $\alpha(C_{cl,2} X_{cl}^{-1} C_{cl,2}^T)_{ii} \leq \max_{t \geq 0} |z_i(t)|^2 = z_{2i, \max}^2$ 是等价的, 那么只要(3.10)成立, 就能够保证反馈控制律 K 可以满足输出约束(3.2)。

利用变量替换法可以将式(3.10)和(3.6)转化为 LMI。将矩阵 X_{cl} 和矩阵 X_{cl}^{-1} 进行分块:

$$X_{cl} = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^T & * \end{bmatrix}, X_{cl}^{-1} = \begin{bmatrix} X & M \\ M^T & * \end{bmatrix}, \dots\dots\dots (3.11)$$

这里的*表示任意矩阵块, Y 、 X 是对称矩阵并且和 A 的维数相同。由 $X_{cl} X_{cl}^{-1} = I$ 可得 $X_{cl} \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$, 因此, 能得到 $X_{cl} \Pi_1 = \Pi_2$, 其中 $\Pi_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}$, $\Pi_2 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$ 。

定义如下变量替换公式，

$$\begin{aligned} \hat{A} &:= NA_k M^T + NB_k C_3 X + YB_u C_k M^T + Y(A + B_u D_k C_3) X, \\ \hat{B} &:= NB_k + YB_u C_k, \\ \hat{C} &:= C_k M^T + D_k C_3 X, \\ \hat{D} &:= D_k, \end{aligned} \dots\dots\dots(3.12)$$

假设矩阵 M 和 N 满秩，如果给定矩阵 \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} , Y , X ，则反馈控制律 K 中的变量 A_k , B_k , C_k , D_k 就能够从(3.12)中获得。假设矩阵 M 和 N 为可逆方阵，则 A_k , B_k , C_k , D_k 唯一^[39]。

将不等式(3.6)左、右乘 $diag(\Pi_1, I, I)$ ，将(3.10)左、右乘 $diag(I, \Pi_1)$ ，获得以下两个不等式，

$$\begin{bmatrix} S_0 & S_1 & B_w & (C_1 X + D_{12} \hat{C})^T \\ * & S_2 & YB_w & (C_1 X + D_{12} \hat{D} C_2)^T \\ * & * & -I & (D_{11} + D_{12} \hat{D} D_{31})^T \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \leq 0, \dots\dots\dots(3.13)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} Z & M_0 & M_1 \\ * & X & I \\ * & * & Y \end{bmatrix} > 0 \text{ with } Z_{ii} \leq z_{2i, \max}^2, \dots\dots\dots(3.14)$$

这里用*代替对角线上方相应元素的对称转置，其中 $S_0 = AX + XA^T + B_u \hat{C} + (B_u \hat{C})^T$, $S_1 = \hat{A}^T + A + B_u \hat{D} C_3$, $S_2 = A^T Y + YA + \hat{B} C_2 + (\hat{B} C_2)^T$, $M_0 = C_2 X + D_{22} \hat{C}$, $M_1 = C_2 + D_{22} \hat{D} C_3$ 。

由以上内容可知，式(3.13)和(3.14)是 \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} , Y , X 的线性矩阵不等式组。则以下的半定规划问题：

$$\min_{X>0, Y>0, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}} \gamma \quad \text{st. LMIs (3.13)(3.14)}, \dots\dots\dots(3.15)$$

是凸的。

对于该问题，文献[36]中给出了一个重要定理：

定理 3.1 如果半定规划问题(3.15)有最优解 X^* , Y^* , \hat{A}^* , \hat{B}^* , \hat{C}^* , \hat{D}^* ，则控制律(3.4)能够使

- 1) 闭环系统对能量有界的扰动的抵抗作用是 γ^*
- 2) 如果扰动的能量满足式(3.9)，那么系统满足约束式(3.2)^[32]。

由于 (A, B) 是可稳的，也就存在一个大于零的常数 α ，使线性矩阵不等式优化问题有可行解。根据 $X_{cl} X_{cl}^{-1} = I$ ，则有 $MN^T = I - XY$ ，即当求出 X, Y 后，由奇异值分解可求出非奇异矩阵 M, N 。通过以下公式能求得反馈控制律 K 中的各项矩阵^[40]：

$$\begin{aligned} D_k &:= \hat{D}^*, \\ C_k &:= (\hat{C}^* - D_k C_3 X) M^{-T}, \\ B_k &:= N^{-1}(\hat{B}^* - Y B_2 D_k), \\ A_k &:= N^{-1}(\hat{A}^* - N B_k C_3 X - Y B_2 C_k M^T - Y A X - Y B_2 D_k C_3 X) M^{-T}. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

综合文献[36][40][41]中的定理及推论，本文归纳了基于约束 H_∞ 输出反馈控制方法的设计步骤：

- (1) 获得被控对象的线性时不变状态空间方程，明确性能输出 $z_1(t)$ 及约束输出 $z_2(t)$ ，验证假设3.1及3.2，确定式(3.1)中各矩阵；
- (2) 给定一个大于零的常数 α ，利用线性矩阵不等式理论，在满足式(3.13)和(3.14)的条件下，求解半定规划问题(3.15)的最优解 $X^*, Y^*, \hat{A}^*, \hat{B}^*, \hat{C}^*, \hat{D}^*$ ；
- (3) 根据等式 $MN^T = I - XY$ ，通过奇异值分解获得非奇异矩阵 M, N ；
- (4) 根据式(3.15)求出约束 H_∞ 输出反馈控制器 K 。

3.2 三容系统的约束 H_∞ 输出反馈控制器设计

三容水箱系统基于约束 H_∞ 输出反馈方法的控制结构如图 3.1 所示。系统采用反馈控制结构来实现水箱 1 和水箱 2 内部液位对期望液位高度的跟踪控制。由于本章采用的是约束 H_∞ 输出反馈控制方法，因此只需要使用三容水箱系统的测量输出作为反馈控制器的输入。

三容水箱系统线性状态空间方程满足假设3.1。水箱的漏水干扰由水箱底部的漏水阀门来模拟，在系统运行过程中，某个时刻将漏水阀门打开，水箱内一部分水通过漏水阀门从水箱内部流入底部水槽，发生了水流失，一段时间后再将阀门关闭结束模拟漏水干扰，即外界扰动能量有界，满足假设3.2。

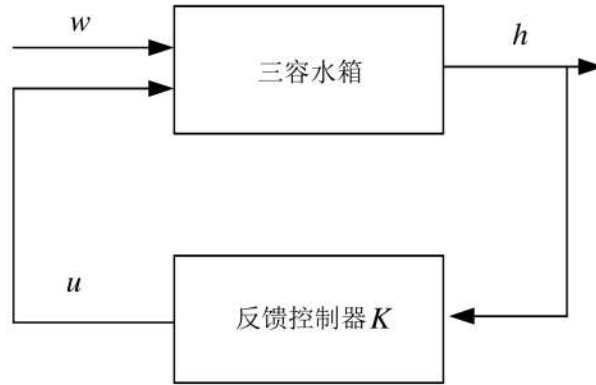


图 3.1 三容水箱控制系统框图

根据本文第二章的内容，设三容水箱系统的平衡点为： $h_0 = (h_{01} \ h_{02} \ h_{03})^T$ ， $Q_0 = (Q_{01} \ Q_{02})^T$ ，系统的期望液位高度即输入量为 $h^* = h_0$ ，干扰输入量为 $w(t)$ 。将系统的数学模型在平衡点处归一化、线性化后，系统的状态变量为 $x_i(t) = (h_i(t) - h_{0i}) / h_{0i}$ ， $(i=1,2,3)$ 系统的控制变量为 $u_i(t) = (Q_i(t) - Q_{0i}) / Q_{0i}$ ， $(i=1,2)$ ，系统的测量输出为水箱 1 和水箱 2 的液位高度，即 $h_i(t)$ ， $(i=1,2)$ 。

本文选择三容水箱系统的性能输出为水箱 1 和水箱 2 液位高度归一化后的变量，即 $z_1(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ 。从实践的角度考虑，电机调速模块和两个水泵组成了系统的执行器，然而施加在执行器两端的电压不可以超过其额定电压，否则执行器将会被烧坏，也就是说执行器所能提供的水流量存在一个最大值，这意味着系统存在约束，因此本文根据实际情况定义系统的约束输出为两个水泵的流量归一化后的变量 $z_2(t) = [u_1(t) \ u_2(t)]^T$ ，即控制量，约束输出的最大值为 $z_{2i,\max} = (Q_{i,\max} - Q_{0i}) / Q_{0i}$ ， $(i=1,2)$ 。

基于以上分析，确定式 (3.1) 中的其他矩阵如下： $C_1 = C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，

$$C_2 = D_{11} = D_{21} = D_{31} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

3.3 仿真及实验

为了进一步验证本章 3.1 节中的约束 H_∞ 输出反馈控制方法的有效性，本节首先在第二章所建立的三容水箱系统 Simulink 模型的基础之上，结合约束 H_∞ 输出反馈控制器，

完成一组仿真，然后在基于数据采集卡和工控机的三容水箱系统实验平台上完成两组实物实验。本节中，一组仿真和两组实验选定的目标液位均为：水箱1内液位高度达到45cm，水箱2内液位高度达到25cm。

3.3.1 仿真结果

本小节将给出仿真结果及分析。根据期望目标，通过三容水箱系统的数学模型计算得到的平衡点为： $h_{01} = 45\text{cm}$ ， $h_{02} = 25\text{cm}$ ， $h_{03} = 31.1\text{cm}$ ， $Q_{01} = 27.7088\text{ml/s}$ ， $Q_{02} = 50.0298\text{ml/s}$ 。流量的最大值为： $Q_{1\max} = 148.5502\text{ml/s}$ ， $Q_{2\max} = 152.0138\text{ml/s}$ 。流量系数为： $a_{z1} = 0.3356$ ， $a_{z2} = 0.7020$ ， $a_{z3} = 0.5066$ 。控制器的参数选定为： $\alpha = 7$ 。仿真过程中加入的漏水干扰如图3.2所示：在仿真开始后的第600秒、第1200秒、第1800秒分别打开漏水阀门1、2、3，分别在60秒后将相应漏水阀门关闭。

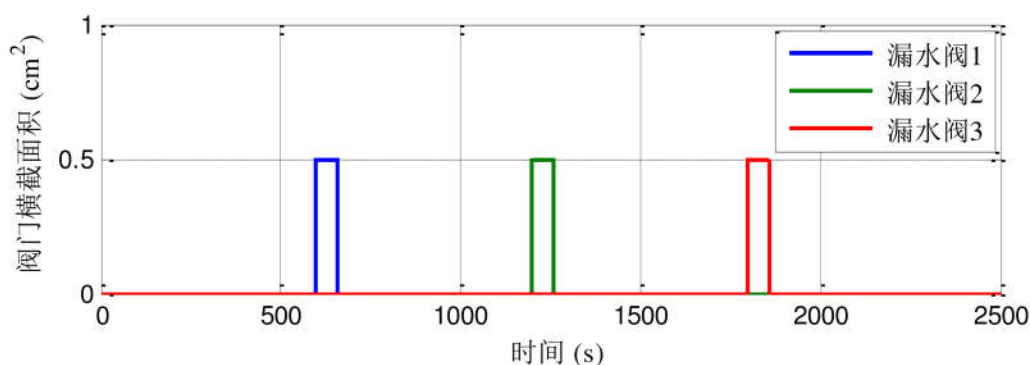


图 3.2 漏水干扰

图3.3和图3.4为仿真结果。由图3.3可知，在初始时刻，三个水箱中都没有水，期望液位与当前时刻液位的误差值较大，因此这时水泵所提供的流量非常大，但由控制器对水泵流量存在约束，不会使水泵的流量达到最大值，从而起到保护水泵的作用。在系统运行500秒左右，水箱1和水箱2达到了期望的液位高度，即45cm和25cm，系统也达到了平衡状态。在600秒时，漏水阀门1打开后，水箱1中的液位出现下降，同时水泵1的流量迅速增加，水泵2的流量也略微增加。在漏水阀门1关闭后，水箱1的液位迅速上升，系统恢复到原来的平衡状态。后面的情况都类似，不再过多描述。

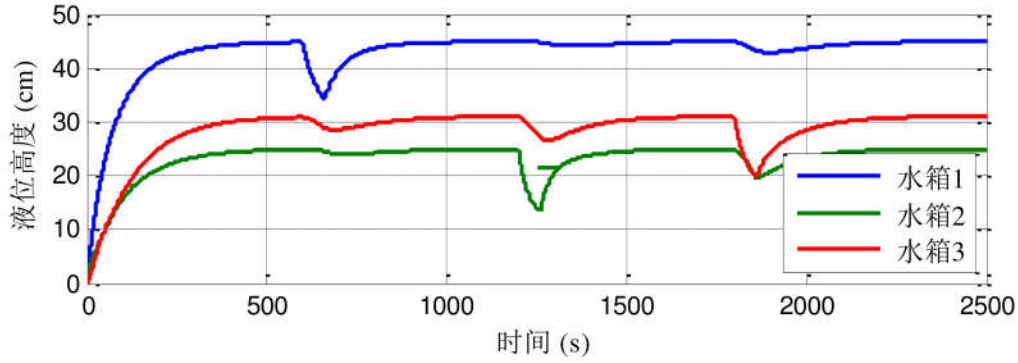


图 3.3 三个水箱的液位高度

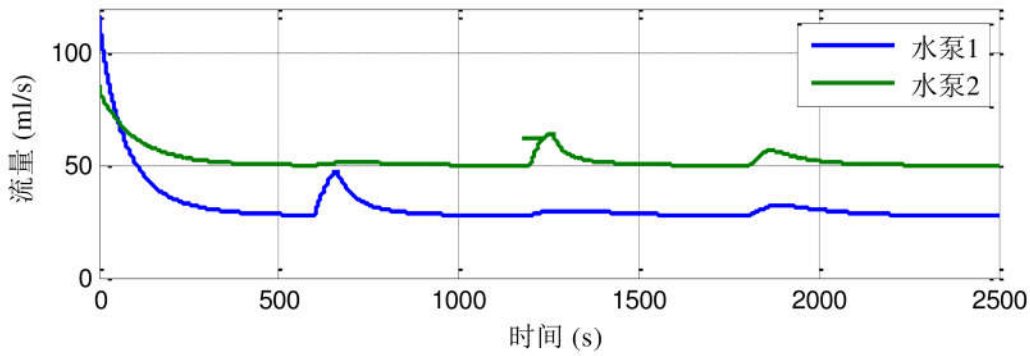


图 3.4 两个水泵的流量

3.3.2 实验结果

本小节将给出在第二章介绍的三容水箱系统实验平台上做出的两组实验结果。

在第一组实验中，并没有加入漏水干扰，只是让水箱单纯的达到期望的平衡状态。实验中的参数为： $h_{01} = 45\text{cm}$ ， $h_{02} = 25\text{cm}$ ， $h_{03} = 31.3\text{cm}$ ， $\alpha = 12$ ， $Q_{01} = 27.8628\text{ml/s}$ ， $Q_{02} = 57.7267\text{ml/s}$ ， $a_{z1} = 0.3340$ ， $a_{z2} = 0.7872$ ， $a_{z3} = 0.5226$ ， $k_1 = 23.9315$ ， $k_2 = 29.9080$ 。实验中为了防止执行器模块被烧坏，将最大流量设置为： $Q_{1\max} = 130\text{ml/s}$ ， $Q_{2\max} = 130\text{ml/s}$ 。

在实验过程中，为了更加直观，将系统的控制量由水泵的流量转换为施加在电机调速模块两端的电压，电机调速器所能承受的最大电压是 5V，由图 3.6 可知，在初始时刻，由于受到了控制器的约束，电机调速器的电压没有超过 5V，避免了调速器被烧坏，起到了保护作用。由图 3.5 可知，在 400 秒左右系统达到了平衡，并且一直稳定在平衡状态，液位高度和调速器的电压都不再变化。

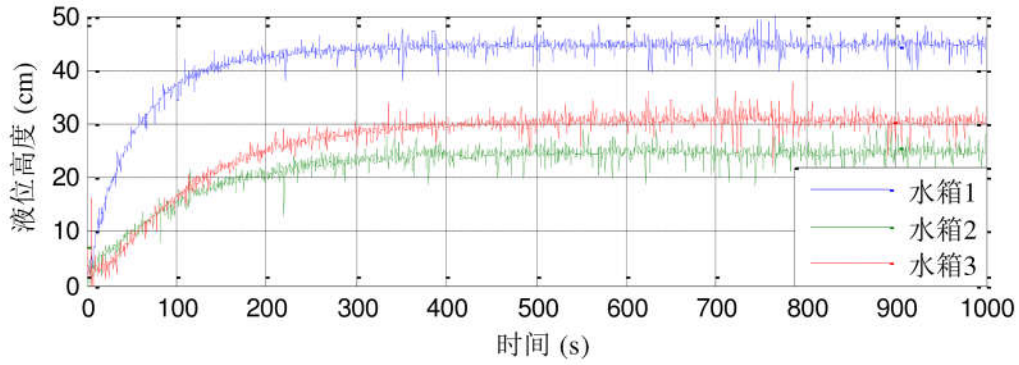


图 3.5 三个水箱的液位高度

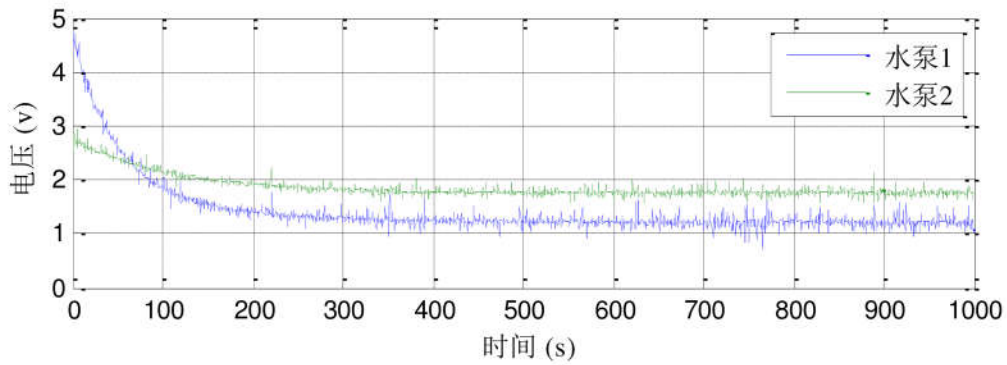


图 3.6 两个电机调速器的电压

第二组实验在第一组实验的基础上加入了漏水干扰，干扰加入的时刻与时长与本节中的仿真相同，如图 3.2。

实验中的参数为： $h_{01} = 45\text{cm}$ ， $h_{02} = 25\text{cm}$ ， $h_{03} = 30.8\text{cm}$ ， $\alpha = 12.8$ ， $Q_{01} = 28.4785\text{ml/s}$ ， $Q_{02} = 52.3389\text{ml/s}$ ， $Q_{1\text{max}} = 130\text{ml/s}$ ， $Q_{2\text{max}} = 130\text{ml/s}$ ， $a_{z1} = 0.3474$ ， $a_{z2} = 0.7298$ ， $a_{z3} = 0.5123$ ， $k_1 = 23.2847$ ， $k_2 = 27.5539$ 。

实验结果如图 3.7 和图 3.8 所示，与仿真结果图 3.3 和图 3.4 吻合。

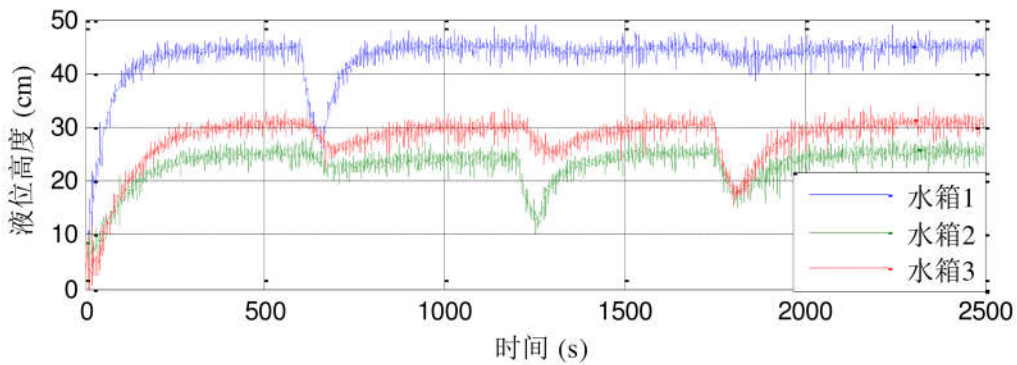


图 3.7 三个水箱的液位高度

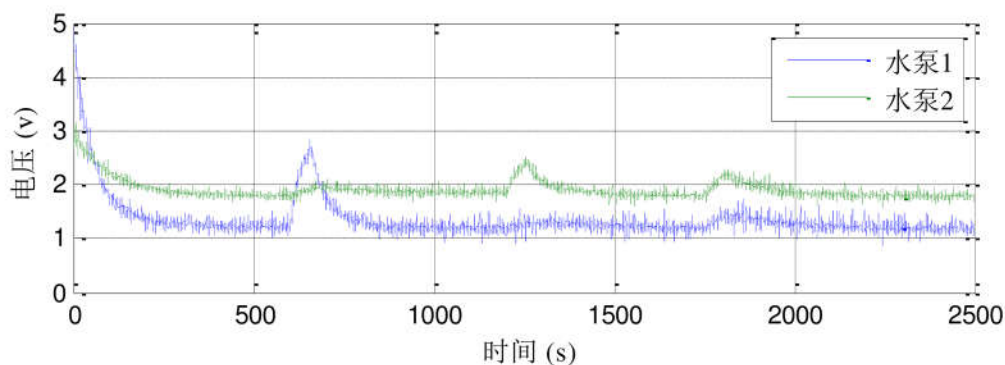


图 3.8 两个电机调速器的电压

由本节的一组仿真和两组实验结果可知, 约束 H_∞ 输出反馈控制器能够使三容水箱系统跟踪上期望的平衡状态, 可以将系统的控制量限制在约束范围内, 在发生漏水时控制量迅速增加防止液体过多泄漏, 在漏水干扰消失时使得系统迅速恢复到原来的平衡状态。

3.4 本章小结

本章在三容水箱系统模型的基础之上, 将一种新的控制理论——基于约束 H_∞ 输出反馈的控制方法应用于三容水箱系统, 并通过仿真以及实验对控制器的有效性进行验证。具体的研究内容如下:

首先, 本章介绍了适用于约束线性系统的一种约束 H_∞ 输出反馈控制方法的理论基础, 给出了利用线性矩阵不等式工具求解其优化问题的方法, 以及控制器的详细设计步骤。

其次, 经过分析, 说明约束 H_∞ 输出反馈控制方法可以解决三容水箱系统的控制问题, 给出控制结构, 并对控制器进行设计。

最后, 本章给出三容水箱系统的约束 H_∞ 输出反馈控制在 Matlab/Simulink 环境下的仿真结果, 以及在实验平台上做出的实验结果, 并进行了相应的分析, 验证了控制器的有效性。

第4章基于干扰观测器的控制

本文在第三章中研究了基于约束 H_∞ 输出反馈的控制方法，将其应用于三容水箱系统，并进行了仿真和实验。由于约束 H_∞ 输出反馈控制方法只适用于线性时不变系统，因此在上一章的讨论中，我们考虑的是经过线性化后的三容水箱系统，然而在将系统线性化的过程中，被忽略的高阶未建模动态以及系统本身的参数摄动势必会对控制效果产生影响，因此本章将研究另一种鲁棒控制方法——基于干扰观测器的控制 (Disturbance Observer Based Control, DOBC)。

本章首先介绍基于干扰观测器控制方法的基本理论，给出控制器的设计步骤；然后分析三容水箱系统的控制策略，给出整体的控制结构，并对结构中的模块逐一进行设计；最后进行仿真和实验，并对结果进行分析。

4.1 干扰观测器控制方法

考虑如下受到多个扰动的线性时不变系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

其中 A 、 B_w 、 B_u 为系统矩阵， $x \in R^{n_x}$ 是状态变量， $u \in R^{n_u}$ 是控制输入， $y \in R^{n_y}$ 是测量输出， $w \in R^{n_w}$ 是干扰输入。

由于在推导被控对象线性模型的过程中，不可避免地要忽略一些高阶非线性项，这些高阶未建模动态会导致系统具有不确定性，另外被控对象内部的参数摄动也增加了系统的不确定性。将这两种不确定性考虑进来，那么系统的状态空间方程可以写成如下形式：

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) + \Delta Ax(t) + O(x, u, w), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

其中矩阵 ΔA 是由系统本身参数变化引起的摄动，非线性函数 $O(x, u, w)$ 是关于 x 、 u 和 w 的高阶非线性项。令 $d(t) = B_w w(t) + \Delta Ax(t) + O(x, u, w)$ ，重写系统状态空间方程，

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \dots\dots\dots(4.3)$$

其中 B_d 是适当维数的单位矩阵, $d(t)$ 代表扰动的集总。

对于线性时不变系统(4.3), 可以设计具有如下状态空间形式的干扰观测器来估计系统的干扰^[36]

$$\begin{cases} \dot{p} = -LB_d(p + Lx) - L(Ax + B_u u), \\ \hat{d} = p + Lx, \end{cases} \dots\dots\dots(4.4)$$

其中 \hat{d} 为集总扰动的估计向量, p 为中间向量, L 为待选取的干扰观测器增益矩阵。

基于干扰估计, 可以获得以下形式的复合控制律

$$u = K_x x + K_d \hat{d} \dots\dots\dots(4.5)$$

其中 K_x 是反馈控制器的增益矩阵, K_d 是干扰观测器的干扰补偿增益矩阵。设计 K_d 的目的是消除干扰对输出通道稳态的影响。

为建立闭环系统的稳定性, 需作出以下假设。

假设 4.1 集总扰动 $d(t)$ 及其导数是有界的, 即当 $t \geq 0$ 时, $\|\hat{d}(t)\| \leq \alpha$, 其中 α 是已知的常数。

假设 4.2 (A, B_u) 是能控的。

通过以下两个定理及推论能够获得干扰观测器的跟踪性能。

定理 4.1 如果线性时不变系统(4.3)的集总扰动输入量 $d(t)$ 满足假设4.1, 选择适当的干扰观测器(4.4)的增益矩阵 L 使 $-LB_d$ 是 Hurwitz 的, 则干扰观测器(4.4)产生的估计向量 $\hat{d}(t)$ 能够渐进跟踪上实际的集总扰动输入 $d(t)$, 但是存在偏差^[36]。

在定理 4.1 中给出了干扰观测器(4.4)的扰动估计向量 $\hat{d}(t)$ 与集总扰动输入 $d(t)$ 的偏差估计值, 文献[36]在证明该定理的过程中说明了干扰观测器的估计误差取决于系统本身的特性和外界集总扰动的 $\|\hat{d}(t)\|$ 的大小, 因此有如下推论:

推论 4.1 如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{d}(t) = 0$ 时, 选择适当的干扰观测器(4.4)的增益矩阵 L 使 $-LB_d$

是 Hurwitz 的, 那么干扰观测器(4.4)的扰动估计向量 $\hat{d}(t)$ 能够无静差的跟踪上集总扰动 $d(t)$ ^[36]。

定理 4.2 假设线性时不变系统(4.3)的集总扰动输入量 $d(t)$ 满足假设 4.1, 如果存在适当的 K_x , L 和 K_d 满足以下两个条件

- (1) $-LB_d$ 和 $A+B_uK_x$ 是 Hurwitz 的;
- (2) $B_uK_d+B_d=0$ 。

那么

- (a) 线性时不变系统(4.3)在复合控制律(4.5)的作用下从输入到状态是稳定的;
- (b) 系统的状态 $x(t)$ 是有界的^[36]。

由定理 4.2 可知, 无论集总扰动 $d(t)$ 是否有界, 只要在时间趋于无穷时, 系统的状态 $x(t)$ 都能够到达平衡点的某邻域, 这个邻域的范围由集总干扰的 $\|\hat{d}(t)\|$ 、反馈控制器增益矩阵 K_x 、干扰补偿增益矩阵 K_d 以及干扰观测器增益矩阵 L 决定。

推论 4.2 假设线性时不变系统(4.3)满足假设 4.1 及假设 4.2, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{d}(t)=0$, 如果存在 K_x 、 K_d 以及 L 满足以下两个条件

- (1) $-LB_d$ 和 $A+B_uK_d$ 是 Hurwitz 的;
- (2) $B_uK_d+B_d=0$ 。

那么, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)=0$, 也就是系统所受到的扰动能够完全被抑制^[36]。

由推论 4.2 可知, 无论集总扰动 $d(t)$ 是否有界, 只要在时间趋于无穷时, 集总扰动满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{d}(t)=0$, 系统所受到的扰动能够完全被抑制。

为了求出干扰观测器的干扰补偿增益矩阵 K_d , 需要再做出以下两个假设。

假设 4.3 系统的集总扰动在到达稳定的状态时是常值, 即, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{d}(t)=0$ 或者 $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t)=d_s$, 其中 d_s 是一个常向量。

假设 4.4 系统矩阵以及反馈控制增益矩阵满足如下条件,

$$\text{rank}\left(C(A+B_uK_x)^{-1}B_u\right)=\text{rank}\left(\left[C(A+B_uK_x)^{-1}B_u, -C(A+B_uK_x)^{-1}B_d\right]\right) \dots (4.6)$$

基于以上四个假设，文献[34]中给出了如下定理。

定理 4.3 假设线性时不变系统(4.3)满足假设4.1-4.4，干扰观测器增益矩阵 L 和反馈控制增益矩阵 K_x 都可以使得矩阵 $-LB_d$ 及 $A+B_uK_x$ 是 Hurwitz 的，考虑线性时不变系统(4.3)在复合控制律(4.5)的控制下，干扰观测器的干扰补偿增益矩阵 K_d 可以满足如下公式，

$$C(A+B_uK_x)^{-1}B_uK_d = -C(A+B_uK_x)^{-1}B_d, \dots\dots\dots(4.7)$$

那么，根据此式就能够求出干扰补偿增益矩阵 K_d [34]。

对于受到多个扰动的线性时不变系统(4.3)，当矩阵 $B_d=B_u$ 时，我们称系统所受到的扰动为“匹配的不确定性”，也就是对于实际的系统，扰动量 $d(t)$ 是直接施加在控制量 $u(t)$ 上的，此时干扰补偿增益矩阵 $K_d = -1$ ；当矩阵 $B_d \neq B_u$ 时，我们称系统所受到的扰动为“不匹配的不确定性”，即扰动量 $d(t)$ 并不是直接施加在控制量 $u(t)$ 上，但是经过矩阵 B_d 将可以将扰动量 $d(t)$ 的作用转化到系统的前向通道上，这时的 K_d 可以由公式(4.7)求得。

因此具有状态空间形式的干扰观测器(4.4)既适用于估计匹配的不确定性，也可以用于估计不匹配的不确定性。

综合以上定理及推论，本文给出了基于干扰观测器(DOBC)的全信息反馈控制方法的设计步骤：

- (1) 在不考虑系统所受到的外部扰动及参数摄动的情况下，设计一个反馈控制器 K_x ，使得矩阵 $A+B_uK_x$ 是 Hurwitz 的，用来获得系统的稳定性和跟踪性；
- (2) 设计一个具有线性状态空间形式的干扰观测器(4.4)，选取适当的干扰观测器增益矩阵 L ，用以估计系统所受到的集总扰动；
- (3) 估计匹配的不确定行时，干扰补偿增益矩阵 $K_d = -1$ ，估计不匹配的不确定性时，根据公式(4.7)求出 K_d ，用来减弱或者消除扰动对状态稳态影响；
- (4) 将反馈控制增益 K_x 及扰动补偿增益 K_d 整合成基于干扰观测器的复合控制律(4.5)。

4.2 三容系统的 DOBC 控制器设计

本章中水箱的漏水干扰与 3.2 节中的描述相同，在此不再赘述。漏水过程以及三容水箱系统线性状态空间方程都满足假设 4.1–4.4，符合基于干扰观测器控制方法的应用条件，因此，可以设计一个干扰观测器来解决三容水箱系统发生漏水的问题。

本章中三容水箱系统的平衡点、期望液位高度、系统的输出量、状态变量、干扰输入量、控制变量以及在平衡点处归一化线性化过程均与 3.2 节相同。

三容水箱系统的控制框图如图 4.1 所示，系统采用反馈控制器和干扰观测器相结合的控制结构，来实现水箱 1 和水箱 2 内部液位对期望液位高度的跟踪控制。期望的液位高度 h^* 与三个水箱的当前时刻液位高度 $x(t)$ 之差作为反馈控制器的输入，当前时刻的系统液位高度和控制量共同作为干扰观测器的输入，系统的控制变量 $u(t)$ 是由反馈控制器 K_x 的输出量 $u_x(t)$ 和干扰观测器经过干扰观测增益 K_d 后的输出量 $u_d(t)$ 相加构成，

$$u(t) = u_x(t) + u_d(t) = K_x x(t) + K_d \hat{d}(t) \dots \dots \dots (4.8)$$

控制方案中的干扰观测器的作用是估计三容水箱系统中的扰动，包括水箱的漏水干扰、参数摄动以及在系统线性化过程中被忽略的高阶非线性项。干扰补偿增益 K_d 可以将水箱泄漏的水在系统的输入通道即系统执行器处进行补偿。

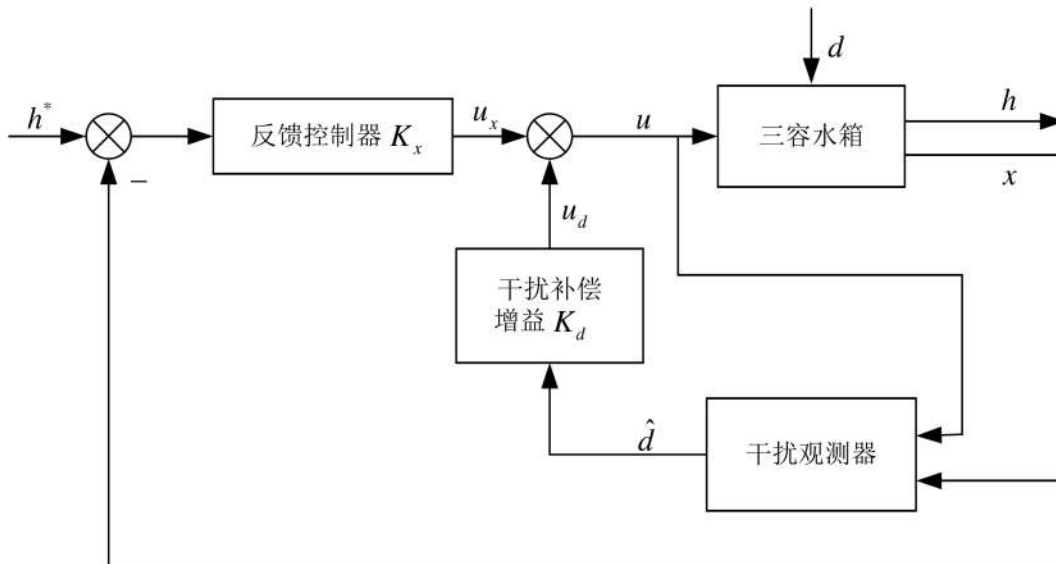


图 4.1 三容水箱控制系统框图

采用基于干扰观测器的控制方法时，设计反馈控制器和干扰观测器是两部分完全独立的过程，由于扰观测器及干扰补偿增益可以抑制三容水箱系统中的主要干扰，因此选择一个比较简单的方法来设计反馈控制器即可。

根据基于干扰观测器(DOBC)的全信息反馈控制方法的设计步骤，首先在不考虑三容水箱漏水的情况下，根据线性二次型最优控制原理设计一个反馈控制器，来获得三容水箱闭环系统的稳定行，同时能够使得水箱 1 和水箱 2 中的液位高度可以跟踪上期望值，然后再进行设计干扰观测器的设计。

本文下节将根据 4.1 节的理论知识，来设计具体的三容水箱系统的反馈控制器以及干扰观测控制器。

4.2.1 反馈控制器设计

线性二次型调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)是最优控制理论的重要成果之一，经过科研工作者们多年来的研究、改进以及广泛的实践和应用，线性二次型最优控制已经成为设计反馈系统控制器的重要方法之一。LQR 方法适用于控制具有多个输入输出量的线性系统，利用被控对象的状态空间方程求解目标函数，从而得到可以使得被控系统具有最优性能的控制量。因此本文选用 LQR 控制器作为基于干扰观测器的复合控制律 $u = K_x x + K_d \hat{d}$ 中的反馈控制器 K_x 。

4.2.1.1 线性二次型最优控制原理

线性二次型最优控制原理适用于被控对象可由线性状态空间方程描述的问题，使用系统的控制变量和状态变量构建成一个可以表达控制目的的二次型函数，即目标函数，通过求解目标函数最终可以得到优化值。

设某个误差系统的线性状态空间方程为：

$$\dot{e}_l(t) = A_l e_l(t) + B_l u_l(t), \dots\dots\dots(4.9)$$

其中 A_l 为 n 阶常数方阵， B_l 为 $m \times n$ 阶常数矩阵， $e_l(t)$ 为系统的偏差，同时也是状态变量， $u_l(t)$ 为系统的控制输入变量。

假设控制目标是希望获得一个控制量 $u_l^*(t)$ ，使得系统的偏差 $e_l(t)$ 尽可能小，同时又不希望 $u_l^*(t)$ 的控制作用过大。下面的目标函数可以体现这种性能要求：

$$J[u_l(t)] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [e_l^T(t) Q e_l(t) + u_l^T(t) R u_l(t)] dt, \dots\dots\dots (4.10)$$

其中 Q 为 n 阶半正定对称常数方阵, R 为正定 m 阶对称常数方阵。

为了得到可以使目标函数 $J[u_l(t)]$ 具有最小值的控制量 $u_l^*(t)$, 需要求解如下黎卡提方程:

$$PA_l + A_l^T P + PB_l R^{-1} B_l^T P = Q, \dots\dots\dots (4.11)$$

其中 P 是适当维数的常数矩阵, 也是黎卡提方程的对称负定解。

那么, 通过求解黎卡提方程获得的最优控制律为:

$$u_l^*(t) = R^{-1} B_l^T P e_l(t). \dots\dots\dots (4.11)$$

4.2.1.2 LQR 控制器设计

将三容水箱系统的数学模型在平衡点处归一化、线性化处理之后, 得到的误差跟踪状态空间方程如下:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t), \dots\dots\dots (4.12)$$

其中 $x(t)$ 和 $u(t)$ 分别是三容水箱系统经过归一化后的误差变量和控制量, 并且 $u(t) = u_x(t) + u_d(t)$ 是基于反馈控制器和干扰观测器的控制输入量, $u_x(t) = K_x x(t)$ 为反馈控制器的输出, $u_d(t) = K_d \hat{d}(t)$ 为干扰观测器经过增益后的输出, $w(t)$ 为水箱发生漏水的干扰输入。

根据 DOBC 方法的一般设计步骤, 在设计反馈控制器时, 暂时不考虑水箱存在泄漏的情况, 即 $w(t) = 0$, 重新定义误差跟踪状态方程如下:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u_x(t). \dots\dots\dots (4.13)$$

设计反馈控制器的目标是使得状态误差最小, 也就是使水箱 1 和水箱 2 的实际液位高度跟踪上给定的期望值, 并且获得闭环系统的稳定性。

为了达到控制目标, 即求出控制问题的最优解, 需要选取如下目标函数:

$$J[u_x(t)] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t) Q x(t) + u_x^T(t) R u_x(t)] dt, \dots\dots\dots (4.14)$$

这里, 矩阵 Q 和 R 为加权矩阵, 其中 Q 是半正定矩阵, R 是正定对称矩阵。

由上节线性二次型最优控制原理可知, 通过求解黎卡提方程就可以得到系统的最

优反馈控制律 K_x 。

4.2.2 干扰观测器设计

本小节将根据 4.1 节的理论来设计三容水箱系统的干扰观测器。干扰观测器可以估计系统内部的参数摄动以及在系统线性化时所忽略的未建模动态。

将误差跟踪状态方程(4.12)添加高阶非线性项 $O(x, u, w)$ 和参数摄动项 ΔA ,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) + \Delta Ax(t) + O(x, u, w), \dots\dots\dots(4.15)$$

将非线性项及参数摄动项合并到集总干扰项中 $d(t) = B_w w(t) + \Delta Ax(t) + O(x, u, w)$, 可得

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t), \dots\dots\dots(4.16)$$

其中 $B_d = I$ 是 3×3 维的单位矩阵, $d(t)$ 代表水箱发生的漏水干扰, 其他矩阵的含义均与第二章的描述相同。

在本文 4.2.1.2 节中设计的 LQR 控制律 K_x 满足

$$\text{rank} \left(C(A + B_u K_x)^{-1} B_u \right) = \text{rank} \left(\begin{bmatrix} C(A + B_u K_x)^{-1} B_u, -C(A + B_u K_x)^{-1} B_d \end{bmatrix} \right). \dots\dots(4.17)$$

因此可以设计如下的干扰观测器

$$\begin{cases} \dot{p} = -LB_d(p + Lx) - L(Ax + B_u u), \\ \hat{d} = p + Lx, \end{cases} \dots\dots\dots(4.18)$$

其中 \hat{d} 是对水箱漏水干扰的估计向量, p 为中间过程的过度向量, L 为待选取的干扰观测器增益矩阵, 验证所选取的 L 使得矩阵 $-LB_d$ 是 Hurwitz 的。

最后根据公式(4.7)求出干扰观测增益矩阵如下

$$K_d = \left[C(A + B_u K_x)^{-1} B_u \right]^{-1} * \left[-C(A + B_u K_x)^{-1} B_d \right]. \dots\dots\dots(4.19)$$

4.3 仿真及实验

本节将对基于干扰观测器的控制方法及其控制结构的有效性进行验证, 首先将在三容水箱系统状态空间模型的基础上, 结合基于干扰观测的控制, 完成两组仿真, 然后在基于数据采集卡和工控机的三容水箱系统实验平台上完成两组实物实验。在本节中, 两组仿真和两组实验选定的目标液位均为: 水箱 1 内液位高度达到 25cm, 水箱

2 内液位高度达到 10cm。

4.3.1 仿真结果

本小节将给出两组仿真结果及分析。两组仿真使用的参数相同： $h_{01} = 25\text{cm}$ ， $h_{02} = 10\text{cm}$ ， $h_{03} = 14.2\text{cm}$ ， $Q_{01} = 23.0137\text{ml/s}$ ， $Q_{02} = 26.8622\text{ml/s}$ ， $g = 981\text{cm/s}^2$ ， $a_{z1} = 0.3162$ ， $a_{z2} = 0.7121$ ， $a_{z3} = 0.5070$ 。

下面给出第一组仿真。

根据 4.2 节中的线性二次型最优控制原理，LQR 反馈控制律的矩阵选为，

$$Q = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}。$$

干扰观测器中的过度向量 p 的初值选为 $p_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ ，干扰观测器的增益矩阵选为，

$$L = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}。$$

图 4.2 和图 4.3 为仿真结果。在第一组仿真中并没有加入漏水干扰。由图 4.2 可知，水箱 1 和水箱 2 内的液位高度在 300 秒左右就达到了期望值即 25cm 和 10cm，系统达到并且一直稳定在期望的平衡状态。由图 4.3 可以看出，在初始时刻，由于水泵的流量特别大，导致图 4.2 中的曲线出现超调，这并不是我们期望的情况。经过不断的试探，调节矩阵 Q ， R 和 L 并不能消除超调，但是调节干扰观测器中的过度向量 p 的初值，可以防止初始时刻水泵的流量持续过大，从而消除超调。

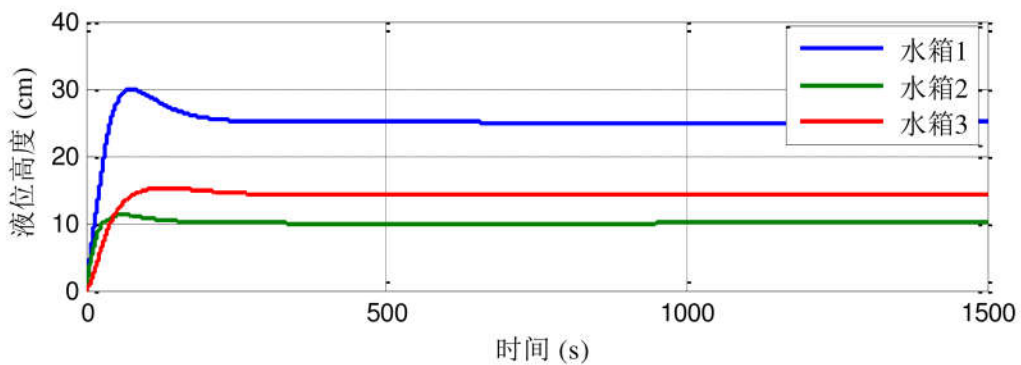


图 4.2 三个水箱的液位高度

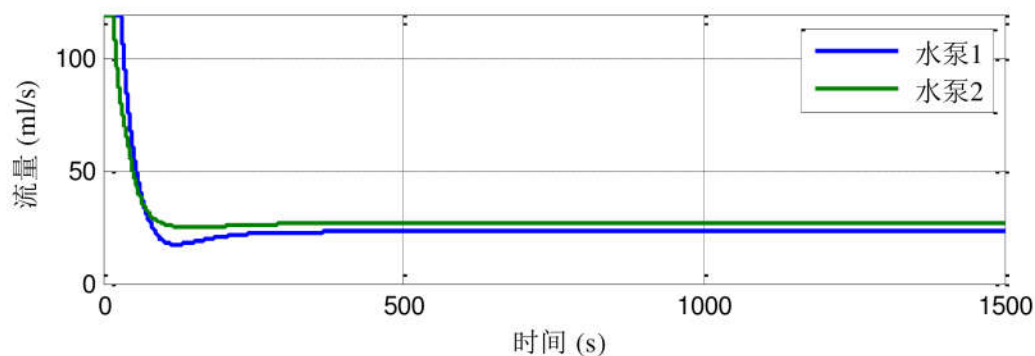


图 4.3 两个水泵的流量

下面给出第二组仿真。

本组仿真中 LQR 反馈控制律的矩阵选为

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}。$$

干扰观测器的过度向量 p 的初值选为 $p_0 = [0.08 \quad 0.2 \quad 0]^T$ ，干扰观测器的增益矩阵选为，

$$L = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}。$$

第二组仿真过程中加入了漏水干扰，如图 4.4 所示，在仿真开始后的第 300 秒和第 900 秒分别打开漏水阀门 1 和 2，分别在 300 秒后将相应漏水阀门关闭。

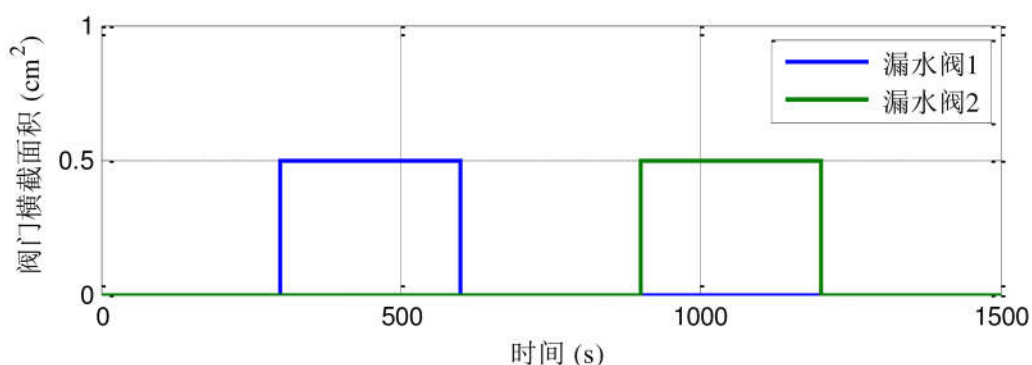


图 4.4 漏水干扰

图 4.5 和图 4.6 为第二组仿真结果。由图 4.5 可知，系统运行 200 秒左右就达到了平衡状态。由图 4.6 可知，在水箱发生泄漏时，水泵会及时加大流量，补偿泄漏出去的

水，使得系统恢复到原来的平衡状态。

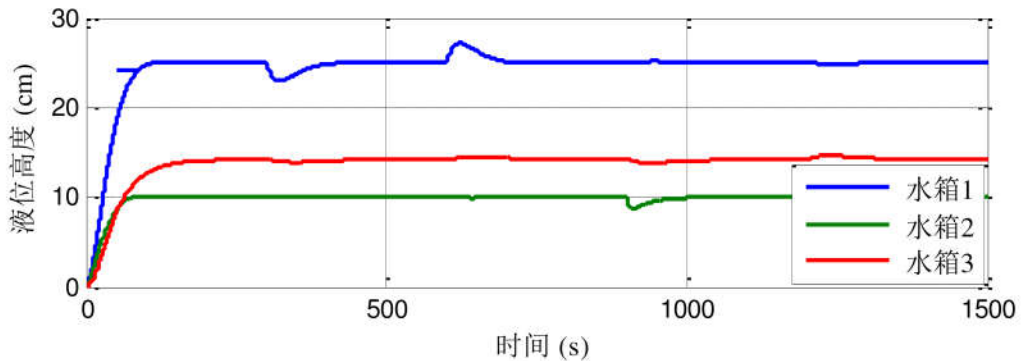


图 4.5 三个水箱的液位高度

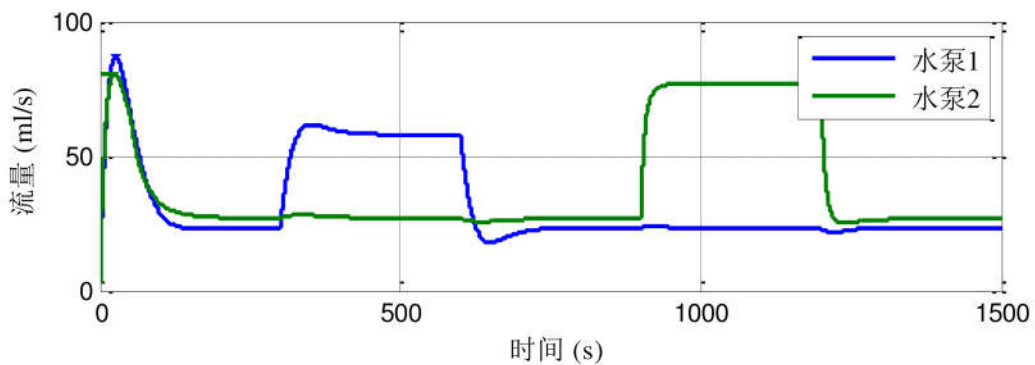


图 4.6 两个水泵的流量

4.3.2 实验结果

本小节将给出在三容水箱系统实验平台上做出的两组实验结果。第一组实验对应第一组仿真，第二组实验对应第二组仿真。

由于在 Matlab/Simulink 中搭建的三容水箱模型与实际系统不可避免的存在误差，在实验中使用与仿真相同的 Q 、 R 和 L 矩阵时，当系统达到平衡状态后，水箱 1 和水箱 2 的液位高度与期望值略有差距。本节实验的主要目的是验证控制器的干扰观测的功能，因此在实验中将 LQR 控制器的参数矩阵略做调整，使水箱 1 和水箱 2 的液位高度达到期望值。本节两组实验中的 Q ， R 和 L 矩阵均为，

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}.$$

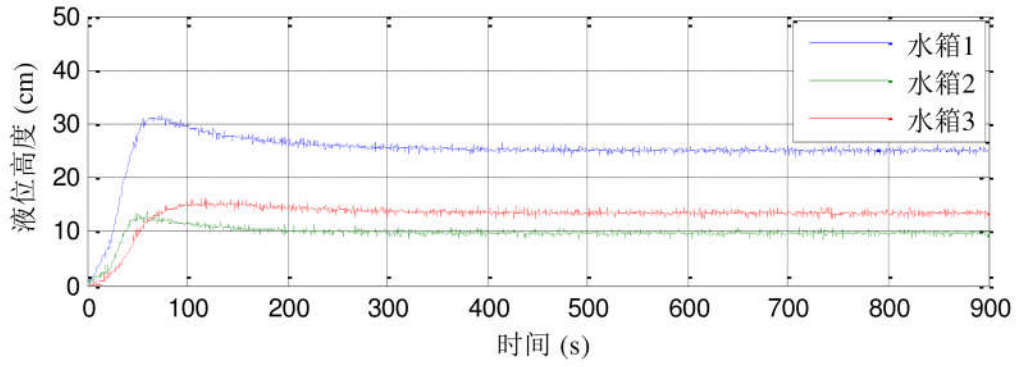


图 4.7 三个水箱的液位高度

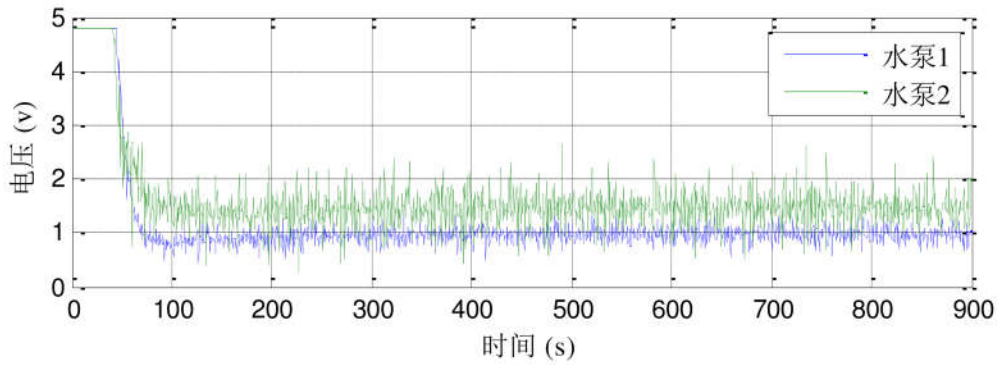


图 4.8 两个电机调速器的电压

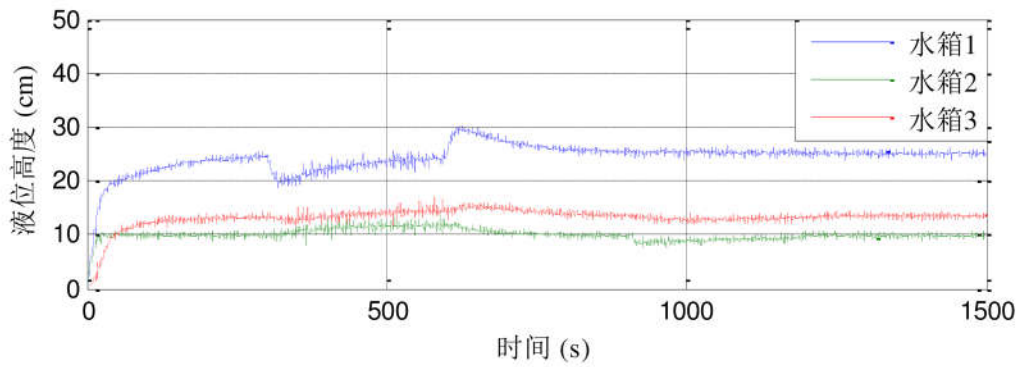


图 4.9 三个水箱的液位高度

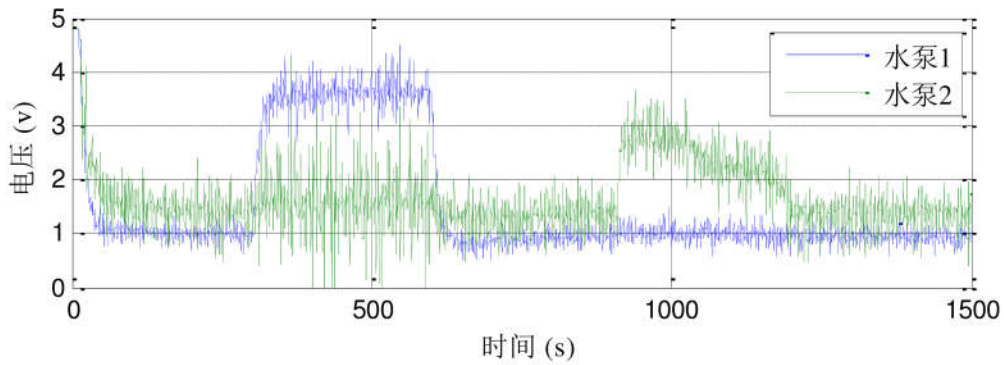


图 4.10 两个电机调速器的电压

第一组实验中 $p_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ ，结果如图 4.7 和图 4.8，与图 4.2 和 4.3 基本吻合。这里为了防止电机调速器被烧坏，本文在程序中限定输出的最大电压为 4.8V，如图 4.8 中的初始时刻所示。由实验结果可知，控制器可以使系统迅速达到并且一直稳定在期望的平衡状态。

第二组实验中 $p_0 = [0.03 \ 0.02 \ 0]^T$ ，结果如图 4.9 和图 4.10 所示，与图 4.5 和图 4.6 基本吻合。

两组实验中除了矩阵 Q 、 R 、 L 和干扰观测器过度向量的初值 p_0 与仿真不同之外，其余的系统参数均与仿真相同，并没有在实验之前对 a_{z1} 、 a_{z2} 、 a_{z3} 、 k_1 、 k_2 进行重新标定，但是由实验结果可以看出，水箱 1 和水箱 2 仍然能够到达期望的液位高度。然而在做第三章实验的过程中，如果在实验之前没有对系统进行重新标定，那么水箱 1 和水箱 2 的实际液位高度会与期望液位高度存在明显偏差。

通过以上的仿真、实验以及分析可知，基于干扰观测器的控制方法可以使得三容水箱系统跟踪上期望的平衡状态，能够处理漏水干扰、高阶未建模动态以及系统本身的参数摄动。

4.4 本章小结

本文在第三章研究的基础上，将另一种鲁棒控制方法——基于状态观测器的控制应用于三容水箱系统，并通过仿真以及实验对控制器的有效性进行验证。具体的研究内容如下：

首先，本章介绍了基于干扰观测器控制方法的基本理论，以及详细的控制器设计步骤。

其次，本章分析了三容水箱系统的控制问题，给出了基于反馈控制器 K_x 、干扰补偿增益 K_d 以及干扰观测器的控制结构，并分别对这三部分进行设计。

最后，本章给出在 Matlab/Simulink 环境下的仿真结果，和在三容水箱实验平台上做出的实验结果，并进行了相应的分析，验证了基于干扰观测器控制方法的有效性。

第 5 章对液位跟踪控制策略的探索

本文第三章基于约束 H_∞ 输出反馈的控制方法与第四章基于扰动观测器的控制方法，均可以有效的使三容水箱系统跟踪上期望的液位高度，并能够对干扰进行处理，但是这两种控制方法都存在局限性，即：仅限于使三容水箱系统跟踪固定的液位高度，并且全都事先对系统进行了线性化。考虑使三容水箱系统跟踪变化的液位高度，本章对控制策略进行了进一步的研究，分别将基于微分平坦的策略、多次求解控制器的策略以及基于多面体型线性微分包含的控制策略应用于三容水箱系统，并且对控制策略的效果进行了讨论。

5.1 基于微分平坦的策略

微分平坦(Differential Flatness)^[42]理论可以有效的解决某些非线性系统的控制问题，这类非线性系统的结构都具有一种相同的特点：从系统中能够选定一组合适的输出量，使得该系统中所有的状态量和输入量，都可以由这组输出量和它们的导数表示^[56]。这组输出量即为系统的平坦输出，这样的系统即为微分平坦系统。

微分平坦理论被广泛应用于控制领域中的轨迹生成问题^[44]，例如，多节小车的控制^[45]，混合动力汽车的发动机瞬态启停控制^[46]，四旋翼飞行机器人的轨迹生成^[48]等等。微分平坦是根据逆动力学原理对非线性系统的微分方程进行推导，将非线性系统的一种结构上的特殊性显现出来，即证明系统平坦输出的存在性，并找出系统的平坦输出量^[46]。基于微分平坦的控制方法能够将动态的规划问题转化成为一种代数上的优化问题，通过加入一个前馈控制量使得系统性能得到改善，从而能显著提高系统的运算速度^{[46][49]}。

下面简要描述微分平坦理论。考虑非线性系统，

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), x \in R^n, u \in R^m \\ y &= h(x), y \in R^l \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

如果能选定一组输出：

$$z = F(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(i)}), z \in R^m \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

使得:

$$\begin{cases} x = x(z, \dot{z}, \dots, z^{(j)}) \\ u = u(z, \dot{z}, \dots, z^{(j)}) \end{cases} \dots\dots\dots(5.3)$$

则系统(5.1)是平坦系统, z 是平坦输出。

考虑本文研究的三容水箱系统, 在不加入漏水干扰的情况下, 重写系统的微分方程,

$$\begin{cases} S \frac{dh_1}{dt} = Q_1 - Q_{13} \\ S \frac{dh_2}{dt} = Q_2 + Q_{32} - Q_{20} \dots\dots\dots(5.4) \\ S \frac{dh_3}{dt} = Q_{13} - Q_{32} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{13} = a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) (2g|h_1 - h_3|)^{1/2} \\ Q_{32} = a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) (2g|h_3 - h_2|)^{1/2} \dots\dots\dots(5.5) \\ Q_{20} = a_{z2} S_n (2gh_2)^{1/2} \end{cases}$$

其中字母的含义, 三容水箱系统的控制目标、输入和输出量、状态变量均与本文第二章中的描述相同, 此处不再赘述。 h_1 和 h_2 是水箱 1 和水箱 2 的期望液位高度, 由(5.4)可以导出,

$$\begin{cases} \dot{h}_3 = \frac{a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3)}{S \sqrt{2g|h_1 - h_3|}} - \frac{a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2)}{S \sqrt{2g|h_3 - h_2|}} \\ Q_1 = S \dot{h}_1 + a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} \dots\dots\dots(5.6) \\ Q_2 = S \dot{h}_2 - a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|} + a_{z2} S_n \sqrt{2gh_2} \end{cases}$$

如果可以从式(5.6)中获得 h_3 , 那么 Q_1 和 Q_2 也将被解出。即将三容水箱看作是微分平坦系统, 将 h_1 和 h_2 看作是平坦输出, 系统的状态量 h_3 和输入量 Q_1 和 Q_2 都可以由平坦输出 h_1 和 h_2 及他们的导数表示。

本文设计一个基于微分平坦的前馈控制器作为理想轨迹生成模块, 采用图 5.1 的控制结构。理想轨迹生成模块根据参考输入 h_{ref} 计算出系统的理想轨迹 u_j , u_j 与反馈控

制器的输出量 Δu_j 共同构成三容水箱系统的控制输入 u ，使得系统处于小偏差调节状态，三容水箱就可以快速跟踪上期望的液位高度。

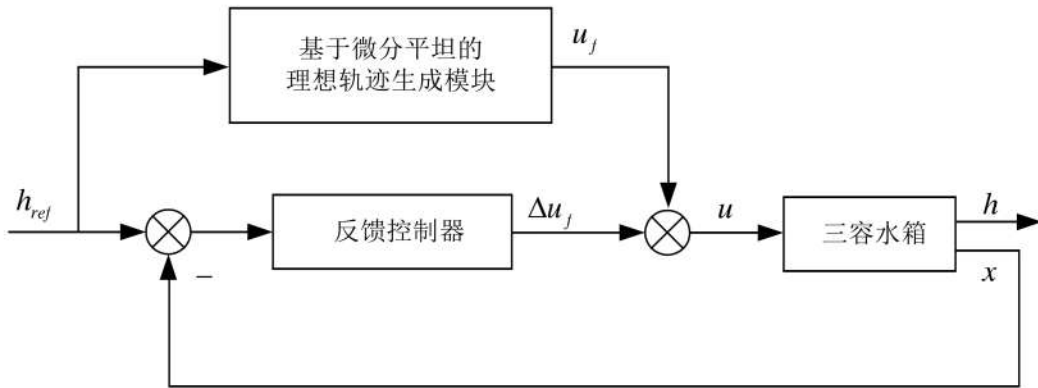


图 5.1 控制结构框图

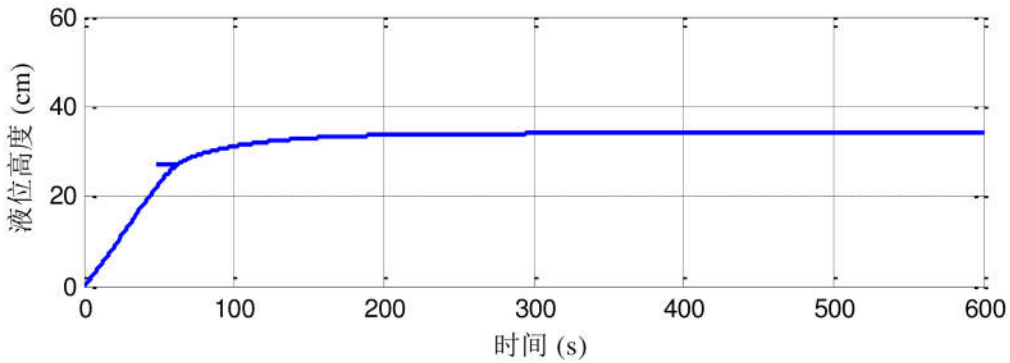


图 5.2 水箱 3 的液位高度的理想轨迹

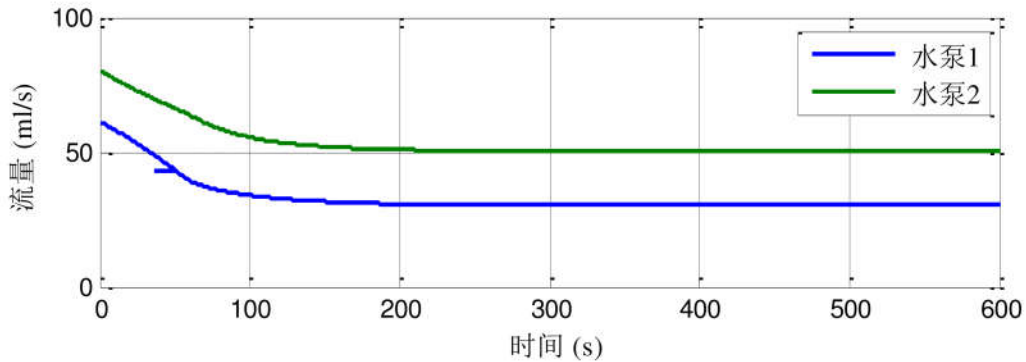


图 5.3 水泵 1 和水泵 2 的流量的理想轨迹

但是由于三容水箱系统本身的结构比较复杂，导致式(5.6)中的 h_3 不能够直接求出解析解，只能求出数值解，并且所需要的求解区间比较长。例如，设参考输入 $h_1 = 45\text{cm}$ 、 $h_2 = 25\text{cm}$ ，根据式(5.6)求出的 h_3 、 Q_1 、 Q_2 的理想轨迹如图 5.2 和图 5.3 所示。

由图 5.2 可知，水箱 3 内液位高度达到理想值所需要的时间为 300s，时间并不算短，由图 5.3 可知，在初始时刻水泵 1 和水泵 2 的流量分别为 60 和 80 ml/s，流量值比较小，因此使系统达到平衡状态所需要的时间比较长。综合以上两点分析可以看出，所求的轨迹并不理想。

综上所述，由于三容水箱系统本身的结构比较复杂，导致采用微分平坦理论不能够求得系统的解析解，而所求得的数值解不方便实际应用，并且从数值解中获得的系统轨迹并不理想，因此，还需要继续寻求其他方法来解决三容水箱系统跟踪变化液位的控制问题。

5.2 在线求解控制器的策略

本节以第三章的约束 H_{∞} 输出反馈控制方法为例，探索通过在线多次求解控制器，使得三容水箱系统跟踪变化液位的控制策略。

由第三章的内容已知，设计约束 H_{∞} 输出反馈控制器时，需要使用线性时不变系统的状态空间方程。当选取不同的三容水箱系统的平衡点时，线性化后获得的状态空间方程也不同，那么，针对每一个期望的液位高度都逐一进行系统的线性化和对应控制器的设计，可以使得三容水箱系统跟踪变化的液位高度。

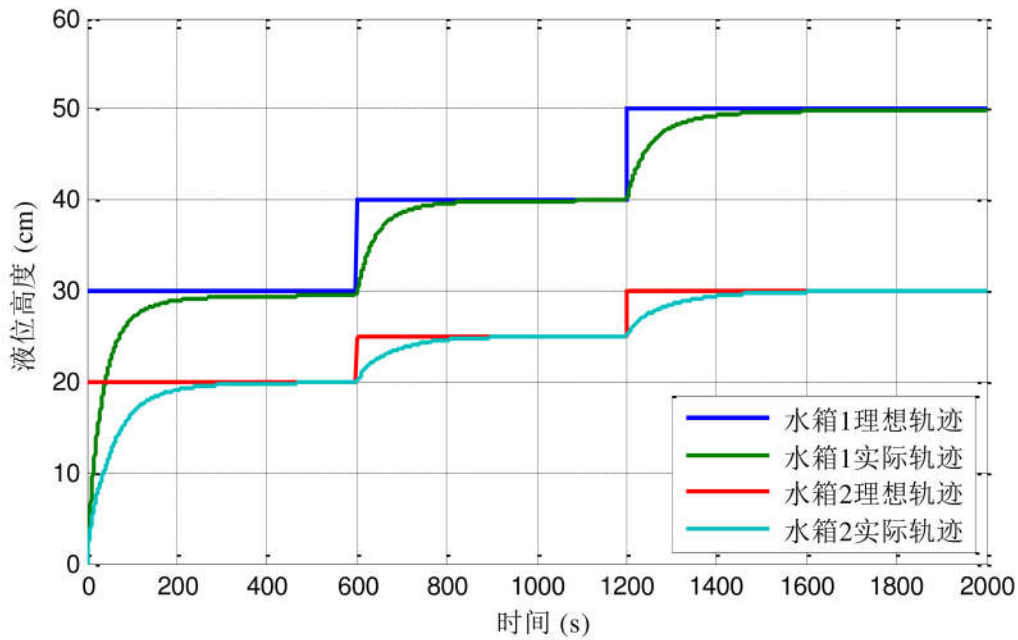


图 5.4 跟踪阶梯曲线的仿真结果

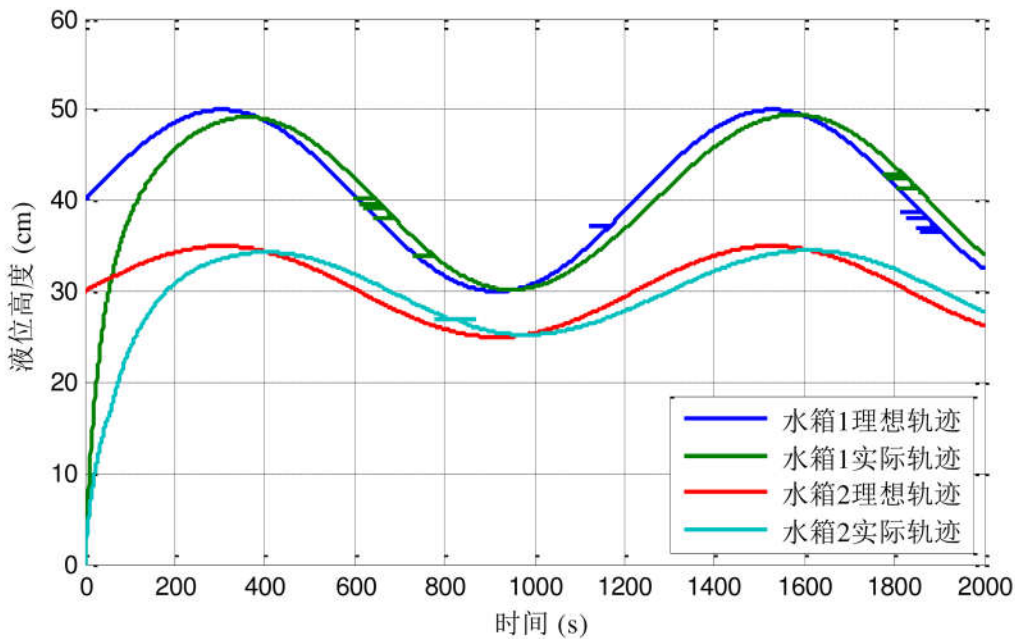


图 5.5 跟踪正弦曲线的仿真结果

本节采用以上在线多次求解控制器的策略，在 Matlab/Simulink 软件中分别进行了使三容水箱系统液位跟踪阶梯曲线和跟踪正弦曲线的两组仿真实验。

图 5.4 是使水箱 1 和水箱 2 的液位分别跟踪阶梯曲线的仿真结果。理想参考阶梯曲线有三级，即需要使系统依次达到三个平衡点，因此本组仿真将系统线性化三次，并求解三个约束 H_{∞} 输出反馈控制器。

图 5.5 是使水箱 1 和水箱 2 的液位分别跟踪正弦曲线的仿真结果。由于理想参考正弦曲线的数值在每个采样时刻都有变化，因此本组仿真设定为，在每个采样时刻，根据当前理想参考曲线的数值将三容系统进行线性化，并求解对应的约束 H_{∞} 输出反馈控制器，在下一个采样时刻再进行刷新。

约束 H_{∞} 输出反馈控制方法的优点在于求得的控制器是静态的，并且形式简单，方便采用单片机、FPGA、PLC 等硬件进行控制器实现，并且可以根据实际情况有效控制成本，在生产实践中能够获得广泛的应用。但是求解约束 H_{∞} 输出反馈控制器的过程比较复杂，通常是在 Matlab 中使用线性矩阵不等式工具箱来求解优化问题，这导致在硬件平台上在线求解控制器是非常困难的。综上所述，在线多次求解控制器的策略存在一定的局限性。

5.3 基于多面体型线性微分包含的策略

在上一节中，使三容水箱系统的液位跟踪变化的曲线时，针对每一个期望液位高度或者在每一个采样时刻，都做一次线性化，再求解一个约束 H_∞ 输出反馈控制器，这种控制策略太过于保守，并且在这种情况下，一个确定的线性状态空间模型已经不适合描述变化着的三容水箱系统。

微分包含可以用来描述系统的不确定性^[60]。采用微分包含理论是基于对系统的变化过程有一定的了解，不需要明确系统的具体数值，但必须能够确定系统的变化范围，这种描述适用面广，并且形式简洁，已获得学术界的广泛认可^[61]。例如，文献[60]研究了线性微分包含系统的跟踪控制问题，设计反馈控制律使得误差系统终极一致有界，文献[53]使用基于多面体型线性微分包含的方法，完成了轮式移动机器人的非线性模型预测控制终端要素的设计，文献[62]利用范数有界的线性微分包含求解非线性模型预的局部稳定控制器，获得良好的效果。

通常对线性微分包含(Linear Differential Inclusions, LDI)的描述如下，

$$\dot{x} \in \Omega x, x(0) = x_0, \dots\dots\dots(5.7)$$

其中 Ω 是一个 $R^{n \times n}$ 的集合，LDI(5.7) 描述了一组线性时变系统，并且其中每个 LDI 的轨迹对于 $A: R_+ \rightarrow \Omega$ 都满足

$$\dot{x} = A(t)x, x(0) = x_0. \dots\dots\dots(5.8)$$

反之，对于任何 $A: R_+ \rightarrow \Omega$ ，式(5.8)都是 LDI(5.7) 的一个轨迹。因此，LDI(5.7) 可以描述为一个“不确定的线性时变系统”，集合 Ω 就是系统矩阵 $A(t)$ 的“不确定性”^[64]。

考虑如下的线性时变系统，

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B_u(t)u + B_w(t)w, \\ y &= C(t)x + D_u(t)u + D_w(t)w, \dots\dots\dots(5.9) \end{aligned}$$

其中 $x(0) = x_0$ ， $x: R_+ \rightarrow R^n$ ， $u: R_+ \rightarrow R^{n_u}$ ， $w: R_+ \rightarrow R^{n_w}$ ， $y: R_+ \rightarrow R^{n_y}$ ， x 是系统状态， u 是控制输入， w 是外部输入， y 是测量输出。式(5.9)中的系统矩阵满足，

$$\begin{bmatrix} A(t) & B_u(t) & B_w(t) \\ C(t) & D_u(t) & D_w(t) \end{bmatrix} \in \Omega \dots\dots\dots(5.9)$$

对所有的 $t \geq 0$ ，有 $\Omega \subseteq R^{(n+n_y) \times (n+n_u+n_w)}$ ^[64]。这允许采用线性矩阵不等式方法来求解第三

章中的半定规划问题(3.15)，从而获得针对具有不确定性的线性时变系统(5.7)的约束 H_∞ 输出反馈控制器。

下面简要描述三容水箱系统的基于多面体型线性微分包含的控制策略。

假设使三容水箱系统的液位跟踪在一定范围内变化的参考轨迹： $h_{d1}(t)$ ， $h_{d2}(t)$ ， $h_{d3}(t)$ ， $Q_{d1}(t)$ ， $Q_{d2}(t)$ ，且 $h_{d1}(t) \geq h_2$ ， $h_{d3}(t) \geq h_1$ 。将参考轨迹归一化，令 $x_i(t) = (h_i(t) - h_{di}(t)) / h_i$ ， $(i=1,2,3)$ ， $u_i(t) = (Q_i(t) - Q_{di}(t)) / Q_{di}$ ， $(i=1,2)$ 。用非线性函数 $F(x,u)$ 代表三容水箱系统的微分方程(5.4)，将 $F(x,u)$ 沿着参考轨迹线性化，获得其雅可比矩阵，

$$\left[\begin{array}{ccccc} \frac{\partial F}{\partial x_1} & \frac{\partial F}{\partial x_2} & \frac{\partial F}{\partial x_3} & \frac{\partial F}{\partial u_1} & \frac{\partial F}{\partial u_2} \end{array} \right] = \dots\dots\dots (5.7)$$

$$\left[\begin{array}{ccccc} -\frac{a_{z1}S_n g}{S\sqrt{2g(h_{d1}-h_{d3})}} & 0 & \frac{a_{z1}S_n g h_{d3}}{Sh_{d1}\sqrt{2g(h_{d1}-h_{d3})}} & \frac{Q_{d1}}{Sh_{d1}} & 0 \\ 0 & -\frac{a_{z3}S_n g}{S\sqrt{2g(h_{d3}-h_{d2})}} - \frac{a_{z2}S_n g}{S\sqrt{2gh_{d2}}} & \frac{a_{z3}S_n g h_{d3}}{Sh_{d2}\sqrt{2g(h_{d3}-h_{d2})}} & 0 & \frac{Q_{d2}}{Sh_{d2}} \\ \frac{a_{z1}S_n g h_{d1}}{Sh_{d3}\sqrt{2g(h_{d1}-h_{d3})}} & \frac{a_{z3}S_n g h_{d2}}{Sh_{d3}\sqrt{2g(h_{d3}-h_{d2})}} & -\frac{a_{z1}S_n g}{S\sqrt{2g(h_{d1}-h_{d3})}} - \frac{a_{z3}S_n g}{S\sqrt{2g(h_{d3}-h_{d2})}} & 0 & 0 \end{array} \right]$$

由于参考轨迹 $h_{d1}(t)$ ， $h_{d2}(t)$ ， $h_{d3}(t)$ ， $Q_{d1}(t)$ ， $Q_{d2}(t)$ 的值在一定范围内变化，每个变量都有一个最大值和一个最小值，那么基于各个变量的取值范围就可以确定多面体的所有顶点，然后使用线性矩阵不等式工具求解一个满足所有顶点的约束 H_∞ 输出反馈控制器，这个控制器就可以使得三容水箱系统跟踪多面体内部的任意曲线。

但是由于三容水箱系统本身结构比较复杂，导致式(5.7)的顶点多达 2^9 个，不可能逐一描述所有顶点。因此，使用基于多面体型线性微分包含的控制策略，未能成功使得三容水箱系统跟踪变化的液位。

5.4 本章小结

本文在第三章和第四章将两种鲁棒控制方法应用于三容水箱系统，使得系统只能跟踪固定的液位高度，存在一定的局限性。本章在前文的基础上，为了使三容水箱系统跟踪变化的液位高度，探索了三种方法。具体的研究内容如下：

首先，本章介绍了微分平坦的理论，设计了一个基于微分平坦的前馈控制器，作

为理想轨迹生成模块，但由于无法求出三容水箱系统的解析解，数值解对实际应用造成困难，并且所求出的参考轨迹并不理想。

其次，本章使用在线多次求解控制器的策略，使得三容水箱系统能够跟踪阶梯曲线和正弦曲线，但是这种方法存在一定的局限性。

最后，本章研究了基于多面体型线性微分包含的控制策略，但是由于三容水箱系统本身结构比较复杂，导致多面体的顶点非常多，无法逐一描述，因此这种方法也未能有效解决的三容水箱系统跟踪变化液位的问题。

第6章全文总结与展望

在现代农业、工业、化工、石油等重要领域中所使用的锅炉、储油罐、精馏塔等容器，其内部的原料、中间产物、催化剂或者最终的产品往往是液态或者流化的状态，那么控制容器内部的液位高度就显得尤为重要，可见液位控制技术与各行各业的实际生产以及人们的日常生活都密切相关。三容水箱系统能够模拟过程控制中的复杂对象，锅炉、储油罐、精馏塔等等均可由三容水箱来模拟。因此研究三容水箱系统的液位控制方法具有重要意义。本文将两种鲁棒控制方法应用于三容水箱系统，进行液位的固定点跟踪控制。本文主要进行如下的研究：

首先，根据三容水箱系统的数学模型，在 Matlab/Simulink 软件环境下搭建其仿真模型。根据三容水箱系统具有多输入、多输出、时变、强耦合、非线性等特点，拟定控制目标为：设计一个控制器，在尽可能短的时间内，能够使得三容水箱系统达到并且一直稳定在期望的平衡状态，根据不同需求，控制器还需要满足控制输入约束，或者控制器能够处理水箱的漏水干扰，或者可以处理系统参数摄动和未建模动态。

其次，学习约束 H_∞ 输出反馈控制方法，总结控制器设计步骤，将其应用于三容水箱系统。为了验证控制器的有效性，本文进行了仿真和实验，将目标液位设定为：水箱 1 内液位高度达到 45cm，水箱 2 内液位高度达到 25cm。在仿真和实验过程中，当水箱进入平衡状态后，分别对三个水箱加入漏水干扰，一段时间后关闭干扰。仿真和实验结果都表明，约束 H_∞ 输出反馈控制器能够使三容水箱系统跟踪上期望的平衡状态、处理漏水干扰并且满足控制输入约束。

再次，学习基于干扰观测器的控制方法，考虑高阶未建模动态和参数摄动对系统的影响，总结控制器设计步骤。设计线性二次型调节器作为反馈控制器，用来获得闭环系统的稳定性，并且使得水箱跟踪上期望的液位高度。设计干扰观测器，用来估计系统受到的干扰。为了验证基于干扰观测的控制器的有效性，进行了仿真和实验，将目标液位设定为：水箱 1 内液位高度达到 25cm，水箱 2 内液位高度达到 10cm。在仿真和实验过程中，当水箱进入平衡状态后，分别加入漏水干扰，一段时间后关闭干扰。仿真和实验结果都表明，基于干扰观测的控制器能够使三容水箱系统跟踪上期望的平

衡状态，同时可以处理漏水干扰、未建模动态和系统参数摄动。

最后，本文考虑使三容水箱系统跟踪变化的液位高度，以及采用系统的非线性模型进行控制器设计，因此分别研究了基于微分平坦、多面体型线性微分包含以及在线多次求解控制器的控制策略。由于三容水箱系统本身的结构比较复杂，导致采用微分平坦理论不能够求得系统的解析解，而所求得的数值解不方便实际应用，并且从数值解中获得的系统轨迹并不理想。同样是由于三容水箱系统本身的结构问题，导致采用多面体型线性微分包含方法时，系统凸面体的顶点多达 2^9 个，不可能逐一描述所有顶点。而在线多次求解控制器的策略也存在一定的局限性。

本文对三容水箱系统的液位控制方法进行了深入的研究，并且完成了仿真和实物实验。本文在第五章继续讨论使得三容水箱系统跟踪变化液位的控制策略，并且希望避免将系统进行线性化，但是没有获得理想的效果，今后还可以在这方面继续探索新的方法。

参考文献

- [1] 王向阳. 多锅炉母管制给水优化节能控制方式的研究[D]. 重庆大学硕士学位论文, 2015.
- [2] 张哲. 一种火电厂锅炉汽包液位三冲量控制方法的研究[D]. 重庆大学硕士学位论文, 2013.
- [3] 应琳琳. 储油罐智能液位控制仪的研究[D]. 西安工业大学硕士学位论文., 2015.
- [4] Sabri Naji Gubran Dahmas. 基于模糊 PID 控制器的双容液位控制系统研究[D]. 大连理工大学硕士学位论文, 2015.
- [5] 魏衡华, 吴汉生, 双容水箱计算机控制实验系统的研制[J]. 实验室研究与探索, 2005, 24(1): 31-33.
- [6] 王华忠, 孙自强, 王慧锋等. 基于智能仪表和 PLC 的双容水箱测控实验系统开发[J]. 电气电子教学学报, 2009, 31(S2): 1-3.
- [7] L. Fadiga, C. Farges, J. Sabatier, and K. Santugini, H^∞ output feedback control of commensurate fractional order systems, in Control Conference (ECC), 2013, pp.4538 - 4543.
- [8] 董慧. 饮料灌装机储罐中液位测量控制系统设计[D]. 中国农业科学院硕士学位论文, 2015.
- [9] 段光华. 基于 FPGA 实现预测控制算法 [D]. 吉林大学硕士学位论文. 2008.
- [10] 石雪萍, 伍星, 甄彩虹. 单容水箱液位高度的计算机直接控制系统设计[J]. 仪表技术, 2007(7):42-44.
- [11] G. Zames, Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses, Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 26, no. 2, pp. 301-320, 1981.
- [12] W. Assawinchaichote, S. K. Nguang, and P. Shi, H^∞ output feedback control design for uncertain fuzzy singularly perturbed systems: an LMI approach, Automatica, vol. 40, no. 12, pp. 2147 - 2152, 2004.
- [13] 师展. 基于预测控制算法的三容水箱液位控制[D]. 沈阳理工大学硕士学位论文, 2013.
- [14] 卢娟. BP 神经网络 PID 在三容系统中的控制研究[D]. 合肥工业大学硕士学位论文, 2009.
- [15] 简珣. 模糊 PID 控制在三容水箱系统控制中的应用研究[D]. 合肥工业大学硕士学

位论文, 2007.

- [16] 于树友. 三容系统的滚动优化控制及其实验研究[J]. 东北大学学报, 2007, 28(1): 82-91.
- [17] 孙雷. 基于参数自整定的模糊 PID 控制在多容水箱系统中的应用[D]. 哈尔滨理工大学硕士学位论文, 2015.
- [18] 侯成玉. 四容系统实验装置设计及算法研究[D]. 吉林大学硕士学位论文, 2016.
- [19] Nirmala, S. A. and V. Abirami, B. and Manamalli, D., Design of model predictive controller for a four-tank process using linear state space model and performance study for reference tracking under disturbances, in Process Automation, Control and Computing(PACC), 2011 International Conference on, 2011, pp. 1-5.
- [20] A.Maxim, C. M. Ionescu, C. Copot, R. De Keyser, and C. Lazar, Multivariable model-based control strategies for level control in a quadruple tank process, in System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2013 17th International Conference, IEEE, 2013, pp. 343–348.
- [21] C. Ramadevi and V. Vijayan, Design of decoupled pi controller for quadruple tank system, International Journal of Science and Research, vol. 3, no. 5, pp. 318–23, 2014.
- [22] R. Sivakumar, H. Muthu, and R. Siddhardhan, Design of anfis Controller for quadruple-tank interacting system, International Journal of Engineering Research and Applications, vol. 4, no. 4, pp. 152-157,2014.
- [23] 张玲. 四容水箱混杂系统的建模与预测控制研究[D]. 南京理工大学硕士学位论文, 2013.
- [24] 于树友, 马苗苗, 陈虹. 基于 LMI 优化的 H^∞ /广义 H_2 输出反馈主动悬架控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(s1):25-29.
- [25] 崔海全, 赵志诚. 三容液位过程的内模控制应用研究[J]. 电气电子教学学报, 2012, 34(5):37-40.
- [26] 万树峰, 徐功娣. 基于组态软件的三容水箱控制系统设计[J]. 微计算机信息, 2009(13):54-55.
- [27] P. Srinivasarao and P. Subbaiah, Linear and nonlinear model predictive control of quadruple tank process, International Journal of Computer Applications, vol.66,no. 20, pp. 28-34, 2014.
- [28] T. Raff, S. Huber, Z. Nagy, and F. Allgower, Nonlinear model predictive control of a four tank system: An experimental stability study, in 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006.

- [29] Malar R S M, Thyagarajan T. Design of Decentralized Fuzzy Pre compensated PIControllers for Quadruple -Tank System[J]. International Journal of Recent Trends inEngineering, 2009(5): 188-192
- [30] Johansson K H, The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process withan Adjustable Zero[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2000, 8(3): 456-464.
- [31] L. Fadiga, C. Farges, J. Sabatier, and K. Santugini, H^∞ output feedback control of commensurate fractional order systems, in Control Conference (ECC), 2013, pp.4538 - 4543.
- [32] Yu S, Wang J, Chen H. Output feedback H^∞ , control of constrained linear systems[C], Control Conference. IEEE, 2015:1-6.
- [33] Yu S, Wang Y, Wang J, Chen H. Constrained output feedback H^∞ control of a four-tank system, IEEE International Conference Mechatronics and Automation, 2016.
- [34] Yang J, Zolotas A, Chen W H, et al. Robust control of nonlinear MAGLEV suspension system with mismatched uncertainties via DOBC approach.[J]. Isa Transactions, 2011, 50(3):389-396.
- [35] Liu C S, Peng H. Disturbance Observer Based Tracking Control[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2000, 122(2):332-335.
- [36] 王菁. 线控四轮转向汽车的鲁棒控制研究[D]. 吉林大学硕士学位论文, 2016.
- [37] Yu S, Wang J, Wang Y, et al. Disturbance Observer Based Control for Four Wheel Steering Vehicles with Model Reference[J]. 2016, PP(99).
- [38] Chen H, Sun P Y, Guo K H. A multi-objective control design for active suspensions with hard constraints[C], American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003. Colorado: IEEE, 2003, 5:4371 - 4376.
- [39] Blondel V D, Megretski A. Essentials of robust control[M]. New Jersey: Prentice hall, 1998.
- [40] 陈虹, 马苗苗, 孙鹏远. 主动悬架 H_2 /广义 H_2 输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5):790 - 794.
- [41] 于树友, 马苗苗, 陈虹. 基于 LMI 优化的 H^∞ /广义 H_2 输出反馈主动悬架控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(B07):25 - 29.
- [42] Fliess M, Lévine J, Martin P. Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and examples[J]. International journal of control, 1995, 61(6):1327-1361.
- [43] Fliess M, Lévine J, Martin P. A lie-backlund approach to equivalence and flatness of

- nonlinear systems[J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1999, 44(5):922–937.
- [44] Agrawal S K, Faiz N, Murray R M. Feasible trajectories of linear dynamic systems with inequality constraints using higher-order representations[C]. Proc. IFAC World Congress. 1999.
- [45] Tilbury D, Murray R M, S. S. Trajectory generation for the n-trailer problem using Goursat normal form[J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1995, 40(5):802–819.
- [46] 梁瑜, 混合动力汽车发动机瞬态建模与启停控制[D]. 吉林大学硕士学位论文, 2016.
- [47] Anderson B D, Moore J B. Optimal control: linear quadratic methods[M]. Courier Corporation, 2007.
- [48] 董伟, 四旋翼飞行机器人的高性能轨迹生成与抗扰追踪控制技术研究[D]. 上海交通大学博士学位论文, 2016.
- [49] 单恩忠. 基于微分平坦与样条理论的自主泊车轨迹规划研究[D]. 长沙: 国防科技大学硕士学位论文, 2009.6.
- [50] Martin P, Murray R M, Rouchon P. Flat systems[C]//Proc. of the 4th European Control Conf. 1997:211–264.
- [51] Bender D J, Laub A J. The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems [J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1987, 32(8):672–688.
- [52] Berkovitz L D. Optimal control theory [M]. Springer Science & Business Media, 2013.
- [53] 刘洋, 基于模型预测控制的移动机器人路径跟踪控制[D]. 吉林大学硕士学位论文, 2016.
- [54] 孟亚男, 高兴泉, 高玉坤, 等. 反馈线性化方法在双容系统中的仿真应用[J]. 计算机仿真, 2010, 27(4):367-370.
- [55] 王萌. EPICS 在过程控制中的应用研究[D]. 哈尔滨工业大学硕士学位论文, 2008.
- [56] 蒲天骄, 张昭, 于汀, 等. 微分平坦理论及其在自动发电控制中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报, 2014, 26(12):21-27.
- [57] 王菁, 于树友, 陈虹. 基于约束 H_∞ 输出反馈的四轮转向模型跟踪控制[J]. 信息与控制, 2016, 45(1):53-59.
- [58] Deepa T, Lakshmi P, Vidya S. Level Control of Quadruple tank process using Discretetime Model Predictive Control [J]. Electronics Computer Technology, 2011, 1(8): 162-166.
- [59] Raff T, Huber S, Nagy Z K, et al. Nonlinear model predictive control of a four tank

- system: An experimental stability study[C], IEEE International Conference on Control Applications. IEEE Xplore, 2006:237-242.
- [60] 刘磊坡. 微分包含系统的几类控制问题研究[D]. 上海交通大学博士学位论文, 2011.
- [61] 黄俊. 微分包含系统的镇定与观测器设计[D]. 上海交通大学博士学位论文, 2012.
- [62] 于树友, 陈虹, 张鹏,等. 一种基于 LMI 的非线性模型预测控制终端域优化方法[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(7):798-804.
- [63] Boyd S P. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[J]. *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation*, 1994, 85(5):798 - 799.
- [64] Boyd S P. Ghaoui E, E. Feron, and V. Balakrishnan. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[M]. *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation*, 1994.

作者简介及在学期间所取得的科研成果

作者简介

姓名：王严

性别：女

生日：1988年12月1日

民族：汉

籍贯：吉林蛟河

科研成果

- [1] Yu S, Wang Y, Wang J, Chen H. Constrained output feedback H_∞ control of a four-tank system, IEEE International Conference Mechatronics and Automation, 2016.(EI收录, 检索号: 20164202921591)
- [2] Yu S, Wang J, Wang Y, et al. Disturbance Observer Based Control for Four Wheel Steering Vehicles with Model Reference[J], IEEE/CAA. 2016, PP(99).

致谢

惊风飘白日，光景西驰流，此刻回顾读研究生的这三年光阴，只觉得心绪复杂，以至词穷。在即将走向社会的时刻，我要诚挚的感谢那些在过去的日子里给我关心和帮助的人们。

首先要感谢导师于树友副教授，这三年间，于老师在学习上给予了我很多帮助和指导，使我能够充实地完成硕士学位的攻读。于老师渊博的学识、严谨的治学态度、以及高度的敬业精神深深地感染我，是我在今后的生活以及工作上都需要学习的榜样。值此论文即将完成之时，向于老师致以最诚挚的感谢，在此祝于老师身体健康，工作顺利！

同时我还要感谢于老师小组以及陈虹课题组中各位师兄师姐师弟师妹的帮助和陪伴。感谢已毕业的季冬冬、陈志刚、袁磊、杨荣彬、梁瑜等师兄师姐和朱大吉对我的关心、照顾，让我很快就适应了新的环境，开心的度过了研究生的第一年。感谢我的师兄侯成玉，师姐刘洋、王菁在学习和生活中给予我帮助。感谢我的同期范广栋，以及师弟谭雷、刘清宇、冯阳阳和师妹郭洋、王伍洋、施竹清、周雨对我的陪伴，你们不仅让我的生活变得更加有趣多彩，而且在我找工作期间给予我很多的帮助和鼓励。感谢陈虹课题组 2014 级全体同学对我的帮助。感谢我的室友韩婷婷、葛平鑫、张敬爱，让我觉得寝室像一个和睦温馨的家庭。

最后，我要感谢父亲母亲对我的养育与支持，让我能够安心顺利的完成学业。

王严

2016 年 4 月于吉林大学